Utdanningsdirektoratet

Eksempeloppgave

2014

MAT1011 Matematikk 1P
Eksempel på eksamen våren 2015 etter ny ordning

Ny eksamensordning

Del 1:
2 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:
3 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Graftegner
- Regneark

Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Del 1 skal føres på papir. Du kan ikke bruke datamaskin. Bruk blå eller svart penn når du skriver for hånd. Del 2 kan føres på papir. Dersom du velger å skrive besvarelsen av Del 2 for hånd, skal utskrifter fra regneark og graftegner følge med, merkes som vedlegg og refereres til i besvarelsen. Du kan også velge å bruke datamaskin på hele Del 2, samle alle løsninger i ett dokument og levere som utskrift. For skoler som ønsker det, kan Del 2 gjennomføres som IKT-basert eksamen. Alle løsninger skal da samles i én fil og leveres digitalt.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Helsestudio: www.tv2.no/sporty (17.01.2014) • Facebook, Twitter: internet.blurtit.com (21.01.2014) • Hjort: www.villmarkslivet.com/side103.html (21.10.2012) • Penger: bedrefinans.no (28.02.2014) • Andre grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1: 2 timer, 24 poeng

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål
og vinkelmåler er tillatt

Oppgave 1 (1 poeng)

Lasse skal arbeide fem uker i sommerferien. Han regner med å arbeide 37,5 timer hver uke. Timelønnen er 115,75 kroner.

Gjør overslag og bestem omtrent hvor mye Lasse vil tjene i løpet av de fem ukene.

Oppgave 2 (2 poeng)

Truls har to esker. Den ene esken har et volum på 1 dm^3. Den andre har et volum på 125 cm^3.

Lag en skisse som viser hvordan hver av de to eskene kan se ut. Sett mål på skissen. Bestem det samlede volumet av de to eskene.

Oppgave 3 (3 poeng)

Formelen $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ gir antall grader celsius (C) uttrykt ved antall grader fahrenheit (F).

a) En dag er det $86\ ^\circ\mathrm{F}$ i New York. Hvor mange grader celsius tilsvarer dette?

b) Lag en formel for F uttrykt ved C.

Oppgave 4 (2 poeng)

I 2013 var Eiriks nominelle lønn 536 800 kroner. Konsumprisindeksen i 2013 var 134,2.

Bestem Eiriks reallønn i 2013.

Oppgave 5 (2 poeng)

Nedenfor ser du hvor stor oppslutning partiet Høyre hadde ved de to siste stortingsvalgene og hvor mange mandater partiet fikk på Stortinget.

Stortingsvalg	2009	2013
Oppslutning	17,2 %	26,8 %
Antall mandater	30	48

a) Hvor mange prosentpoeng gikk Høyres oppslutning fram fra 2009 til 2013?

b) Hvor stor prosentvis framgang hadde Høyre i antall mandater fra 2009 til 2013?

Oppgave 6 (1 poeng)

I ferdigblandet solbærsaft er forholdet mellom ren saft og vann $1:4$

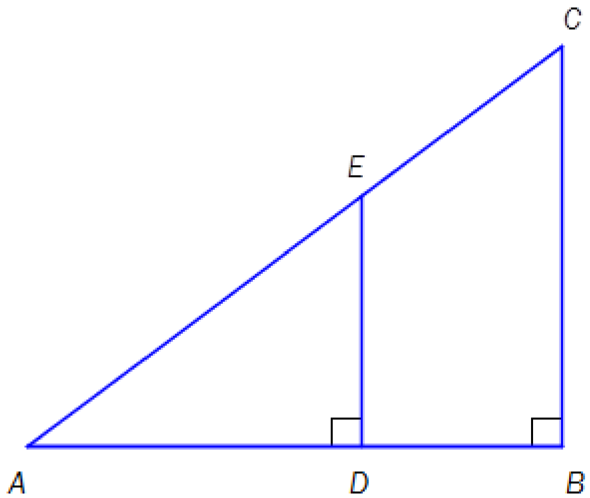
Hvor mye ren saft og hvor mye vann er det i 20 dL ferdigblandet solbærsaft?

Oppgave 7 (1 poeng)

Volumet V av en kule er gitt ved $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Bestem radien r i en kule med volum $V = 36\pi$.

Oppgave 8 (4 poeng)



$\triangle ABC$ og $\triangle ADE$ er gitt som vist på skissen ovenfor. $AD = 5{,}0\,\text{m}$, $BD = 3{,}0\,\text{m}$ og $BC = 6{,}0\,\text{m}$.

a) Bestem lengden AC ved regning.

b) Forklar hvorfor $\triangle ABC$ og $\triangle ADE$ er formlike og bestem lengden DE ved regning.

c) Bestem arealet av $\square DBCE$ ved regning.

Oppgave 9 (3 poeng)

Funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 20x + 50 \quad , \quad x \geq 0$$

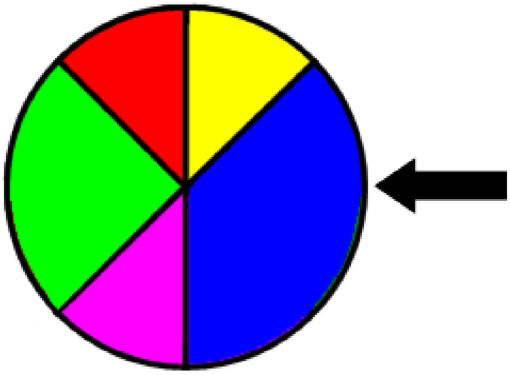
viser prisen $T(x)$ kroner for en taxitur på x km.

a) Tegn grafen til T.

b) Gi en praktisk tolkning av tallene 20 og 50 i funksjonsuttrykket.

c) Avgjør om prisen for taxituren og antall kilometer er proporsjonale størrelser.

Oppgave 10 (3 poeng)



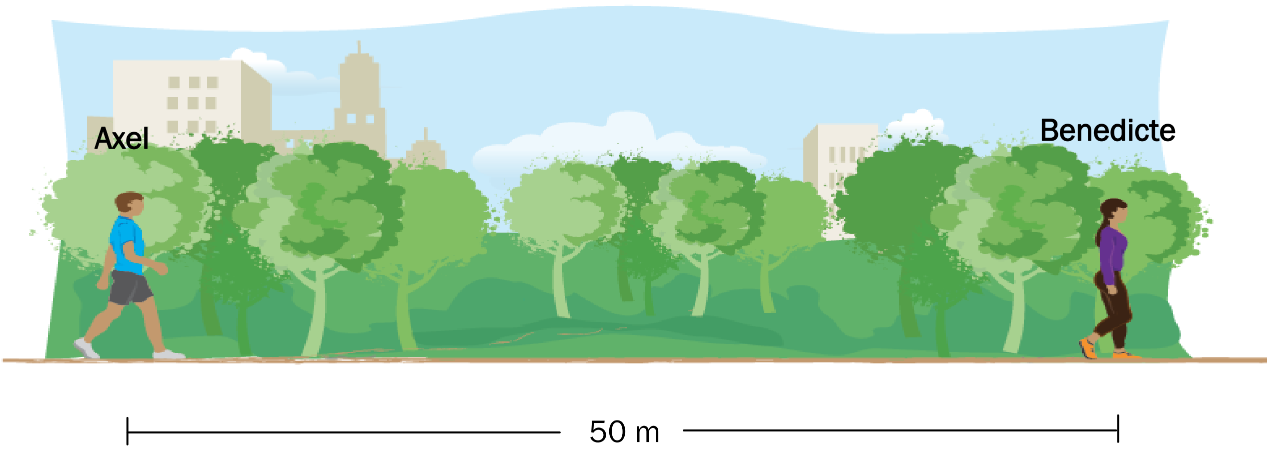
Lise snurrer et lykkehjul én gang.

a) Bestem sannsynligheten for at pilen peker på blått eller grønt felt når hjulet stopper.

Lotte snurrer lykkehjulet to ganger.

b) Bestem sannsynligheten for at pilen vil peke én gang på blått felt og én gang på grønt felt.

Oppgave 11 (2 poeng)



Axel og Benedicte starter samtidig og går i samme retning langs samme vei. Benedicte har et forsprang på 50 m. Axel går med en jevn fart på 1,3 m/s. Benedicte går med en jevn fart på 1,1 m/s.

Se skissen ovenfor.

Hvor lang tid tar det før Axel har tatt igjen Benedicte?

DEL 2: 3 timer, 36 poeng

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon

For å vise eksempler på bruk av regneark, inneholder Del 2 i dette oppgavesettet flere oppgaver som krever bruk av regneark enn det som vil være «normalen» i et ordinært eksamenssett.

Oppgave 1 (5 poeng)

Det koster 360 kroner per måned å trene ved et bestemt treningssenter. Da kan du trene så mange ganger du vil.

a) Skriv av tabellen nedenfor og fyll inn tallene som mangler.

Antall treningsøkter, x	1	5	9	10	18	20	30
Pris per treningsøkt, $T(x)$							

b) Forklar at pris per treningsøkt og antall treningsøkter er omvendt proporsjonale størrelser.
Bestem en funksjon T som viser sammenhengen mellom prisen $T(x)$ kroner per treningsøkt og antall treningsøkter x.

c) Bruk graftegner til å bestemme de x - verdiene som er slik at $18 < T(x) < 30$.
Gi en praktisk tolkning av løsningen.

Oppgave 2 (3 poeng)

I klasse 1C er det 27 elever. Læreren har undersøkt hvor mange elever som bruker Facebook og hvor mange elever som bruker Twitter. Nedenfor ser du en krysstabell med noen av resultatene.

	Twitter	Ikke Twitter	Sum
Facebook		12	24
Ikke Facebook			3
Sum	13		

a) Tegn krysstabellen ovenfor i besvarelsen din og fyll inn tallene som mangler.

Vi trekker tilfeldig en av elevene fra klassen. Eleven bruker Facebook.

b) Bestem sannsynligheten for at denne eleven også bruker Twitter.

Vi trekker tilfeldig to av elevene fra klassen.

c) Bestem sannsynligheten for at minst én av disse elevene bruker Twitter.

Oppgave 3 (6 poeng)

Funksjonen h gitt ved

$$h(x) = 3{,}25x^3 - 50x^2 + 170x + 700$$

er en god modell for antall hjort i en kommune i perioden 2000–2010.

Ifølge modellen var det $h(x)$ hjort i kommunen x år etter 1. januar 2000.

a) Bruk graftegner og bestem når hjortebestanden var størst, og hvor mange hjort det var i kommunen da.

b) Bruk graftegner og løs likningen $h(x) = 850$.
Forklar hva løsningen forteller om hjortebestanden.

c) Bruk graftegner og bestem likningen for den rette linjen som går gjennom punktene $(4, h(4))$ og $(8, h(8))$. Hva forteller stigningstallet til denne linjen om hjortebestanden?

Oppgave 4 (4 poeng)

Tommy har en ordinær timelønn på 168 kroner.

En måned arbeidet han 37,5 timer innenfor ordinær arbeidstid, 10 timer med et overtidstillegg på 50 % og 4 timer med et overtidstillegg på 100 %.

Tommy har et pensjonstrekk på 2 %, og han betaler 1,4 % i fagforeningskontingent. Han har prosentkort og betaler 36 % skatt.

Fagforeningskontingent trekkes av bruttolønn, men det skal ikke trekkes pensjon av lønn for overtidsarbeid.

a) Lag et regneark som beregner Tommys nettolønn denne måneden.
   Vis hvilke formler du har brukt.

Tina har en ordinær timelønn på 172 kroner.

En måned arbeidet hun 37,5 timer innenfor ordinær arbeidstid, 13 timer med et overtidstillegg på 50 % og 15 timer med et overtidstillegg på 100 %.

Tina har et pensjonstrekk på 2 %, og hun betaler 200 kroner i fagforeningskontingent. Hun har prosentkort og betaler 42 % skatt.

Det skal ikke trekkes pensjon av lønn for overtidsarbeid.

b) Gjør endringer i regnearket fra oppgave a) slik at det også kan brukes til å bestemme Tinas nettolønn denne måneden.

Oppgave 5 (4 poeng)

På Skatteetatens nettsider finner vi følgende opplysninger:

	2013	2014
Trygdeavgift	7,8 % av personinntekt	8,2 % av personinntekt
Toppskatt	9 % av den delen av personinntekten som overstiger 509 600 kroner 12 % av den delen av personinntekten som overstiger 828 300 kroner	9 % av den delen av personinntekten som overstiger 527 400 kroner 12 % av den delen av personinntekten som overstiger 857 300 kroner
Inntektsskatt	28 % av trekkgrunnlag *	27 % av trekkgrunnlag *

* Trekkgrunnlag = Personinntekt – Fradrag

I 2013 hadde Hanna en personinntekt på 550 000 kroner og fradrag på til sammen 140 450 kroner.

a) Lag et regneark som beregner trygdeavgift, toppskatt, trekkgrunnlag, inntektsskatt og nettoinntekt for Hanna. Vis hvilke formler du har brukt.

Hanna regner med å få en personinntekt på 925 000 kroner og fradrag på til sammen 280 950 kroner i 2014.

b) Hvor mye må Hanna betale i skatter og avgifter i 2014?

Oppgave 6 (7 poeng)

Geir oppretter en konto i banken. Han setter inn 60 000 kroner. Pengene skal stå urørt i 10 år.

Nedenfor ser du et regneark som viser hvor mye Geir vil ha på kontoen ved begynnelsen og slutten av hvert år dersom renten er 5 % per år.

	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	kr 60 000,00			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	1,05
4	Antall år	10			
5					
6					
7	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
8	1	kr 60 000,00	kr 63 000,00		
9	2	kr 63 000,00	kr 66 150,00		
10	3	kr 66 150,00	kr 69 457,50		
11	4	kr 69 457,50	kr 72 930,38		
12	5	kr 72 930,38	kr 76 576,89		
13	6	kr 76 576,89	kr 80 405,74		
14	7	kr 80 405,74	kr 84 426,03		
15	8	kr 84 426,03	kr 88 647,33		
16	9	kr 88 647,33	kr 93 079,69		
17	10	kr 93 079,69	kr 97 733,68		
18					

a) Lag et regneark som vist ovenfor. Her skal Geir kunne legge inn sparebeløp og rente i de lyseblå cellene. Du skal sette inn formler i de mørkeblå cellene. Vis hvilke formler du har brukt.

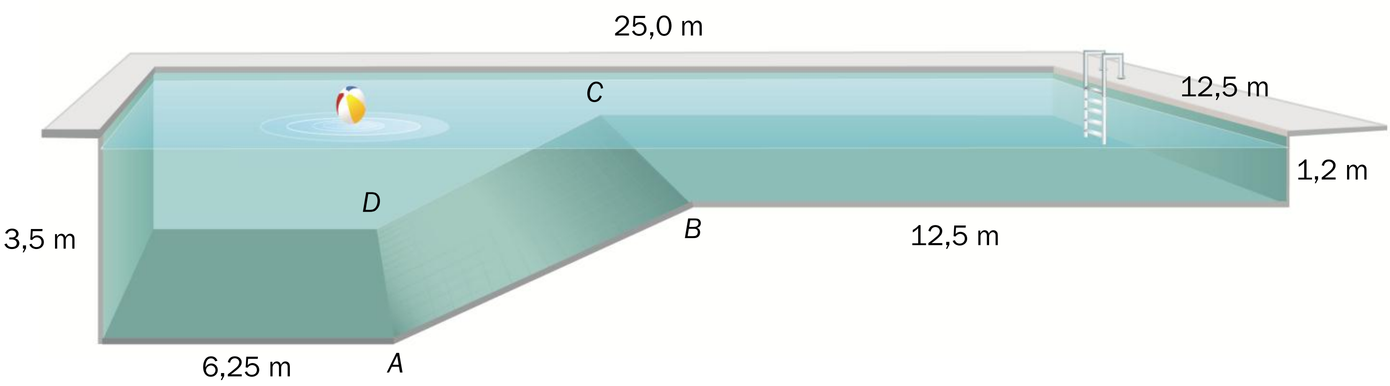
b) Utvid regnearket fra oppgave a) og bestem hvor lang tid det vil ta før Geir har 150 000 kroner på kontoen dersom sparebeløpet er 60 000 kroner og renten er 5 % per år.

c) Løs oppgave b) ved hjelp av en graftegner.

For fem år siden stod det 60 000 kroner på en konto med en fast prosentvis årlig rente. Kontoen har stått urørt. I dag står det 75 201,21 kroner på kontoen

d) Bestem den prosentvise årlige renten.

Oppgave 7 (7 poeng)



Overflaten i et svømmebasseng har form som et rektangel. Bassenget har to ulike dybder. Mellom de to dybdene er det et skråplan $ABCD$ med form som et rektangel.

Se skissen ovenfor.

a) Tegn overflaten av bassenget sett rett ovenfra i målestokk 1 : 250.

b) Bestem lengden AB og arealet av skråplanet $ABCD$.

c) Bestem volumet av bassenget.

Svømmebassenget er helt fullt. Det skal tappes for vann. Det tappes ut 300 L per minutt.

d) Hvor mange centimeter har vannstanden sunket etter 2 h og 15 min?

Læreplandekning for eksempeloppgaven i 1P[1]

Hovedområder og kompetansemål	Del 1	Del 2
Tal og algebra		
• gjere overslag over svar, rekne praktiske oppgåver, med og utan digitale verktøy, presentere resultata og vurdere kor rimelege dei er	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 10, 11	1, 2 3, 4, 5, 6, 7
• tolke, bearbeide, vurdere og diskutere det matematiske innhaldet i skriftlege, munnlege og grafiske framstillingar	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 10, 11	1, 2 3, 4, 5, 6, 7
• forenkle fleirledda uttrykk og løyse likningar av første grad og enkle potenslikningar	3, 7, 8	6
• tolke og bruke formlar som gjeld daglegliv og yrkesliv	3, 7	
• rekne med forhold, prosent, prosentpoeng og vekstfaktor	5, 6, 8	4, 5, 6
• behandle proporsjonale og omvendt proporsjonale storleikar i praktiske samanhengar	9	1
Geometri		
• bruke og grunngje bruken av formlikskap, målestokk og Pytagoras' setning til berekningar og i praktisk arbeid	8	7
• løyse problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum	2, 7, 8	7
• rekne med ulike måleiningar, bruke ulike målereiskapar, vurdere kva for målereiskapar som er formålstenlege, og vurdere kor usikre målingane er	2	7
• tolke, lage og bruke skisser og arbeidsteikningar på problemstillingar frå kultur- og yrkesliv og presentere og grunngje løysingar	2	7
Sannsyn		
• lage døme og simuleringar av tilfeldige hendingar og gjere greie for omgrepet sannsyn		
• berekne sannsyn ved å telje opp gunstige og moglege utfall, systematisere oppteljingar ved hjelp av krysstabellar, venndiagram og valtre og bruke addisjonssetninga og produktsetninga i praktiske samanhengar	10	2
Funksjonar		
• gjere greie for omgrepet lineær vekst, vise gangen i slik vekst og bruke dette i praktiske døme, også digitalt	9	3
• omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar	9	1, 3
• undersøkje funksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å fastsetje nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringspunkt og tolke den praktiske verdien av resultata		1, 3
Økonomi		
• gjere greie for og rekne med prisindeks, kroneverdi, reallønn og nominell lønn og berekne inntekt, skatt og avgifter	4	4, 5
• vurdere forbruk og bruk av kredittkort og setje opp budsjett og rekneskap ved hjelp av rekneark		
• undersøkje og vurdere ulike former for lån og sparing		6

[1] Etter revidert læreplan fellesfag matematikk 1P f.o.m. 01.08.2013, www.udir.no (28.02.2014)

Løsningsforslag Del 1 (24 poeng)

Eksamenskandidatene skal ikke ha tilgang til datamaskin under Del 1 av eksamen. Dette forslaget til løsning av Del 1 er utarbeidet med det formål å vise eksempler på hvordan oppgavene kan løses, framgangsmåter, føring osv.

Oppgave 1 (1 poeng)

For å få et rimelig overslag runder jeg opp til 40 timer per uke og ned til 110 kroner per time. (Dersom jeg runder opp begge størrelsene, vil jeg få et resultat som er alt for høyt.)

$37{,}5 \approx \underline{40}$

$115{,}75 \approx \underline{110}$

$5 \cdot 40 \cdot 110 = 550 \cdot 40 = 5500 \cdot 4 = 11000 + 11000 = \underline{\underline{22000}}$

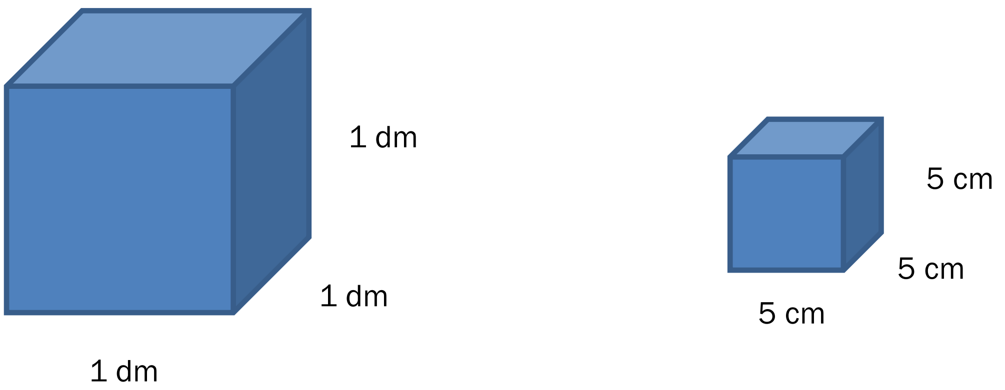
<u>Lasse vi tjene omtrent 22 000 i løpet av disse fem ukene.</u>

Eksamenskandidatene bør reflektere over hvordan størrelsene kan avrundes for at et overslag skal bli rimelig.

Størrelsene bør rundes av slik at nødvendige utregninger kan gjøres «i hodet».

Oppgave 2 (2 poeng)

Eskene kan for eksempel ha form som rette firkantede prismer med sider 1 dm og 5 cm.



$5 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{125}$

125 cm^3 = <u>0,125 dm^3</u>

1 dm^3 + 0,125 dm^3 = $\underline{\underline{1{,}125\ \text{dm}^3}}$

<u>Det samlede volumet er 1,125 dm^3</u>

Oppgave 3 (1 poeng + 2 poeng = 3 poeng)

a)

$$F = 86 \quad \text{gir} \quad C = \frac{5}{9}(86 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 54 = 5 \cdot 6 = \underline{30}$$

$\underline{\underline{86\ ^\circ\text{F tilsvarer } 30\ ^\circ\text{C.}}}$

b) En formel F uttrykt ved C

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

$$9C = 5(F - 32)$$

$$\frac{9}{5}C = F - 32$$

$$F = \underline{\underline{\frac{9}{5}C + 32}}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

$$\frac{x}{536\,800} = \frac{100}{134{,}2}$$

$$134{,}2x = 53\,680\,000$$

$$x = \frac{53\,680\,000}{134{,}2}$$

$$\frac{53\,680\,000}{134{,}2} = \frac{536\,800\,000}{1342}$$

$$536\,800\,000 : 1342 = \underline{400\,000}$$

$$\underline{-5368}$$

$$0$$

$$x = \underline{400\,000}$$

Eiriks reallønn var 400 000 kroner i 2013.

Oppgave 5 (1 poeng + 1 poeng = 2 poeng)

a) $26,8 - 17,2 = \underline{9,6}$

Høyre hadde en framgang på 9,6 prosentpoeng.

b) $48 - 30 = \underline{18}$

$$\frac{18}{30} \cdot 100\ \% = \frac{3}{5} \cdot 100\ \% = \underline{60\ \%}$$

Høyre hadde en framgang på 60 % i antall mandater.

Oppgave 6 (1 poeng)

1 : 4 betyr 1 del saft og 4 deler vann, tilsammen 5 deler.

Ren saft: $\frac{20}{5} = \underline{4}$

Vann: $20 - 4 = \underline{16}$

Det er 4 dL ren saft og 16 dL vann i 20 dL ferdigblandet solbærsaft.

Oppgave 7 (1 poeng)

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}\pi r^3 &= 36\pi \\ r^3 &= \frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi} \\ r^3 &= 27 \\ r &= \underline{3} \end{aligned}$$

Radien i kula er 3.

Oppgave 8 (1 poeng + 2 poeng + 1 poeng = 4 poeng)

a) Jeg bruker Pytagoras' setning.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 8^2 + 6^2$$
$$AC^2 = 100$$
$$AC = \sqrt{100} = \underline{10}$$

$\underline{\underline{AC \text{ er } 10 \text{ m}}}$

b) $\angle A$ er felles og begge trekantene er rettvinklede. Da må $\angle AED = \angle ACB$.
Vinklene i de to trekantene er dermed parvis like store.
Trekantene er derfor formlike.

Da er

$$\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB}$$
$$\frac{DE}{5} = \frac{6}{8}$$
$$DE = \frac{30}{8} = \underline{3,75}$$

$\underline{\underline{DE \text{ er } 3,75 \text{ m}}}$

c) $\square DBCE$ er et trapes.

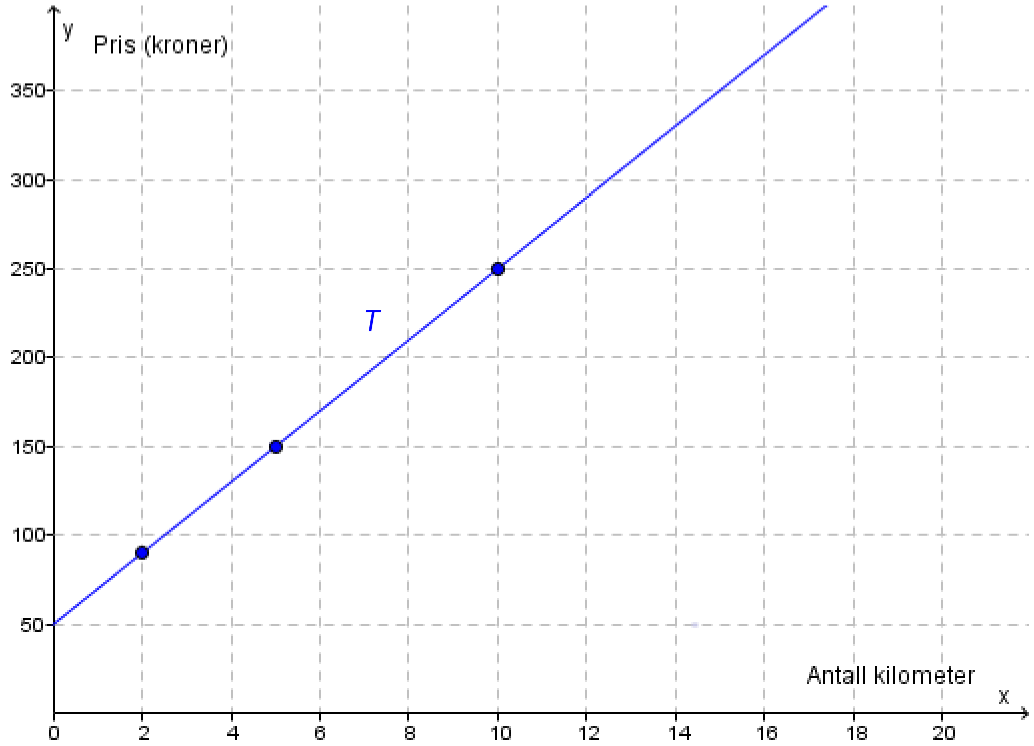
$$\text{Areal} = \frac{(BC + DE) \cdot BD}{2} = \frac{(6 + 3,75) \cdot 3}{2} = \frac{9,75 \cdot 3}{2} = \frac{27 + 2,25}{2} = \frac{29,25}{2} = \underline{14,625}$$

$\underline{\underline{\text{Arealet er } 14,625 \text{ m}^2}}$

Oppgave 9 (1 poeng + 1 poeng + 1 poeng = 3 poeng)

a)

x	2	5	10
$T(x)$	90	150	250



b) <u>Startprisen er 50 kroner. I tillegg koster det 20 kroner per kilometer.</u>

c)

x	2	5	10
$T(x)$	90	150	250
$\frac{T(x)}{x}$	45	30	25

Forholdet mellom pris og antall kilometer er ikke konstant.
Se siste rad i tabellen ovenfor.

<u>Pris og antall kilometer er ikke proporsjonale størrelser.</u>

Oppgave 10 (1 poeng + 2 poeng = 3 poeng)

a) $P(\text{Blått eller grønt}) = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$

b) Her er det to muligheter.

- Først blått, så grønt
- Først grønt, så blått

$$P(\text{En gang blått og en gang grønt}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{64} = \underline{\underline{\frac{3}{16}}}$$

Oppgave 11 (2 poeng)

$1,3 - 1,1 = \underline{0,2}$

For hvert sekund kommer Axel 0,2 m nærmere Benedicte.

$$\frac{50}{0,2} = \frac{500}{2} = \underline{250}$$

Forspranget på 50 m er dermed hentet inn i løpet av 250 s, dvs. 4 min og 10 s.

Vi kan også stille opp en likning for å løse dette problemet:

På x s går Axel i $1,3 \cdot x$ m og Benedicte går $1,1 \cdot x$ m

Hvis Axel skal innhente Benedicte etter x s, må vi ha at

$$1,3x = 1,1x + 50$$
$$0,2x = 50$$
$$x = 250$$

Etter 250 s, dvs. 4 min 10 s vil Axel ta igjen Benedicte.

Løsningsforslag Del 2 (36 poeng)

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.

Eksamenskandidatene må ha tilgang til datamaskin med graftegner og regneark.

Dersom kandidaten velger å skrive besvarelsen av Del 2 for hånd, skal utskrifter fra regneark og graftegner følge med, merkes som vedlegg og refereres til i besvarelsen.

Kandidaten kan også velge å bruke datamaskin på hele Del 2, samle alle løsninger i ett dokument og levere som utskrift.

For skoler som ønsker det, kan Del 2 gjennomføres som IKT-basert eksamen. Alle løsninger skal da samles i én fil og leveres digitalt.

Dette **forslaget** til løsning av Del 2 er utarbeidet med det formål å vise **eksempler** på hvordan oppgavene kan løses, framgangsmåter, føring osv.

Oppgave 1 (1 poeng + 2 poeng + 2 poeng = 5 poeng)

a)

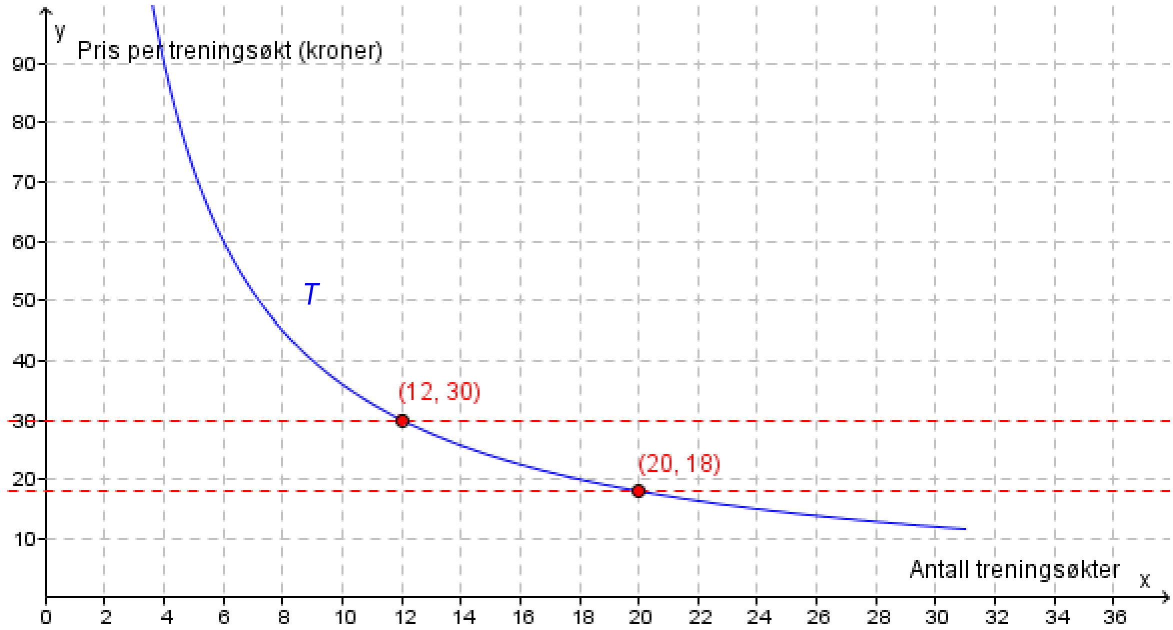
Antall treningsøkter, x	1	5	9	10	18	20	30
Pris per treningsøkt, $T(x)$	360	72	40	36	20	18	12

b) Pris per treningsøkt og antall treningsøkter er omvendt proporsjonale størrelser fordi produktet $x \cdot T(x)$ er konstant. Se siste rad i tabellen nedenfor.

Antall treningsøkter, x	1	5	9	10	18	20	36
Pris per treningsøkt, $T(x)$	360	72	40	36	20	18	10
$x \cdot T(x)$	360	360	360	360	360	360	360

Sammenhengen mellom prisen per treningsøkt $T(x)$ og antall treningsøkter x er $\underline{\underline{T(x) = \dfrac{360}{x}}}$

c)



Jeg tegner grafen til T i GeoGebra. Jeg tegner så de to rette linjene $y=18$ og $y=30$ i samme koordinatsystem og bruker kommandoen «Skjæring mellom to objekt» for å finne skjæringspunktene $(12,30)$ og $(20,18)$ mellom linjene og grafen til T. Se koordinatsystemet ovenfor.

$\underline{\underline{12<x<20}}$

<u>Løsningen viser at dersom jeg trener mellom 12 og 20 ganger en måned, vil prisen per treningsøkt være mellom 18 og 30 kroner.</u>

Oppgave 2 (1 poeng + 1 poeng + 1 poeng = 3 poeng)

a)

	Twitter	**Ikke Twitter**	**Sum**
Facebook	**12**	12	24
Ikke Facebook	**1**	**2**	3
Sum	13	**14**	**27**

b)

$$P(\text{En elev som bruker Facebook, bruker også Twitter}) = \frac{12}{24} = \underline{\underline{0,5}}$$

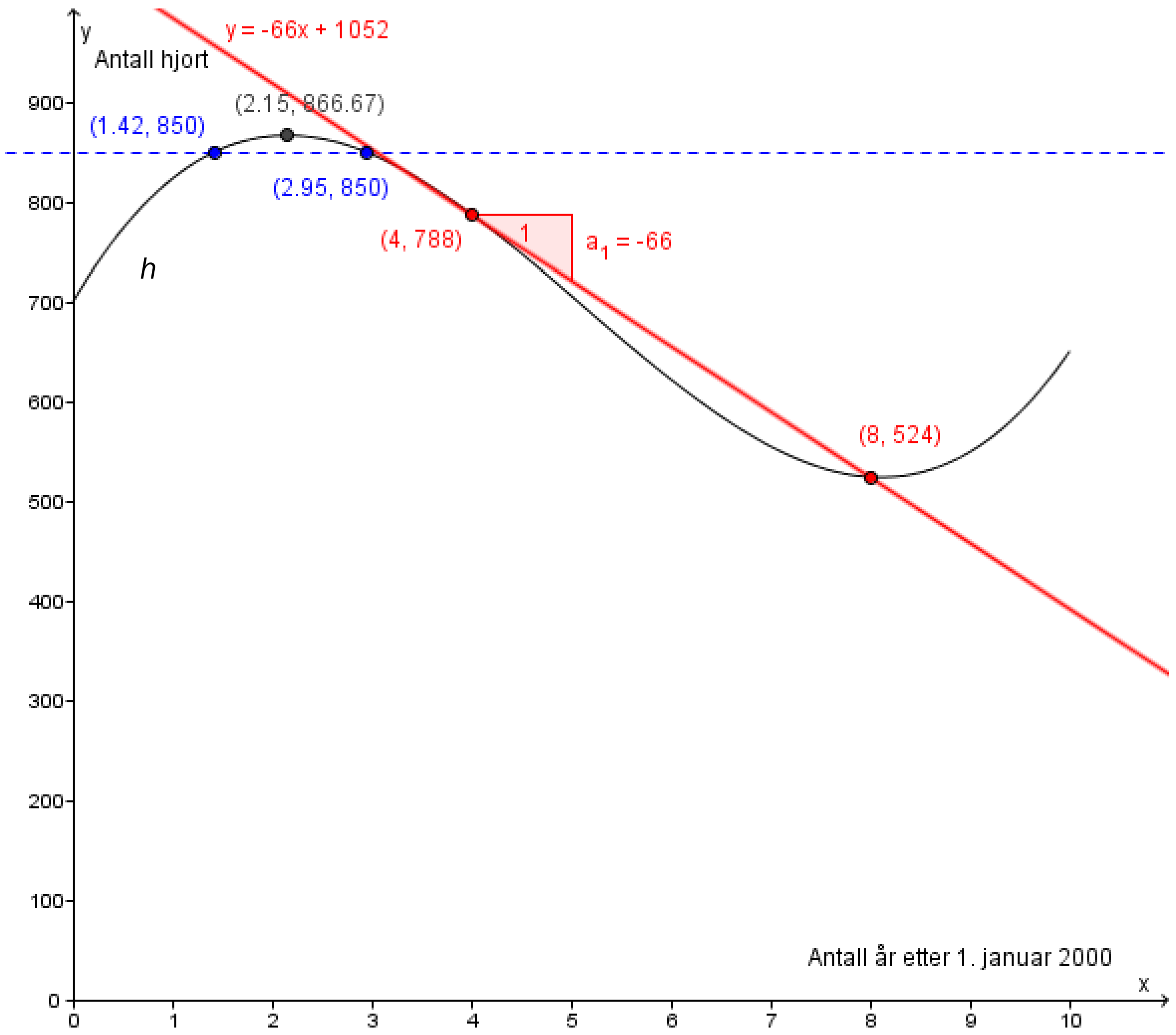
c)

$$P(\text{Minst én av de to elevene bruker Twitter}) =$$

$$1 - P(\text{Ingen av de to elevene bruker Twitter}) = 1 - \frac{14}{27} \cdot \frac{13}{26} = \underline{\underline{\frac{20}{27}}}$$

Oppgave 3 (2 poeng + 2 poeng + 2 poeng = 6 poeng)

a) Jeg tegner grafen til h i GeoGebra for $0 \leq x \leq 10$ siden funksjonen er en god modell for antall hjort i kommunen i perioden 2000–2010.



Jeg bruker kommandoen «Ekstremalpunkt» og finner toppunktet $(2{,}15\ ,\ 866{,}67)$. Se koordinatsystemet ovenfor.

<u>Hjortebestanden var størst i 2002. Da var det ca. 870 hjort i kommunen.</u>

b) Jeg tegner linja $y = 850$ i samme koordinatsystem som grafen til h og finner skjæringspunktene $(1{,}42\ ,\ 850)$ og $(2{,}95\ ,\ 850)$ ved å bruke kommandoen «Skjæring mellom to objekt». Se koordinatsystemet ovenfor.
Likningen $h(x) = 850$ har to løsninger.

<u>Løsningene forteller at det var 850 hjort i kommunen omtrent midtveis i 2001 og mot slutten av 2003.</u>

c) Jeg markerer punktene $(4, h(4))$ og $(8, h(8))$ i samme koordinatsystem som grafen til h. Jeg tegner så en linje gjennom de to punktene ved å bruke kommandoen «Linje gjennom to punkt». Linjen har likningen $\underline{\underline{y = -66x + 1052}}$. Stigningstallet er -66.

(Dette har jeg også markert i koordinatsystemet ved å bruke kommandoen «Stigning».)

<u>Stigningstallet forteller at hjortebestanden i gjennomsnitt gikk ned med 66 dyr per år fra 1. januar 2004 til 1. januar 2008.</u>

Oppgave 4 (3 poeng + 1 poeng = 4 poeng)

a) Regneark som beregner Tommys nettolønn:

	A	B	C	D
3				
4	**Timelønn:**	kr 168,00		
5				
6	**Antall timer innenfor ordinær arbeidstid:**			37,5
7	**Antall timer med overtidstillegg 50 %:**			10
8	**Antall timer med overtidstillegg 100 %:**			4
9				
10				
11	**Pensjonstrekk:**		2 %	
12	**Fagforeningskontingent:**		1,4 %	
13	**Skatteprosent:**		36 %	
14				
15				
16	**Lønn, ordinær arbeidstid:**		kr 6 300,00	
17	**Lønn, overtid:**		kr 3 864,00	
18				
19	**Bruttolønn:**		kr 10 164,00	
20				
21	**Pensjonstrekk:**		kr 126,00	
22	**Fagforeningskontingent:**		kr 142,30	
23				
24	**Trekkgrunnlag:**		kr 9 895,70	
25				
26	**Skatt:**		kr 3 562,45	
27				
28	**Nettolønn:**		kr 6 333,25	

> I eksamensveiledningen for matematikk i videregående opplæring 2014 står blant annet følgende om bruk av regneark:
>
> «Ved bruk av regneark bør eleven i størst mulig grad benytte formler, slik at løsningen blir dynamisk, det vil si at løsningen endres dersom tallene i en oppgave endres.»

Formlene som er brukt i regnearket:

I eksamensveiledningen står det videre:

«Eleven skal enten ta en formelutskrift av regnearket eller skrive formlene som er brukt, i en tekstboks.»

	A	B	C	D
3				
4	**Timelønn:**	168		
5				
6	**Antall timer innenfor ordinær arbeidstid:**			37,5
7	**Antall timer med overtidstillegg 50 %:**			10
8	**Antall timer med overtidstillegg 100 %:**			4
9				
10				
11	**Pensjonstrekk:**		0,02	
12	**Fagforeningskontingent:**		0,014	
13	**Skatteprosent:**		0,36	
14				
15				
16	**Lønn, ordinær arbeidstid:**		=D6*B4	
17	**Lønn, overtid:**		=D7*B4*1,5+D8*B4*2	
18				
19	**Bruttolønn:**		=C16+C17	
20				
21	**Pensjonstrekk:**		=C11*C16	
22	**Fagforeningskontingent:**		=C12*C19	
23				
24	**Trekkgrunnlag:**		=C19-C21-C22	
25				
26	**Skatt:**		=C24*C13	
27				
28	**Nettolønn:**		=C24-C26	

b)

	A	B	C	D
1	**Lønnsberegninger**			
2	**Navn:**	Tina		
3				
4	**Timelønn:**	kr 172,00		
5				
6	**Antall timer innenfor ordinær arbeidstid:**			37,5
7	**Antall timer med overtidstillegg 50 %:**			13
8	**Antall timer med overtidstillegg 100 %:**			15
9				
10				
11	**Pensjonstrekk:**		2 %	
12	**Fagforeningskontingent:**		kr 200,00	
13	**Skatteprosent:**		42 %	
14				
15				
16	**Lønn, ordinær arbeidstid:**		kr 6 450,00	
17	**Lønn, overtid:**		kr 8 514,00	
18				
19	**Bruttolønn:**		kr 14 964,00	
20				
21	**Pensjonstrekk:**		kr 129,00	
22	**Fagforeningskontingent:**		kr 200,00	
23				
24	**Trekkgrunnlag:**		kr 14 635,00	
25				
26	**Skatt:**		kr 6 146,70	
27				
28	**Nettolønn:**		kr 8 488,30	

Formlene som er brukt i regnearket:

	A	B	C	D
1	**Lønnsberegninger**			
2	**Navn:**	Tina		
3				
4	**Timelønn:**	172		
5				
6	**Antall timer innenfor ordinær arbeidstid:**			37,5
7	**Antall timer med overtidstillegg 50 %:**			13
8	**Antall timer med overtidstillegg 100 %:**			15
9				
10				
11	**Pensjonstrekk:**		0,02	
12	**Fagforeningskontingent:**		200	
13	**Skatteprosent:**		0,42	
14				
15				
16	**Lønn, ordinær arbeidstid:**		=D6*B4	
17	**Lønn, overtid:**		=D7*B4*1,5+D8*B4*2	
18				
19	**Bruttolønn:**		=C16+C17	
20				
21	**Pensjonstrekk:**		=C11*C16	
22	**Fagforeningskontingent:**		=C12	
23				
24	**Trekkgrunnlag:**		=C19-C21-C22	
25				
26	**Skatt:**		=C24*C13	
27				
28	**Nettolønn:**		=C24-C26	

Oppgave 5 (3 poeng + 1 poeng = 4 poeng)

Oppgaven kan for eksempel løses ved å bruke betingelser (HVIS-setninger).

Eksamenskandidatene vil kunne få bruk for å sette opp betingelser i regneark.

a)

	A	B	C	D			
1	**Skatt og avgifter - Hanna**						
2	År 2013						
3							
4	**Personinntekt:**	kr 550 000,00					
5	**Fradrag:**	kr 140 450,00					
6							
7	**Trygdeavgift:**	7,8 %					
8	**Toppskatt, Trinn 1:**	9 %		Grense:	kr 509 600,00		kr 3 636,00
9	**Toppskatt, Trinn 2:**	12 %		Grense:	kr 828 300,00		kr -
10							
11	**Inntektsskatt:**	28 %					
12							
13							
14	**Trygdeavgift:**	kr 42 900,00					
15	**Toppskatt:**	kr 3 636,00					
16							
17	**Trekkgrunnlag:**	kr 409 550,00					
18							
19	**Inntektsskatt:**	kr 114 674,00					
20							
21	**Nettoinntekt:**	kr 388 790,00					

Formlene som er brukt i regnearket:

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Skatt og avgifter - Hanna**						
2	År 2013						
3							
4	**Personinntekt:**	550000					
5	**Fradrag:**	140450					
6							
7	**Trygdeavgift:**	0,078					
8	**Toppskatt, Trinn 1:**	0,09		Grense:	509600		=HVIS(B4>E9;(E9-E8)*B8;HVIS(B4>E8;(B4-E8)*B8;0))
9	**Toppskatt, Trinn 2:**	0,12		Grense:	828300		=HVIS(B4>E9;(B4-E9)*B9;0)
10							
11	**Inntektsskatt:**	0,28					
12							
13							
14	**Trygdeavgift:**	=B7*B4					
15	**Toppskatt:**	=G8+G9					
16							
17	**Trekkgrunnlag:**	=B4-B5					
18							
19	**Inntektsskatt:**	=B17*B11					
20							
21	**Nettoinntekt:**	=B4-B14-B15-B19					

b)

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Skatt og avgifter - Hanna**						
2	År 2014						
3							
4	**Personinntekt:**	kr 925 000,00					
5	**Fradrag:**	kr 280 950,00					
6							
7	**Trygdeavgift:**	8,2 %					
8	**Toppskatt, Trinn 1:**	9 %		Grense:	kr 527 400,00		kr 29 691,00
9	**Toppskatt, Trinn 2:**	12 %		Grense:	kr 857 300,00		kr 8 124,00
10							
11	**Inntektsskatt:**	27 %					
12							
13							
14	**Trygdeavgift:**	kr 75 850,00					
15	**Toppskatt:**	kr 37 815,00					
16							
17	**Trekkgrunnlag:**	kr 644 050,00					
18							
19	**Inntektsskatt:**	kr 173 893,50					
20							
21	**Nettoinntekt:**	kr 637 441,50					

Her kreves ikke ny visning av formler.

Oppgave 6 (2 poeng + 1 poeng + 2 poeng + 2 poeng = 7 poeng)

a)

	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	kr 60 000,00			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	1,05
4	Antall år	10			
5					
6					
7	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
8	1	kr 60 000,00	kr 63 000,00		
9	2	kr 63 000,00	kr 66 150,00		
10	3	kr 66 150,00	kr 69 457,50		
11	4	kr 69 457,50	kr 72 930,38		
12	5	kr 72 930,38	kr 76 576,89		
13	6	kr 76 576,89	kr 80 405,74		
14	7	kr 80 405,74	kr 84 426,03		
15	8	kr 84 426,03	kr 88 647,33		
16	9	kr 88 647,33	kr 93 079,69		
17	10	kr 93 079,69	kr 97 733,68		

Eksamenskandidatene må kunne bruke både relative og absolutte cellereferanser.

Formlene som er brukt:

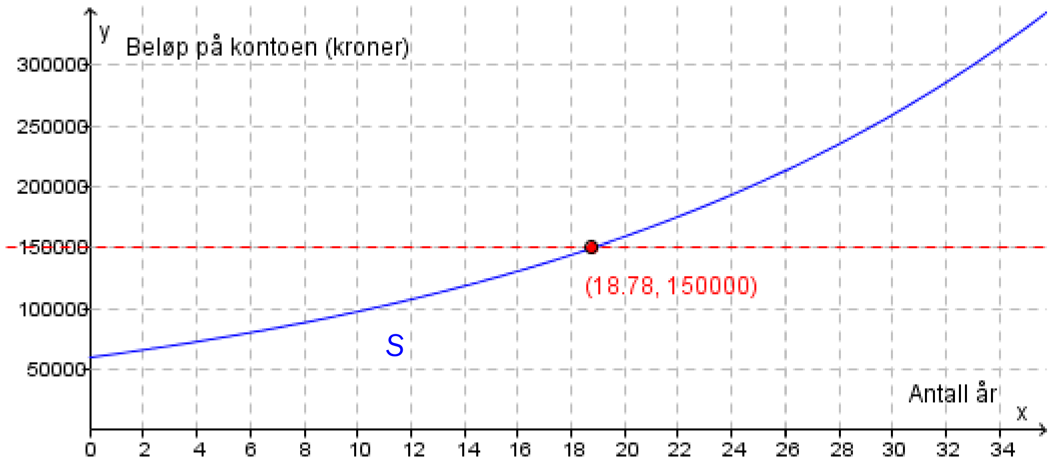
	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	60000			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	=1+B3/100
4	Antall år	10			
5					
6					
7	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
8	1	=B2	=B8*E3		
9	=A8+1	=C8	=B9*E3		
10	=A9+1	=C9	=B10*E3		
11	=A10+1	=C10	=B11*E3		
12	=A11+1	=C11	=B12*E3		
13	=A12+1	=C12	=B13*E3		
14	=A13+1	=C13	=B14*E3		
15	=A14+1	=C14	=B15*E3		
16	=A15+1	=C15	=B16*E3		
17	=A16+1	=C16	=B17*E3		

b)

	A	B	C	D	E
1					
2	Sparebeløp	kr 60 000,00			
3	Rente per år (%)	5		Vekstfaktor	1,05
4	Antall år	10			
5					
6					
7	År	Begynnelsen av året	Slutten av året		
8	1	kr 60 000,00	kr 63 000,00		
9	2	kr 63 000,00	kr 66 150,00		
10	3	kr 66 150,00	kr 69 457,50		
11	4	kr 69 457,50	kr 72 930,38		
12	5	kr 72 930,38	kr 76 576,89		
13	6	kr 76 576,89	kr 80 405,74		
14	7	kr 80 405,74	kr 84 426,03		
15	8	kr 84 426,03	kr 88 647,33		
16	9	kr 88 647,33	kr 93 079,69		
17	10	kr 93 079,69	kr 97 733,68		
18	11	kr 97 733,68	kr 102 620,36		
19	12	kr 102 620,36	kr 107 751,38		
20	13	kr 107 751,38	kr 113 138,95		
21	14	kr 113 138,95	kr 118 795,90		
22	15	kr 118 795,90	kr 124 735,69		
23	16	kr 124 735,69	kr 130 972,48		
24	17	kr 130 972,48	kr 137 521,10		
25	18	kr 137 521,10	kr 144 397,15		
26	19	kr 144 397,15	kr 151 617,01		

<u>I løpet av det 19. året passerer beløpet i banken 150 000 kroner.</u>

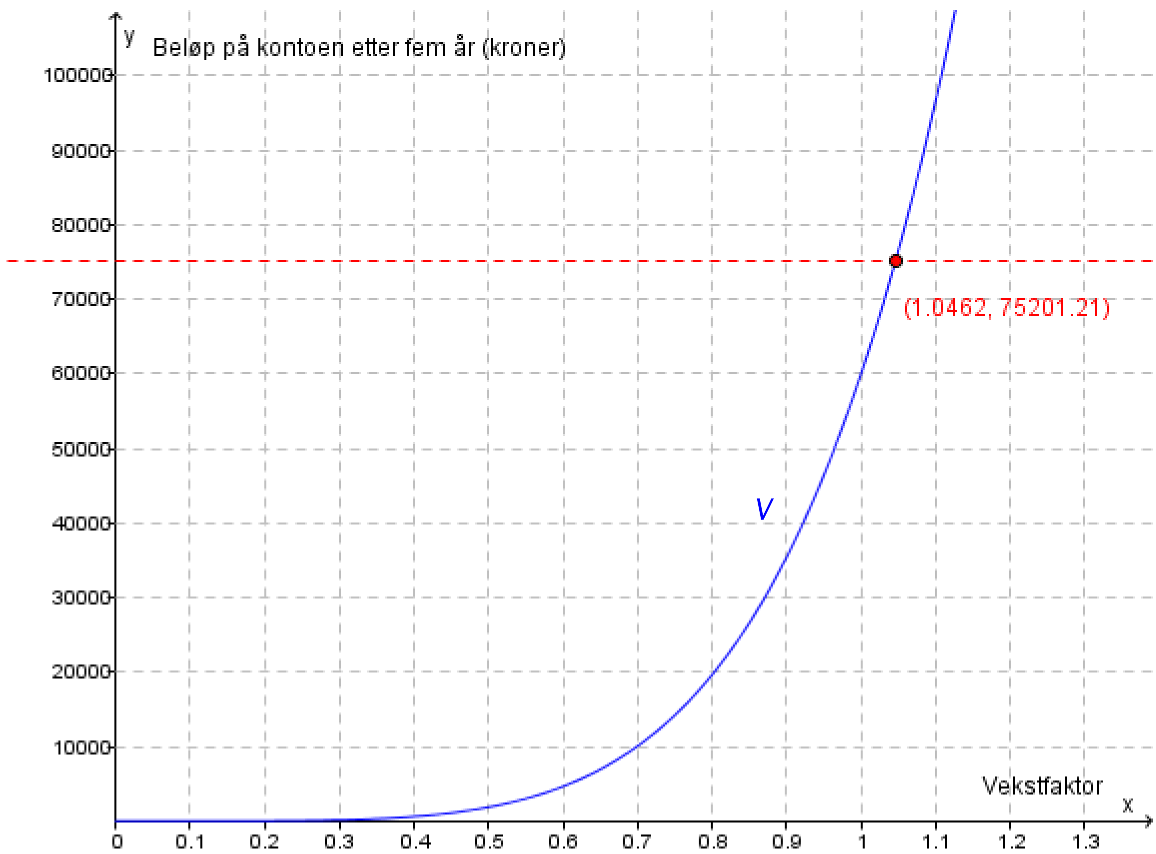
c)



Jeg tegner grafen til funksjonen $S(x) = 60000 \cdot 1{,}05^x$ sammen med linjen $y = 150000$ i et koordinatsystem. Jeg finner skjæringspunktet $(18{,}78\ ,\ 150000)$ ved å bruke kommandoen «Skjæring mellom to objekt». Se koordinatsystemet ovenfor.

<u>I løpet av det 19. året passerer beløpet i banken 150 000 kroner.</u>

d) Jeg velger å løse oppgaven grafisk.



Jeg setter vekstfaktoren lik x og tegner grafen til funksjonen $V(x) = 60\,000 \cdot x^5$ i et koordinatsystem sammen med den rette linja $y = 75\,201{,}21$. Jeg finner skjæringspunktet $(1{,}0462\ ,\ 75201{,}21)$ ved å bruke kommandoen «Skjæring mellom to objekt». Se koordinatsystemet ovenfor.

En vekstfaktor på 1,0462 svarer til en rente på 4,62 %.

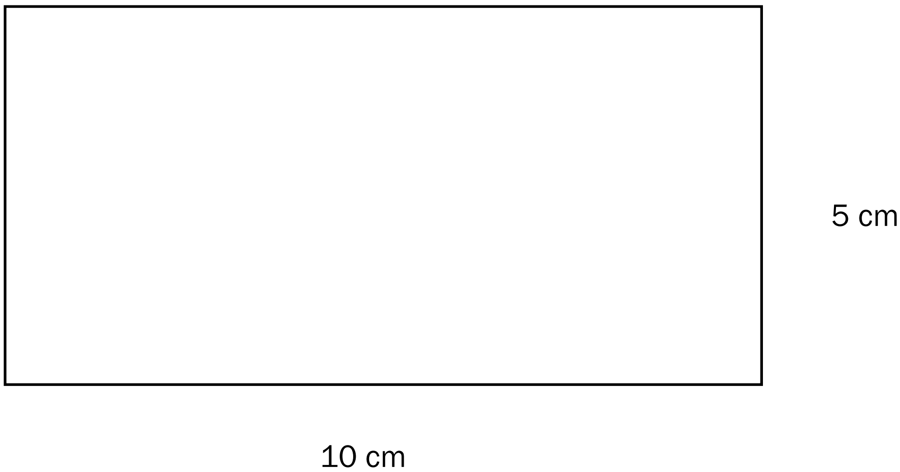
Den prosentvise årlige renten er 4,62.

Oppgave 7 (1 poeng + 2 poeng + 2 poeng + 2 poeng = 7 poeng)

a) Målestokk 1 : 250.
1 cm på tegning tilsvarer 250 cm = 2,5 m i virkeligheten.

$$\frac{25}{2{,}5} = \underline{\underline{10}} \qquad \frac{12{,}5}{2{,}5} = \underline{\underline{5}}$$

Jeg må da tegne et rektangel med sider 10 cm og 5 cm.



b) Lengden AB er hypotenus i en rettvinklet trekant. Den ene kateten har lengde 25,0 m – 6,25 m – 12,5 m = 6,25 m. Den andre kateten har lengde
3,5 m – 1,2 m = 2,3 m.

Jeg bruker Pytagoras' setning.

$$AB^2 = 6{,}25^2 + 2{,}3^2$$
$$AB^2 = 44{,}35$$
$$AB = \sqrt{44{,}35}$$
$$AB = \underline{\underline{6{,}66}}$$

Lengden AB er 6,7 m

$$AB \cdot AD = 6{,}66 \cdot 12{,}5 \approx \underline{83{,}3}$$

Arealet av skråplanet *ABCD* er 83,3 m^2

c) Den sideflaten i bassenget som vender mot meg er sammensatt av et rektangel og et trapes. Jeg bruker dette og får:

$$25 \cdot 12{,}5 \cdot 1{,}2 + \frac{(12{,}5 + 6{,}25) \cdot 2{,}3}{2} \cdot 12{,}5 \approx 375 + 269{,}5 = \underline{644{,}5}$$

Volumet av svømmebassenget er 645 m^3

d) 2 h og 15 min er 135 min
Det tappes ut 300 L per minutt

$$300 \cdot 135 = \underline{40\,500}$$

Etter 2 h og 15 min er 40 500 L = $40{,}5 \text{ m}^3$ tappet ut.
Dette er mindre vann enn det er i den øvre delen av bassenget.
(Se løsningen av oppgave c.)

Jeg bruker formelen for volum av et rett firkantet prisme og setter høyden lik x

$$\begin{aligned} 25 \cdot 12{,}5 \cdot x &= 40{,}5 \\ 312{,}5x &= 40{,}5 \\ x &= \frac{40{,}5}{312{,}5} \\ x &= \underline{0{,}1296} \end{aligned}$$

$$0{,}1296 \text{ m} = 12{,}96 \text{ cm} \approx \underline{13 \text{ cm}}$$

Vannstanden har da sunket med 13 cm.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet