Utdannings-
direktoratet

Eksamen

16.11.2021

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruka hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 8 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Ski: www.visitoslo.com (10.05.2021) • Dyrespor: https://pixabay.com/no/ (03.10.2021) • Silhuett: https://pixabay.com/no/ (03.10.2021) • Andreas og Markus: https://pixabay.com/no/ (03.10.2021) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Likninga for ei linje ℓ er gitt ved $y = -2x + 9$
Ei anna linje m er parallell med linja ℓ og går gjennom punktet $(5,-6)$.

Bestem likninga for linja m.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Om ein rettvinkla trekant ABC får du vite at

- $\cos\angle A = \dfrac{1}{2}$
- $\sin\angle C = \dfrac{1}{2}$
- $AB = 4$

Bestem AC.

Oppgåve 3 (3 poeng)

Løys likninga

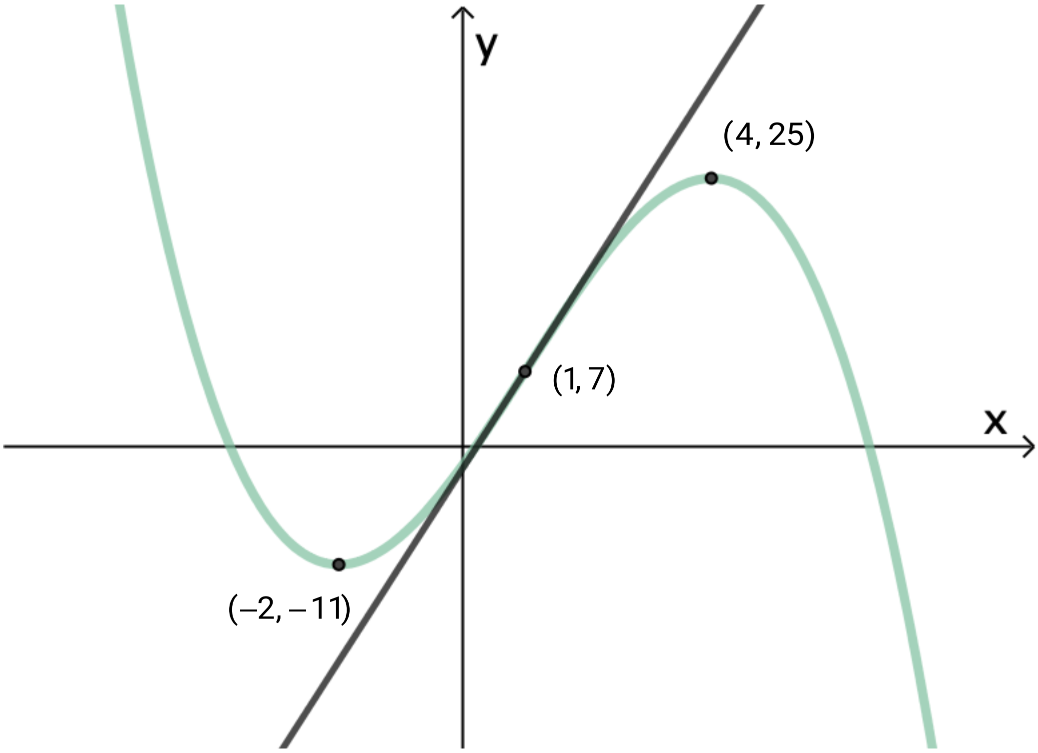
$$x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = 0$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Vis at likningssystemet ikkje har løysing

$$\begin{bmatrix} x^2+2x-y=-1 \\ x+y=-2 \end{bmatrix}$$

Oppgåve 5 (3 poeng)



Ovanfor ser du grafen til ein tredjegradsfunksjon f. Grafen har botnpunkt $(-2,-11)$ og toppunkt $(4, 25)$. Likninga for tangenten til grafen i punktet $(1, 7)$ er $y = 9x - 2$.

Skisser grafen til den deriverte funksjonen, f'.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 **(4 poeng)**

Ein nettbutikk vil starte sal av ein ny type ski 1. november 2022.

Anta at funksjonen S gitt ved

$$S(x)=0{,}75x^3-59{,}5x^2+1200x \quad , \quad x\in\left[0, 52\right]$$

kan brukast som ein modell for kor mange par ski $S(x)$ butikken vil kunne selje per veke x veker etter salsstart.

a) Kor mange veker vil butikken kunne selje meir enn 5000 par ski, ifølgje modellen?

b) Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen S når $x=30$.
Gi ei praktisk tolking av svaret.

Oppgåve 2 (8 poeng)

Ein dyrebestand består i dag av 500 dyr. Ein forskar antar at bestanden vil doble seg i løpet av de ti neste åra.

a) Set opp ein modell $L(x)$ som viser kor mange dyr det vil vere i bestanden om x år, dersom vi antar at bestanden aukar lineært.

b) Set opp en modell $E(x)$ som viser kor mange dyr det vil vere i bestanden om x år, dersom vi antar at bestanden aukar eksponentielt.

c) Teikn grafen til funksjonen F gitt ved

$$F(x) = L(x) - E(x) \quad , \quad x \in [0,13]$$

d) Bestem toppunktet på grafen til F og skjeringspunkta mellom grafen til F og kvar av dei rette linjene $x = 12$ og $y = 12$.

Gi ei praktisk tolking av svara du får.

Oppgåve 3 **(2 poeng)**

$$\begin{bmatrix} 4x+2y=3 \\ s\cdot x+y=2 \end{bmatrix}$$

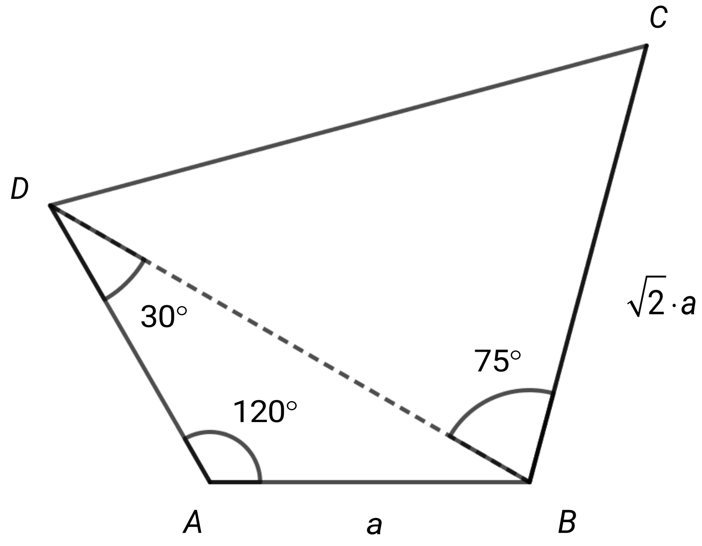
Kva verdi må s ha for at likningssystemet ikkje skal ha løysing?

Oppgåve 4 **(3 poeng)**

I dag er Monica 72 år yngre enn Sissel.
Om fem år vil Sissel vere fire gonger så gammal som Monica.

Kor mange år er Monica og Sissel i dag?

Oppgåve 5 **(6 poeng)**



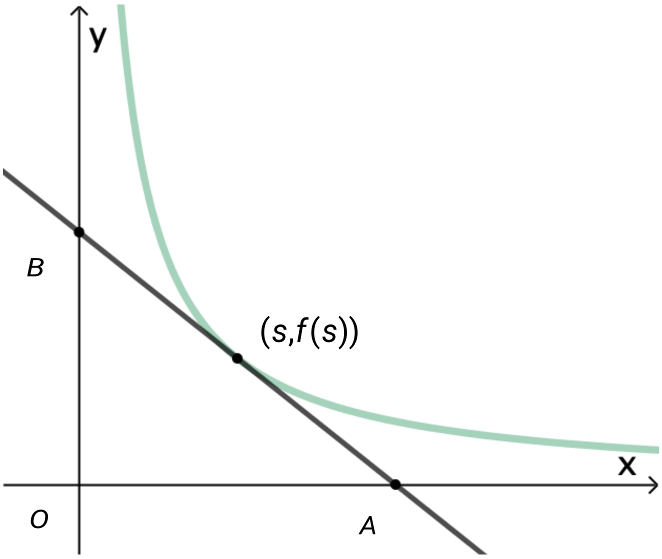
Gitt firkanten *ABCD*.

a) Vis at $BD = \sqrt{3}\cdot a$

b) Bestem eit eksakt uttrykk for omkrinsen av firkanten.

c) Bestem a slik at arealet av firkanten blir lik $\sqrt{3}$

Oppgåve 6 **(5 poeng)**



Skissa ovanfor viser grafen til funksjonen f gitt ved $f(x)=\dfrac{1}{x}$ og tangenten til grafen i punktet $(s,f(s))$.

a) Vis at likninga for tangenten er

$$y=-\frac{1}{s^2}\cdot x+\frac{2}{s}$$

Tangenten skjer koordinataksane i punkta A og B.

b) Bestem koordinatane til A og B uttrykt ved s.

c) Bestem arealet av $\triangle OAB$.

Oppgåve 7 (8 poeng)

Figur 1

Figur 2

Marius og Maria arbeider i ein daglegvarebutikk. Dei skal stable boksar med erter.

Marius stablar boksane som vist i figur 1.
I figur 1 har han laga eit tårn med fire etasjar.

a) Kor mange boksar treng Marius for å lage eit tårn med 20 etasjar, dersom han stablar boksane på denne måten?

Marius har 400 boksar.

b) Kor mange etasjar vil det vere i det største tårnet han kan lage?

Maria vil stable boksane som vist i figur 2.
I figur 2 har ho laga eit tårn med tre etasjar.

c) Kor mange boksar treng Maria for å lage eit tårn med 20 etasjar, dersom ho stablar boksane på denne måten?

Maria har 4000 boksar.

d) Kor mange etasjar vil det vere i det største tårnet ho kan lage?

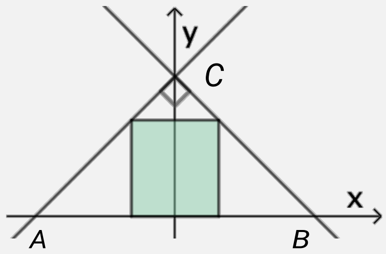
Oppgåve 8 (12 poeng)

Klassen til Andreas og Markus arbeider med oppgåva nedanfor.

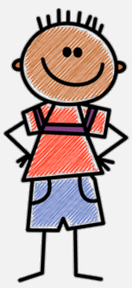
Eit rektangel er innskrive i ein likebein, rettvinkla trekant ABC som vist på figuren.

Hypotenusen AB i trekanten har lengde $2a$.

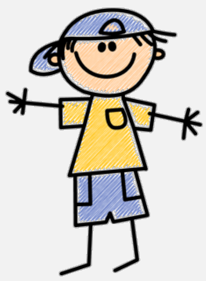
Undersøk kor stort areal rektangelet kan få.



Andreas og Markus diskuterer korleis dei skal komme i gang og vurderer ulike strategiar.



Skal vi først setje $a = 2$ og teikne trekanten?
Vinkel A og vinkel B er jo $45°$, så det klarar vi.
Kan vi bruke datamaskinen til dette?



Ja, og så teiknar vi ulike rektangel som er innskrivne i trekanten og finn areala av desse.

Etterpå kan vi teikne trekanten når $a = 3$.
Vi må være litt systematiske. Her er ein tabell vi kan bruke som utgangspunkt. Kanskje vi ser eit mønster? Ein samanheng mellom verdien av a og det største arealet rektangelet kan få?

Lengde rektangel	1	2	3	4	5	6	7
Areal rektangel når $a = 2$							
Areal rektangel når $a = 3$							
Areal rektangel når $a = 4$							

Etterpå må vi prøve å bevise at samanhengen vi kjem fram til gjeld generelt, altså for alle verdiar av a.

Trine og Nora seier at dei har funne ut at den rette linja gjennom B og C er gitt ved $y = -x + a$. Kan det stemme?

Arealet av rektangelet er jo lengde · breidde. Vil det då bli $2x \cdot y$?

Ta utgangspunkt i og kommenter det Andreas og Markus har funne ut og løys oppgåva klassen har fått.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 8 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. • Ski: www.visitoslo.com (10.05.2021) • Dyrespor: https://pixabay.com/no/ (03.10.2021) • Silhuett: https://pixabay.com/no/ (03.10.2021) • Andreas og Markus: https://pixabay.com/no/ (03.10.2021) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 **(2 poeng)**

Likningen for en linje ℓ er gitt ved $y = -2x + 9$
En annen linje m er parallell med linjen ℓ og går gjennom punktet $(5, -6)$.
Bestem likningen for linjen m.

Oppgave 2 **(2 poeng)**

Om en rettvinklet trekant ABC får du vite at

- $\cos \angle A = \frac{1}{2}$
- $\sin \angle C = \frac{1}{2}$
- $AB = 4$

Bestem AC.

Oppgave 3 **(3 poeng)**

Løs likningen

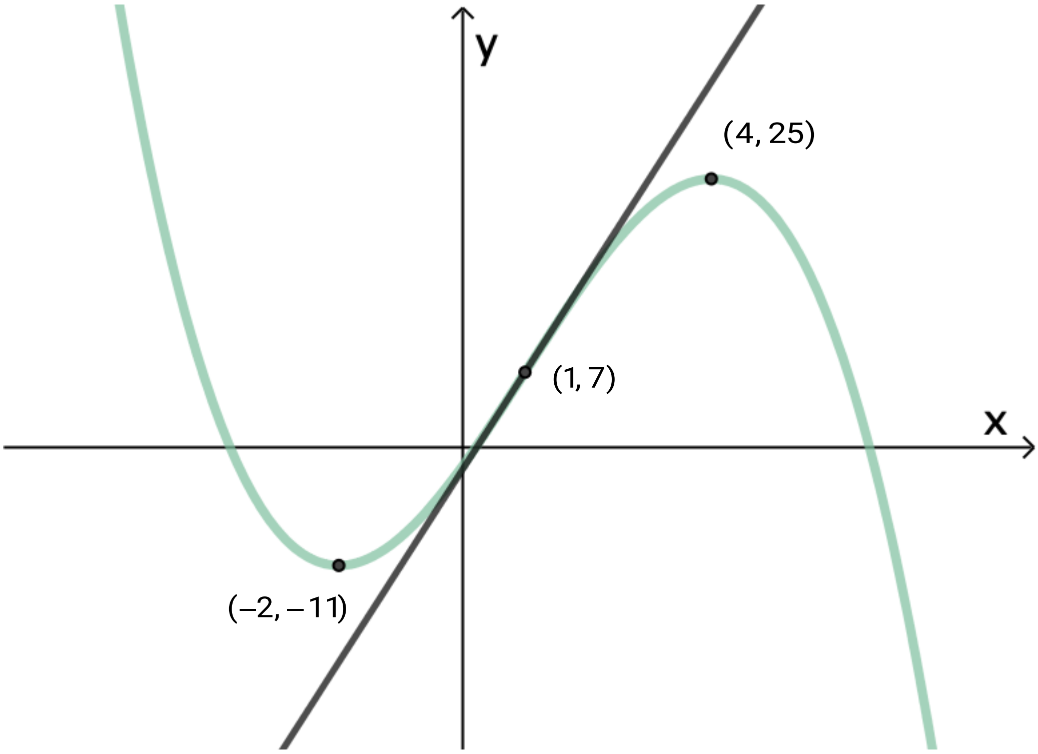
$$x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = 0$$

Oppgave 4 **(2 poeng)**

Vis at likningssystemet ikke har løsning

$$\begin{bmatrix} x^2+2x-y=-1 \\ x+y=-2 \end{bmatrix}$$

Oppgave 5 **(3 poeng)**



Ovenfor ser du grafen til en tredjegradsfunksjon f. Grafen har bunnpunkt $(-2,-11)$ og toppunkt $(4,25)$. Likningen for tangenten til grafen i punktet $(1,7)$ er $y=9x-2$.

Skisser grafen til den deriverte funksjonen, f'.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 **(4 poeng)**

En nettbutikk vil starte salg av en ny type ski 1. november 2022.

Anta at funksjonen S gitt ved

$$S(x) = 0{,}75x^3 - 59{,}5x^2 + 1200x \quad , \quad x \in [0, 52]$$

kan brukes som en modell for hvor mange par ski $S(x)$ butikken vil kunne selge per uke x uker etter salgsstart.

a) Hvor mange uker vil butikken kunne selge mer enn 5000 par ski, ifølge modellen?

b) Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen S når $x = 30$.
Gi en praktisk tolkning av svaret.

Oppgave 2 (8 poeng)

En dyrebestand består i dag av 500 dyr. En forsker antar at bestanden vil doble seg i løpet av de ti neste årene.

a) Sett opp en modell $L(x)$ som viser hvor mange dyr det vil være i bestanden om x år, dersom vi antar at bestanden øker lineært.

b) Sett opp en modell $E(x)$ som viser hvor mange dyr det vil være i bestanden om x år, dersom vi antar at bestanden øker eksponentielt.

c) Tegn grafen til funksjonen F gitt ved

$$F(x) = L(x) - E(x) \quad , \quad x \in [0,13]$$

d) Bestem toppunktet på grafen til F og skjæringspunktene mellom grafen til F og hver av de rette linjene $x = 12$ og $y = 12$.

Gi en praktisk tolkning av svarene du får.

Oppgave 3 (2 poeng)

$$\begin{bmatrix} 4x+2y=3 \\ s\cdot x+y=2 \end{bmatrix}$$

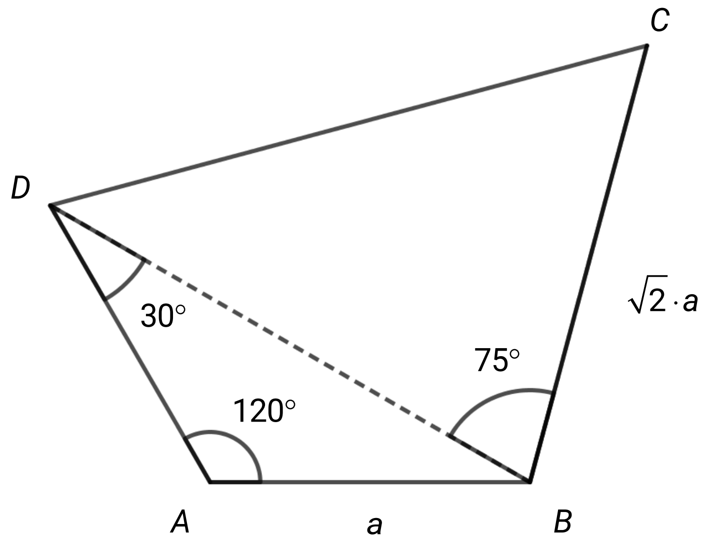
Hvilken verdi må s ha for at likningssystemet ikke skal ha løsning?

Oppgave 4 (3 poeng)

I dag er Monica 72 år yngre enn Sissel.
Om fem år vil Sissel være fire ganger så gammel som Monica.

Hvor mange år er Monica og Sissel i dag?

Oppgave 5 (6 poeng)



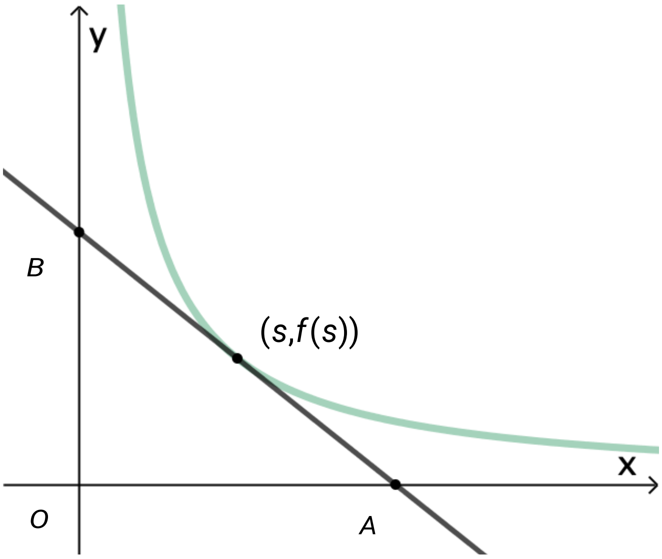
Gitt firkanten $ABCD$.

a) Vis at $BD = \sqrt{3} \cdot a$

b) Bestem et eksakt uttrykk for omkretsen av firkanten.

c) Bestem a slik at arealet av firkanten blir lik $\sqrt{3}$

Oppgave 6 **(5 poeng)**



Skissen ovenfor viser grafen til funksjonen f gitt ved $f(x)=\dfrac{1}{x}$ og tangenten til grafen i punktet $(s,f(s))$.

a) Vis at likningen for tangenten er

$$y=-\frac{1}{s^2}\cdot x+\frac{2}{s}$$

Tangenten skjærer koordinataksene i punktene A og B.

b) Bestem koordinatene til A og B uttrykt ved s.

c) Bestem arealet av $\triangle OAB$.

Oppgave 7 **(8 poeng)**

Figur 1

Figur 2

Marius og Maria arbeider i en dagligvarebutikk. De skal stable bokser med erter.

Marius stabler boksene som vist i figur 1.
I figur 1 har han laget et tårn med fire etasjer.

a) Hvor mange bokser trenger Marius for å lage et tårn med 20 etasjer dersom han stabler boksene på denne måten?

Marius har 400 bokser.

b) Hvor mange etasjer vil det være i det største tårnet han kan lage?

Maria vil stable boksene som vist i figur 2.
I figur 2 har hun laget et tårn med tre etasjer.

c) Hvor mange bokser trenger Maria for å lage et tårn med 20 etasjer dersom hun stabler boksene på denne måten?

Maria har 4000 bokser.

d) Hvor mange etasjer vil det være i det største tårnet hun kan lage?

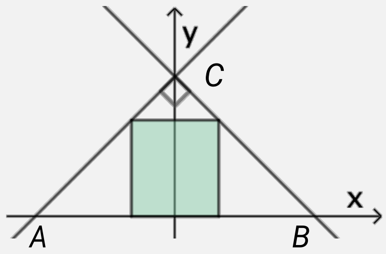
Oppgave 8 (12 poeng)

Klassen til Andreas og Markus arbeider med oppgaven nedenfor.

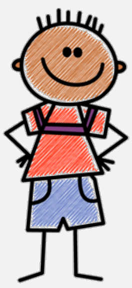
Et rektangel er innskrevet i en likebeint, rettvinklet trekant ABC som vist på figuren.

Hypotenusen AB i trekanten har lengde $2a$.

Undersøk hvor stort areal rektangelet kan få.



Andreas og Markus diskuterer hvordan de skal komme i gang og vurderer ulike strategier.



Skal vi først sette $a = 2$ og tegne trekanten?
Vinkel A og vinkel B er jo $45°$, så det klarer vi.
Kan vi bruke datamaskinen til dette?

Ja, og så tegner vi ulike rektangler som er innskrevet i trekanten og finner arealene av disse.

Etterpå kan vi tegne trekanten når $a = 3$.
Vi må være litt systematiske. Her er en tabell vi kan bruke som utgangspunkt. Kanskje vi ser et mønster? En sammenheng mellom verdien av a og det største arealet rektangelet kan få?

Lengde rektangel	1	2	3	4	5	6	7
Areal rektangel når $a = 2$							
Areal rektangel når $a = 3$							
Areal rektangel når $a = 4$							

Etterpå må vi prøve å bevise at sammenhengen vi kommer fram til gjelder generelt, altså for alle verdier av a.

Trine og Nora sier at de har funnet ut at den rette linja gjennom B og C er gitt ved $y = -x + a$. Kan det stemme?

Arealet av rektangelet er jo lengde · bredde. Vil det da bli $2x \cdot y$?

Ta utgangspunkt i og kommenter det Andreas og Markus har funnet ut og løs oppgaven klassen har fått.

Blank side

Blank side

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!