Utdannings-
direktoratet

Eksamen

20.11.2024

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

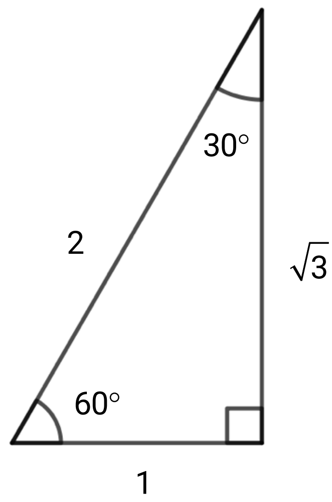
Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarer framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Snorre har funne formelen nedanfor i ei matematikkbok

$$2 \cdot \sin(u) \cdot \cos(u) = \sin(2 \cdot u)$$



Bruk trekanten til høgre og vis at formelen gjeld
når $u = 30°$

Oppgåve 2 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x+3)$$

Bestem koordinatane til botnpunktet på grafen til f .

Oppgåve 3 **(4 poeng)**

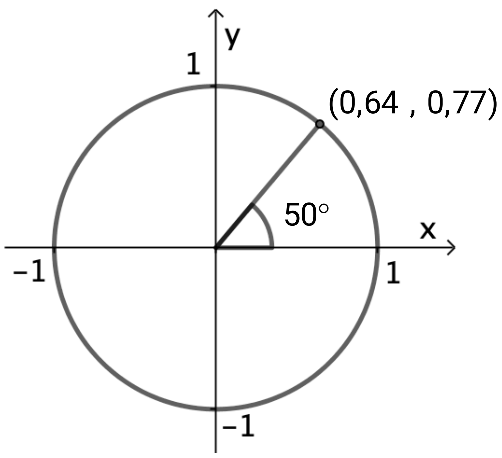
Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 4x - 12$$

Løys ulikskapen $f(x) < 0$ og illustrer løysinga grafisk ved å lage ei skisse.

Oppgåve 4 **(2 poeng)**

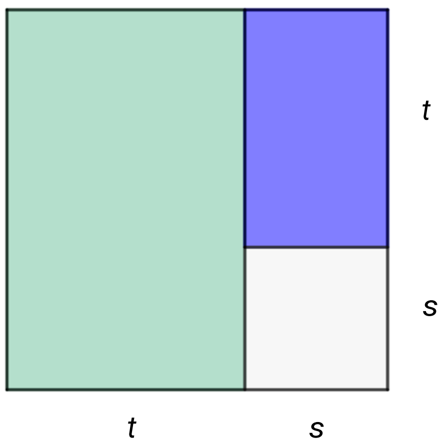
I koordinatsystemet nedanfor har vi teikna ein sirkel med radius $r = 1$.
Punktet $P(0{,}64 \; , \; 0{,}77)$ ligg på sirkelen.



a) Er $\tan 50^\circ > 1$?
Hugs å grunngi svaret ditt.

b) Er $\tan 130^\circ > 0$?
Hugs å grunngi svaret ditt.

Oppgåve 5 **(2 poeng)**



Ovanfor ser du eit lite kvadrat og to rektangel som til saman utgjer eit stort kvadrat.

Kvar side i det vesle kvadratet har lengd s.
Kvar side i det store kvadratet har lengd $s+t$.

Set opp ein matematisk identitet med utgangspunkt i arealet av det store kvadratet.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 **(8 poeng)**

Funksjonen P gitt ved

$$P(x) = 3600 \cdot 0{,}85^x + 600$$

er ein modell som viser kor mange personar som abonnerte på papirutgåva av ei avis x år etter 2010.

a) Vis korleis du på to ulike måtar kan finne ut kor mange personar som abonnerte på papirutgåva i 2010.

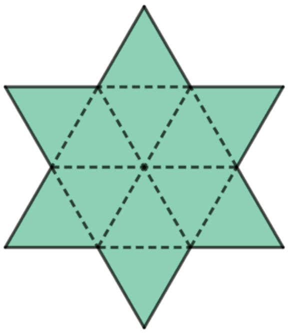
b) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(4, P(4))$ og $(14, P(14))$. Gi ei praktisk tolking av svaret du får.

c) Bestem den momentane vekstfarten når $x = 10$. Gi ei praktisk tolking av svaret du får.

I 2019 abonnerte 1000 personar på den digitale utgåva av avisa. Talet på personar som abonnerte på den digitale utgåva, auka med 5,5 % kvart år frå 2019 til 2024.

d) Kva år var det for første gong fleire personar som abonnerte på den digitale utgåva av avisa enn på papirutgåva?

Oppgåve 2 **(2 poeng)**



Maria skal lage ei stjerne ved å setje saman 12 like store likesida trekantar.
Lengdene av sidekantane i trekantane er 4.

Ved å bruke Pytagoras' setning og arealberekningar har Maria komme fram til at arealet av stjerna vil bli $48\sqrt{3}$.

Vis at du kan komme fram til same resultat ved å bruke trigonometri.

Oppgåve 3 **(2 poeng)**

Ein rasjonal funksjon f har asymptotane $x = 2$ og $y = 4$.
Nullpunktet til funksjonen er $x = -3$.

Bestem eit mogleg funksjonsuttrykk $f(x)$.
Gjer greie for korleis du har tenkt for å komme fram til funksjonsuttrykket.

Oppgåve 4 (4 poeng)

$n!$ blir lese som «n fakultet» og er produktet av dei naturlege tala frå og med 1 til og med n. Sjå døma nedanfor.

$$
\begin{aligned}
1! &= 1 \\
2! &= 1\cdot 2 \\
3! &= 1\cdot 2\cdot 3 \\
4! &= 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 \\
5! &= 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 \\
&\ldots
\end{aligned}
$$

a) Lag eit program som kan rekne ut $n!$ for eit gitt naturleg tal n.
Bruk programmet til å rekne ut $5!$, $10!$ og $15!$

$100!$ er eit produkt av 100 faktorar, $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot 99\cdot 100$

b) Gjer greie for kva faktorar som gjer at det er 24 nullar i slutten av talet $100!$

Oppgåve 5 (3 poeng)

Du får vite dette om ein tredjegradsfunksjon f som er gitt ved

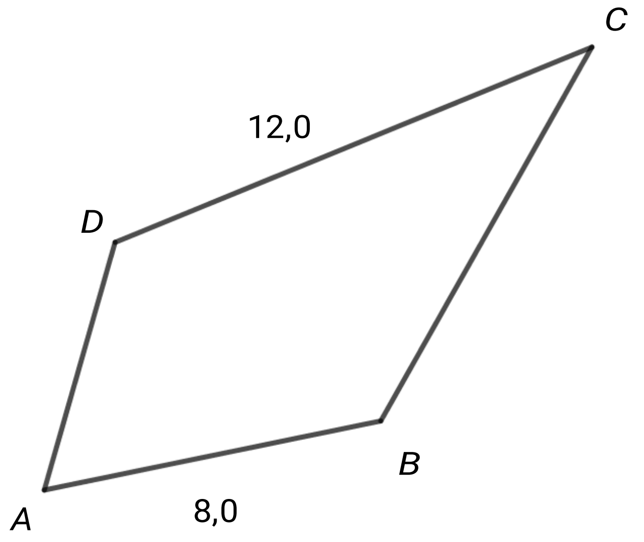
$$f(x) = a\cdot x^3 + b\cdot x^2 + c\cdot x + d$$

- Grafen til f går gjennom punktet $(2,\ 6)$.
- Punktet $(-2,\ 8)$ er eit toppunkt på grafen til f.
- Tangenten til grafen til f i punktet $(3,\ f(3))$ har stigningstal 4.

Bruk opplysningane ovanfor til å bestemme a, b, c og d.

Oppgåve 6 **(4 poeng)**

Klassen til Isabel og Anniken skal vise at dei kan bruke trigonometri for å bestemme arealet av figuren nedanfor.



Læraren har delt klassen i grupper og gitt kvar gruppe nokre opplysningar i tillegg til informasjonen ein kan lese ut frå figuren.

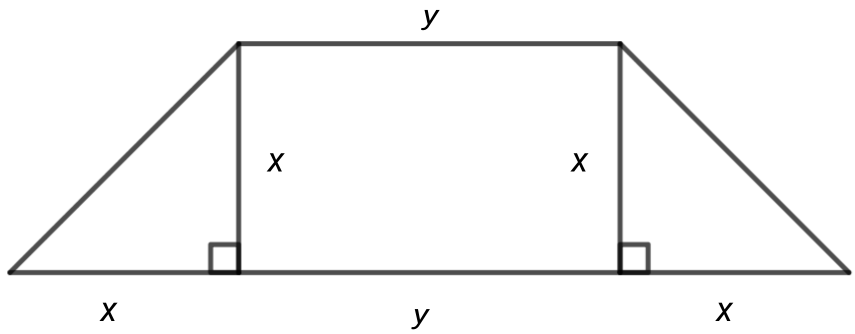
Gruppa til Isabel har fått vite at $AD = 6{,}0$, $BC = 10{,}0$ og at diagonalen $AC = 16{,}4$

a) Vis korleis gruppa til Isabel kan bestemme arealet ved å bruke opplysningane dei har tilgang til. Hugs å gjere greie for kva trigonometriske samanhengar du bruker.

Gruppa til Anniken har fått vite at $\angle A = 62{,}5^\circ$, $\angle C = 38{,}3^\circ$, $\angle ABD = 45{,}5^\circ$ og $\angle CBD = 85{,}5^\circ$

b) Vis korleis gruppa til Anniken kan bestemme arealet ved å bruke opplysningane dei har tilgang til. Hugs å gjere greie for kva trigonometriske samanhengar du bruker.

Oppgåve 7 **(8 poeng)**



Else skal gjerde inn tre område for å lage ein grønsakhage. Det største området skal ha form som eit rektangel og dei to minste som likebeinte rettvinkla trekantar. Sjå figuren ovanfor.

Else skal setje opp gjerde langs alle linjestykka som er viste på figuren ovanfor.
Ho har til saman 100 m gjerde som ho vil bruke.

a) Kor stort blir arealet av grønsakhagen dersom ho vel at katetane i trekantane skal vere 8 meter?

b) Lag ei oversikt som viser korleis arealet av grønsakhagen endrar seg dersom ho vel andre lengder på katetane. Av oversikta skal Else kunne sjå omtrent kor lange katetane må vere for at arealet av grønsakhagen skal bli størst mogleg.

c) Lag ein modell A som Else kan bruke til å rekne ut arealet $A(x)$ av grønsakhagen for ulike verdiar av x .

d) Bruk modellen til å finne den lengda av katetane som vil gi det største arealet.

e) Bestem gyldigheitsområdet til modellen.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

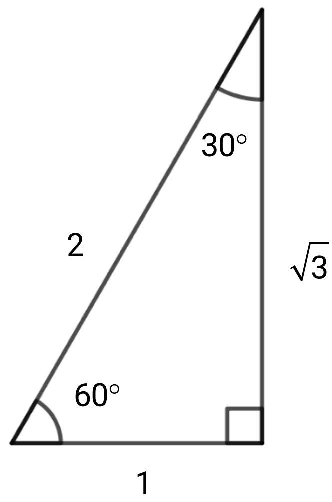
DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 **(2 poeng)**

Snorre har funnet formelen nedenfor i en matematikkbok

$$2 \cdot \sin(u) \cdot \cos(u) = \sin(2 \cdot u)$$

Bruk trekanten til høyre og vis at formelen gjelder når $u = 30^\circ$



Oppgave 2 **(2 poeng)**

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x+3)$$

Bestem koordinatene til bunnpunktet på grafen til f .

Oppgave 3 **(4 poeng)**

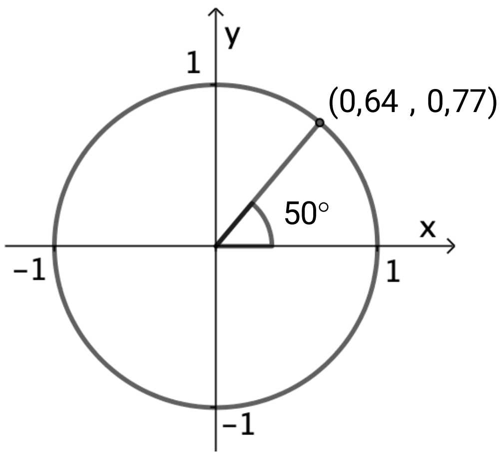
Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 4x - 12$$

Løs ulikheten $f(x) < 0$ og illustrer løsningen grafisk ved å lage en skisse.

Oppgave 4 **(2 poeng)**

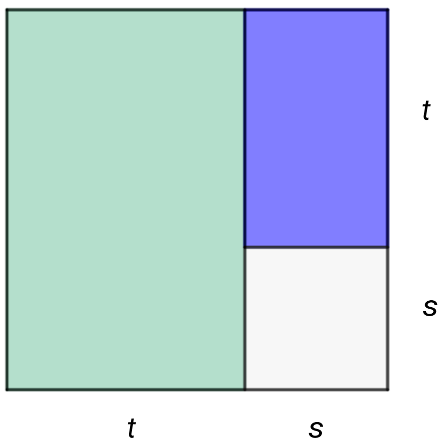
I koordinatsystemet nedenfor har vi tegnet en sirkel med radius $r = 1$.
Punktet $P(0{,}64\ ,\ 0{,}77)$ ligger på sirkelen.



a) Er $\tan 50^\circ > 1$?
Husk å begrunne svaret ditt.

b) Er $\tan 130^\circ > 0$?
Husk å begrunne svaret ditt.

Oppgave 5 (2 poeng)



Ovenfor ser du et lite kvadrat og to rektangler som til sammen utgjør et stort kvadrat.

Hver side i det lille kvadratet har lengde s.
Hver side i det store kvadratet har lengde $s+t$.

Sett opp en matematisk identitet med utgangspunkt i arealet av det store kvadratet.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)

Funksjonen P gitt ved

$$P(x) = 3600 \cdot 0{,}85^{x} + 600$$

er en modell som viser hvor mange personer som abonnerte på papirutgaven av en avis x år etter 2010.

a) Vis hvordan du på to ulike måter kan finne ut hvor mange personer som abonnerte på papirutgaven i 2010.

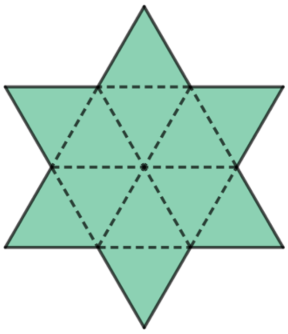
b) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(4, P(4))$ og $(14, P(14))$. Gi en praktisk tolkning av svaret du får.

c) Bestem den momentane vekstfarten når $x = 10$. Gi en praktisk tolkning av svaret du får.

I 2019 abonnerte 1000 personer på den digitale utgaven av avisen. Antallet personer som abonnerte på den digitale utgaven, økte med 5,5 % hvert år fra 2019 til 2024.

d) Hvilket år var det for første gang flere personer som abonnerte på den digitale utgaven av avisen enn på papirutgaven?

Oppgave 2 **(2 poeng)**



Maria skal lage en stjerne ved å sette sammen 12 like store likesidede trekanter.
Lengdene av sidekantene i trekantene er 4.

Ved å bruke Pytagoras' setning og arealberegninger har Maria kommet fram til at arealet av stjernen vil bli $48\sqrt{3}$.

Vis at du kan komme fram til samme resultat ved å bruke trigonometri.

Oppgave 3 **(2 poeng)**

En rasjonal funksjon f har asymptotene $x = 2$ og $y = 4$.
Nullpunktet til funksjonen er $x = -3$.

Bestem et mulig funksjonsuttrykk $f(x)$.
Gjør rede for hvordan du har tenkt for å komme fram til funksjonsuttrykket.

Oppgave 4 **(4 poeng)**

$n!$ leses som «n fakultet» og er produktet av de naturlige tallene fra og med 1 til og med n. Se eksemplene nedenfor.

$$
\begin{aligned}
1! &= 1 \\
2! &= 1 \cdot 2 \\
3! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \\
4! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \\
5! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \\
&\dots
\end{aligned}
$$

a) Lag et program som kan regne ut $n!$ for et gitt naturlig tall n.
Bruk programmet til å regne ut $5!$, $10!$ og $15!$

$100!$ er et produkt av 100 faktorer, $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ \dots \ \cdot 99 \cdot 100$

b) Gjør rede for hvilke faktorer som gjør at det er 24 nuller i slutten av tallet $100!$

Oppgave 5 **(3 poeng)**

Du får vite følgende om en tredjegradsfunksjon f gitt ved

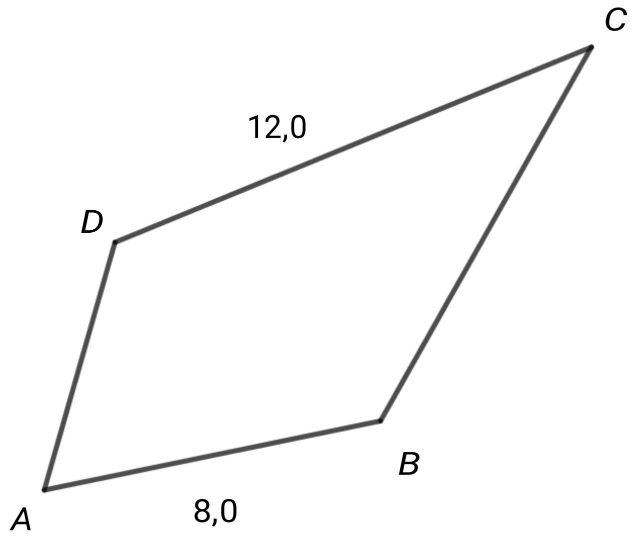
$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

- Grafen til f går gjennom punktet $(2, 6)$.
- Punktet $(-2, 8)$ er et toppunkt på grafen til f.
- Tangenten til grafen til f i punktet $(3, f(3))$ har stigningstall 4.

Bruk opplysningene ovenfor til å bestemme a, b, c og d.

Oppgave 6 **(4 poeng)**

Klassen til Isabel og Anniken skal vise at de kan bruke trigonometri for å bestemme arealet av figuren nedenfor.



Læreren har delt klassen i grupper og gitt hver gruppe noen opplysninger i tillegg til informasjonen som kan leses ut fra figuren.

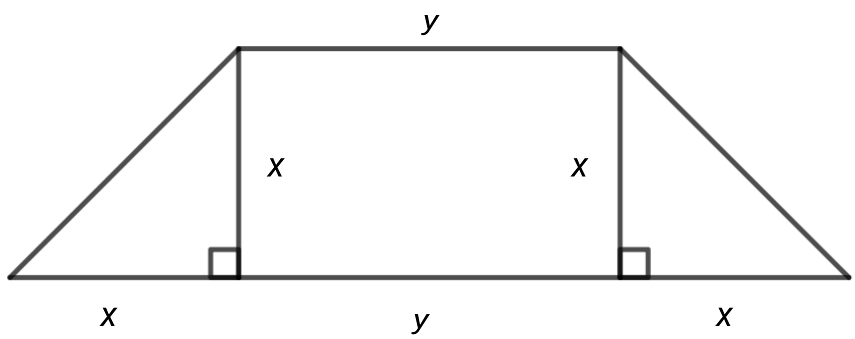
Gruppen til Isabel har fått vite at $AD = 6{,}0$, $BC = 10{,}0$ og at diagonalen $AC = 16{,}4$

a) Vis hvordan gruppen til Isabel kan bestemme arealet ved å bruke opplysningene de har tilgang til. Husk å gjøre rede for hvilke trigonometriske sammenhenger du bruker.

Gruppen til Anniken har fått vite at $\angle A = 62{,}5^\circ$, $\angle C = 38{,}3^\circ$, $\angle ABD = 45{,}5^\circ$ og $\angle CBD = 85{,}5^\circ$

b) Vis hvordan gruppen til Anniken kan bestemme arealet ved å bruke opplysningene de har tilgang til. Husk å gjøre rede for hvilke trigonometriske sammenhenger du bruker.

Oppgave 7 **(8 poeng)**



Else skal gjerde inn tre områder for å lage en grønnsakhage. Det største området skal ha form som et rektangel og de to minste som likebeinte rettvinklede trekanter. Se figuren ovenfor.

Else skal sette opp gjerde langs alle linjestykkene vist på figuren ovenfor.
Hun har til sammen 100 m gjerde som hun vil bruke.

a) Hvor stort blir arealet av grønnsakhagen dersom hun velger at katetene i trekantene skal være 8 meter?

b) Lag en oversikt som viser hvordan arealet av grønnsakhagen endrer seg dersom hun velger andre lengder på katetene. Av oversikten skal Else kunne se omtrent hvor lange katetene må være for at arealet av grønnsakhagen skal bli størst mulig.

c) Lag en modell A som Else kan bruke for å regne ut arealet $A(x)$ av grønnsakhagen for ulike verdier av x.

d) Bruk modellen til å finne den lengden av katetene som vil gi det største arealet.

e) Bestem modellens gyldighetsområde.

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!