DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (14 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x^2 - 25}{x^2 + 10x + 25}$$

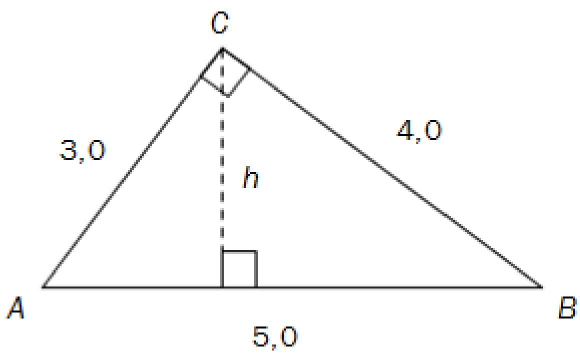
b) Løs likningen

$$3^{2x-1} = 1$$

c) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a}}{\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^3 \cdot a^{-2}}$$

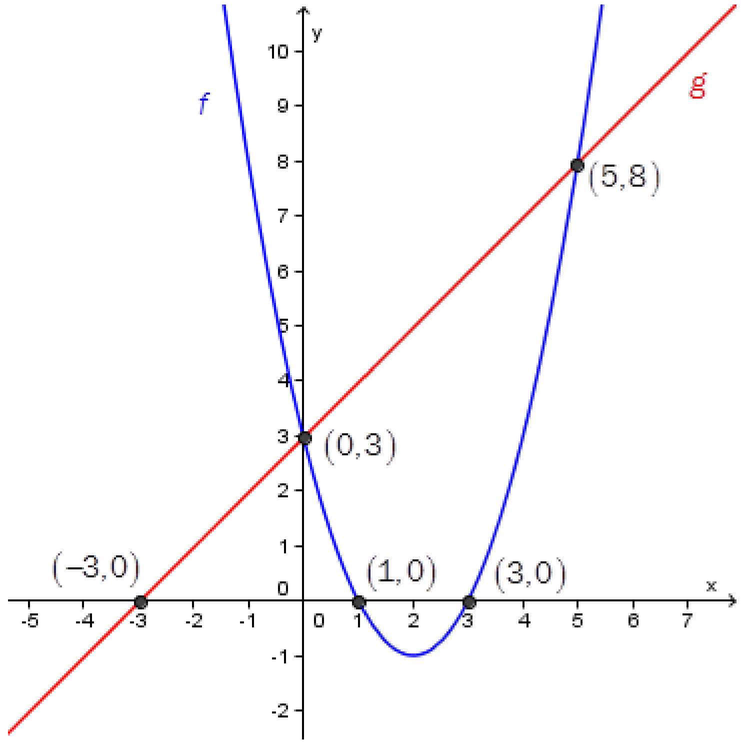
d)



Gitt ΔABC ovenfor. $AB = 5{,}0$, $AC = 3{,}0$ og $BC = 4{,}0$.

Bestem høyden h ved regning.

e)



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet grafene til funksjonene f og g.

Bruk grafene til å løse de to ulikhetene nedenfor

1) $f(x) \leq 0$

2) $f(x) > g(x)$

f) Gitt ΔABC der $\angle A = 90°$, $AB = 3{,}0$ og $\tan C = 2$.

Bestem lengden av AC.

g)

Kilde: http://nettbutikk.maske.no (05.12.2011)

Line har tre blå, to røde og én grønn tusj i pennalet sitt.

Hun trekker tilfeldig to tusjer.

1) Bestem sannsynligheten for at hun ikke trekker den grønne tusjen.

2) Bestem sannsynligheten for at hun trekker én blå og én rød tusj.

h) Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 1$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x$

Oppgave 2 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 2x - 2$$

a) Vis ved regning at grafen til f ikke har nullpunkter.

b) Bruk $f'(x)$ til å finne ekstremalpunktet på grafen til f.
Tegn grafen til f.

c) Grafen til f har en tangent i punktet $(2, -2)$.
Bestem likningen for denne tangenten ved regning.

Oppgave 3 (4 poeng)

En tilnærmet regel for å gjøre om fra grader celsius (C) til grader fahrenheit (F) er

$$F = 2C + 30$$

Den nøyaktige regelen for å gjøre om fra grader celsius (C) til grader fahrenheit (F) er

$$5F = 9C + 160$$

a) Gjør om $100\,^\circ\mathrm{C}$ til grader fahrenheit ved å bruke den tilnærmede regelen og den nøyaktige regelen. Hvor stor er differansen mellom svarene du får?

b) Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} F = 2C + 30 \\ 5F = 9C + 160 \end{bmatrix}$$

Hva forteller løsningen om den tilnærmede regelen?

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 4 (8 poeng)

I en trekant er lengden av sidene 4,0 cm, 5,0 cm og 6,0 cm.

a) Vis ved regning at denne trekanten ikke er rettvinklet.

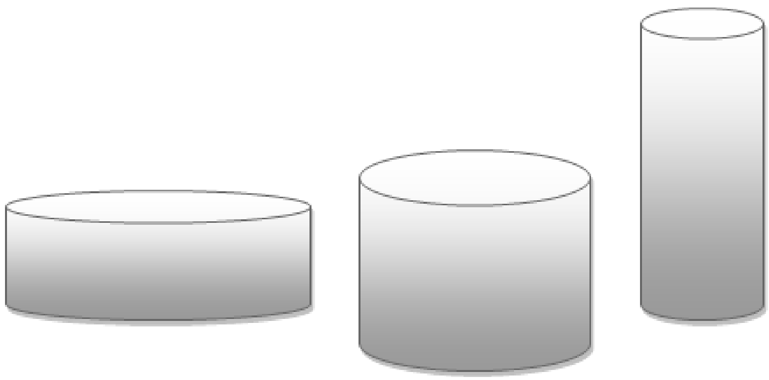
b) Bestem arealet av trekanten ved regning.

En av sidene i en trekant skal ha lengde 7,0 cm. En annen side skal ha lengde 11,0 cm.

c) Bestem det største arealet denne trekanten kan ha.

d) Gjør beregninger og vis hvordan trekanten kan se ut dersom arealet er 30 cm^2.

Oppgave 5 (4 poeng)



Siv skal lage en rett sylinder. Høyden h og diameteren d kan variere, men $d+h=6$
Vi setter radius i sylinderen lik x.

a) Vis at volumet V av sylinderen da kan skrives som

$$V(x) = 6\pi x^2 - 2\pi x^3 \quad , \quad x \in \langle 0, 3 \rangle$$

b) Bruk $V'(x)$ til å vise at det største volumet sylinderen kan få, er nøyaktig lik 8π.

Oppgave 6 (8 poeng)

Det går hull på en oljetank, og det begynner å lekke ut olje.

Funksjonen F gitt ved

$$F(x) = 6000 \cdot 0{,}864^{x} \ , \quad x \in \left[0,\, 24\right]$$

viser hvor mange liter olje F det er igjen i tanken x timer etter at det begynte å lekke ut olje.

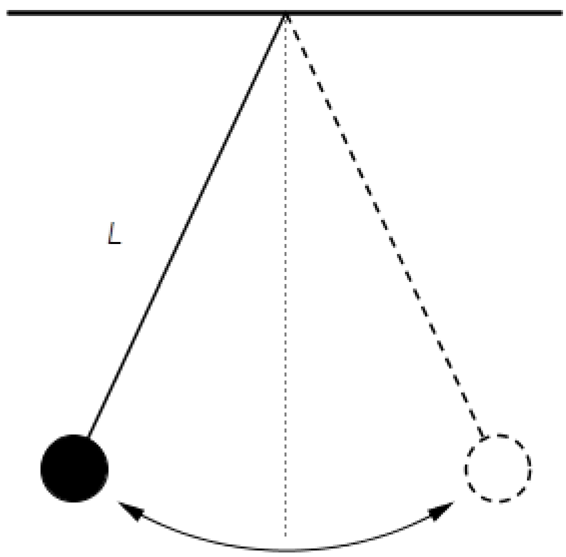
a) Hvor mange liter olje var det i tanken før lekkasjen?
Hvor mange prosent av oljen i tanken lekker ut per time?

b) Tegn grafen til F.

c) Hvor lang tid tar det før halvparten av oljen som var i tanken før lekkasjen, har lekket ut?

d) Bestem en tilnærmet verdi for den momentane vekstfarten til F etter to timer.
Hva forteller dette svaret om lekkasjen?

Oppgave 7 (6 poeng)



Ovenfor ser du en pendel. Pendelen er en kule som henger i en snor med lengde L meter. Tiden T sekunder som det tar for pendelen å bevege seg én gang fram og tilbake, kalles svingetiden. Svingetiden er avhengig av snorens lengde. Sammenhengen er gitt ved formelen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Her er $g \approx 9{,}81$.

a) Gjør om på formelen ovenfor slik at du får en formel for L uttrykt ved T.

b) Bestem lengden av snoren slik at svingetiden blir 1,0 s

Verdien til g varierer litt etter hvor på jordkloden du befinner deg. Ved et forsøk der snorlengden var 10,00 m, viste det seg at pendelen svingte fram og tilbake 1 000 ganger i løpet av 6 345 s.

c) Bruk dette til å bestemme g på stedet der forsøket ble gjort.
Oppgi svaret med tre desimaler.

Oppgave 8 (6 poeng)

I Norge er det nå ca. 5 000 000 innbyggere. Av disse bor ca. 300 000 i Sør-Trøndelag.

Vi velger tilfeldig én person som bor i Norge.

a) Bestem sannsynligheten for at personen bor i Sør-Trøndelag.

Vi velger nå tilfeldig 10 personer som bor i Norge, og registrerer hvor mange av dem som bor i Sør-Trøndelag.

b) Forklar at dette kan ses på som et binomisk forsøk.

c) Bestem sannsynligheten for at ingen av de 10 bor i Sør-Trøndelag.

d) Bestem sannsynligheten for at minst 3 av de 10 bor i Sør-Trøndelag.

Oppgave 9 (4 poeng)

La andregradsfunksjonen f være gitt ved

$$f(x) = a \cdot (x - b)^2 + c$$

der a, b og c er reelle tall.

a) Bestem c slik at grafen til f har nøyaktig ett nullpunkt uansett hvilke verdier vi velger for a og b.

b) Bestem b slik at grafen til f har et ekstremalpunkt i $x = 3$ uansett hvilke verdier vi velger for a og c.