DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (13 poeng)

a) Skriv på standardform

1) 36 200 000

2) $0{,}034 \cdot 10^{-2}$

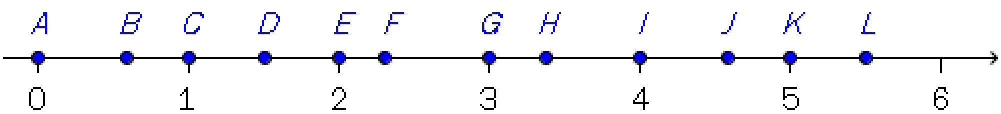
b) Løs likningen

$$x^2 + 6x = 16$$

c) Løs ulikheten

$$x^2 - x > 0$$

d)



På tallinjen ovenfor har vi merket av 12 punkter. Hvert av tallene nedenfor tilsvarer ett av punktene A – L på tallinjen. Regn ut eller forklar hvor hvert av tallene skal plasseres.

1) $8^{\frac{1}{3}}$

2) $5{,}5^0$

3) $\sqrt{21}$

4) $\tan 30^\circ$

5) $6 \cdot 2^{-1}$

6) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

e) Løs likningen

$$\lg(2x-1)=2$$

f)

Kilde: Utdanningsdirektoratet

De 20 elevene i klasse 1A planlegger sommerferien.

- 16 elever har fått sommerjobb.
- 10 av elevene som har fått sommerjobb, skal også på ferie.
- 2 elever har ikke fått sommerjobb og skal heller ikke på ferie.

1) Systematiser opplysningene i teksten ovenfor i en krysstabell eller i et venndiagram.

2) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev fra klasse 1A skal på ferie.

Oppgave 2 (6 poeng)

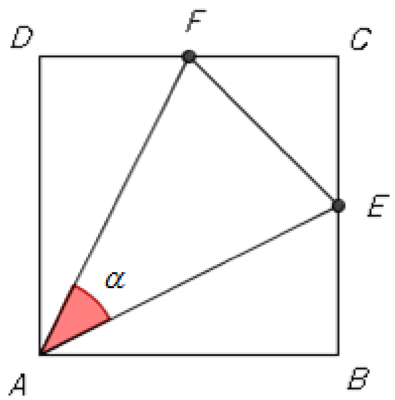
En funksjon f er gitt ved $f(x) = x^2 - 2$.

a) Tegn grafen til f i et koordinatsystem for $x \in [-3, 3]$.

b) Finn ved regning likningen for den rette linjen som går gjennom punktene $(0, f(0))$ og $(2, f(2))$.

c) Finn likningen for tangenten til f i punktet der $x = 1$ ved regning. Tegn denne tangenten i samme koordinatsystem som du brukte i a).

Oppgave 3 (5 poeng)



Figuren ovenfor viser et kvadrat $ABCD$. Sidene i kvadratet har lengde 1.
E er midtpunkt på BC, og F er midtpunkt på CD.

a) Bruk Pytagoras' setning til å vise at AE og AF har lengde $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

b) Vis at arealet av ΔAEF er $\dfrac{3}{8}$.

c) Vis at $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 4 (8 poeng)

Kilde: http://www.aadesign.no (09.12.2010)

Antall gram CO_2 en bil slipper ut per kilometer er gitt ved

$$f(x) = 0{,}046x^2 - 6{,}7x + 386$$

der x er farten til bilen målt i km/h.

a) Tegn grafen til f i et koordinatsystem for $x \in [20,\ 100]$.

b) Finn grafisk og ved regning

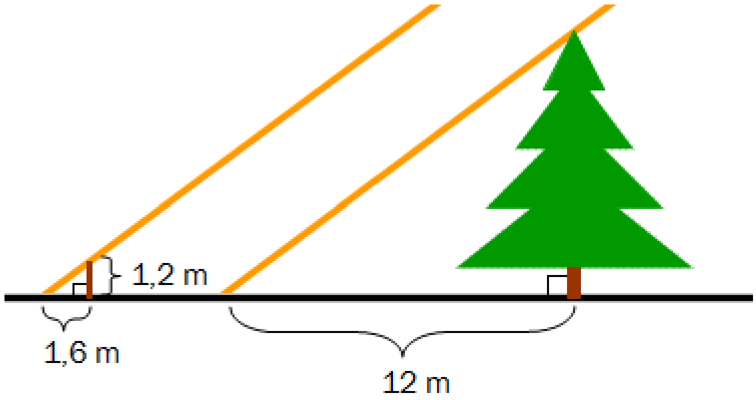
1) hvor fort bilen kjører dersom den holder konstant fart og slipper ut 150 g CO_2 per kilometer.

2) hvilken fart som gir minst CO_2-utslipp per kilometer og hvor stort CO_2-utslippet per kilometer er da.

Bilen kjører i 70 km/h i en halv time.

c) Hvor mye CO_2 slipper bilen ut i løpet av denne halvtimen?

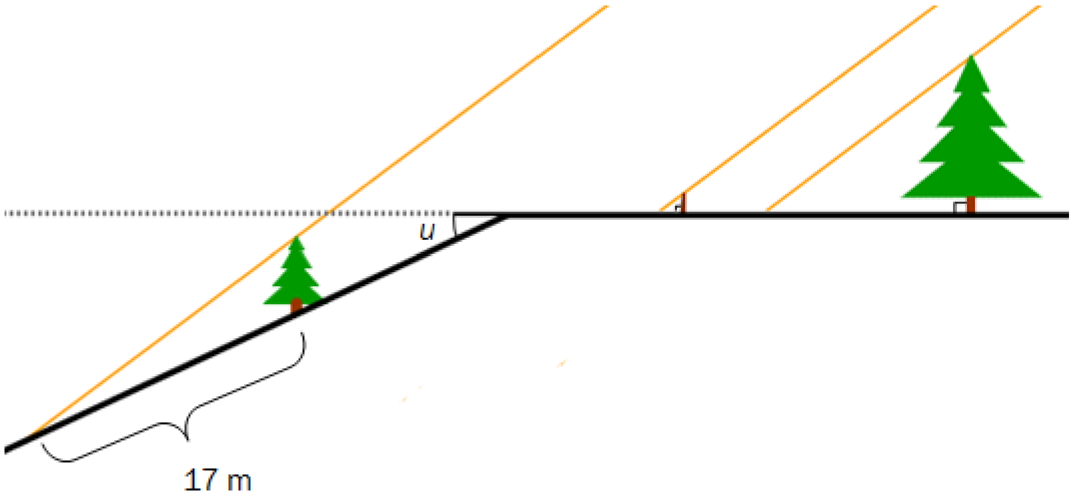
Oppgave 5 (7 poeng)



Et tre står på en horisontal slette. Ved et gitt tidspunkt kaster solen en 12 m lang skygge bak treet. En pinne som er 1,2 m lang, har ved samme tidspunkt en 1,6 m lang skygge. Se skissen ovenfor.

a) Hvor høyt er treet?

b) Vis at solstrålene ved dette tidspunktet danner en vinkel på $36{,}9^\circ$ med sletten.



I enden av sletten er det en skråning som danner vinkelen u med horisontallinjen.
I skråningen står det også et tre. Dette treet står vinkelrett på horisontalplanet.
Se skissen ovenfor.

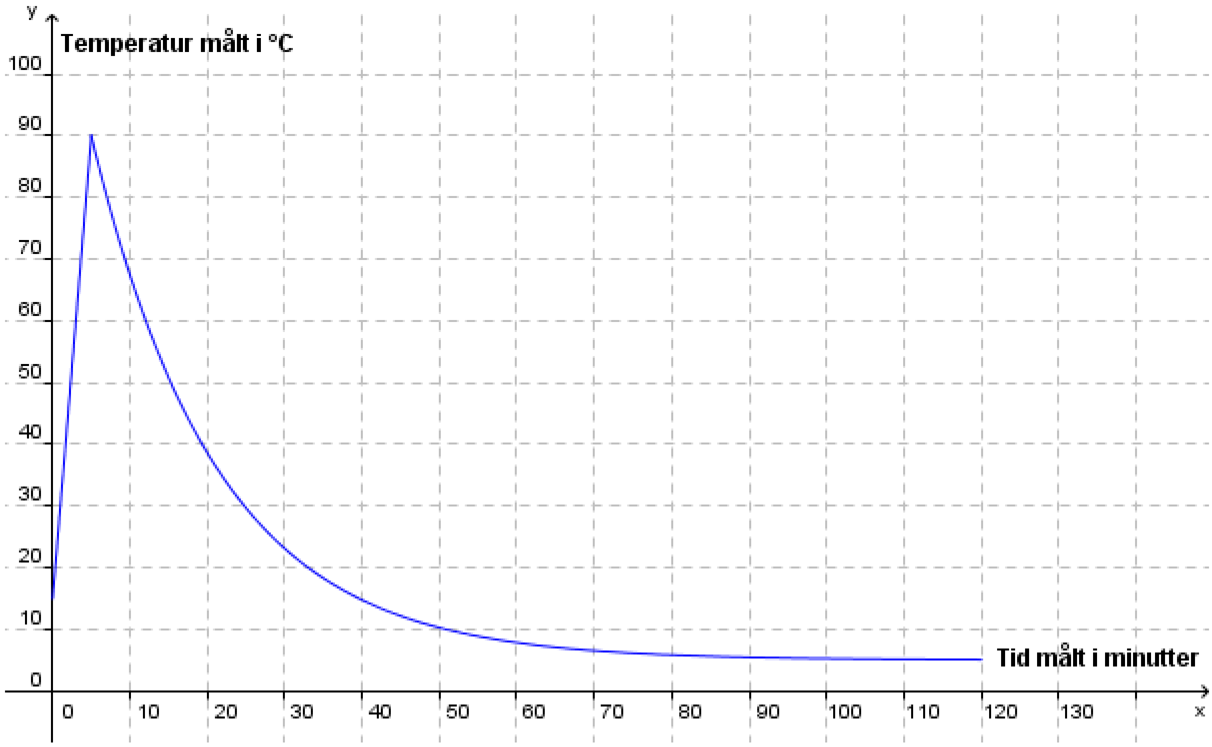
Per og Kari vil prøve å regne ut hvor høyt treet i skråningen er, ved hjelp av trigonometri. De tar med seg et metermål, en planke og en kalkulator.

c) Hvordan kan Per og Kari gå fram for å bestemme vinkelen u?

Per og Kari regner ut at $\angle u = 25^\circ$. Skyggen fra treet faller 17 m nedover skråningen.
Vi antar at vinkelen mellom solstrålene og horisontallinjen er den samme som i b).

d) Hvor høyt er treet i skråningen?

Oppgave 6 (9 poeng)



Bjørn og Jon tapper 1 L vann fra springen. De varmer opp vannet i en glasskolbe. Etter en stund flytter de glasskolben fra varmekilden og inn i et kjøleskap. Hele tiden måler de temperaturen i vannet ved hjelp av en datalogger.

Grafen ovenfor viser temperaturen i vannet som funksjon av tiden.

a) Bruk grafen til å svare på følgende spørsmål:

1) Hva var temperaturen i vannet da Bjørn og Jon tappet det fra springen?

2) Hvor lenge varmet de vannet i glasskolben, og hva var temperaturen i vannet da de satte det inn i kjøleskapet?

b) Foreslå et funksjonsuttrykk for den delen av grafen som viser oppvarming av vannet, og bruk dette funksjonsuttrykket til å finne ut hvor lang tid det vil ta å varme opp 1 L vann fra springen til $100\,^\circ\text{C}$ dersom vi bruker denne varmekilden.

Grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = 115{,}82 \cdot 0{,}94^x + 5$, der $x \geq 5$, beskriver temperaturen i vannet etter at det er satt inn i kjøleskapet.

c) Finn ved regning i hvilket tidsrom vannet har høyere temperatur enn $60\,^\circ\text{C}$.

d) Hva var temperaturen i kjøleskapet?

Oppgave 7 (8 poeng)

”Stein – saks – papir” er en konkurranse mellom to personer. Hver person bestemmer seg for enten stein, saks eller papir, og begge viser så samtidig, ved å bruke den ene hånden, hva de har valgt. Se figuren nedenfor.

Reglene er slik:

- Saks vinner over papir.
- Papir vinner over stein.
- Stein vinner over saks.

Dersom begge velger det samme (for eksempel stein), blir det uavgjort.

Kilde:
http://no.wikipedia.org/wiki/
Fil:Rock_paper_scissors-no.jpg
(03.07.2010)

Bård og Lars skal spille ”Stein – saks – papir”. Ett mulig utfall kan da for eksempel bli at Bård velger stein og Lars velger papir.

a) Lag en oversikt som viser alle de ni mulige utfallene når Bård og Lars spiller ”Stein – saks – papir” én gang.

La B bety seier til Bård, U uavgjort og L seier til Lars.

b) Forklar at sannsynligheten for at Bård vinner, $P(B)$, er $\dfrac{1}{3}$.

Bård og Lars skal spille ”Stein – saks – papir” tre ganger. Et mulig resultat er da BUL, som betyr at Bård vinner første gang, at det blir uavgjort andre gang, og at Lars vinner tredje gang.

c) Hvor mange ulike resultater kan vi få når Bård og Lars spiller tre ganger?

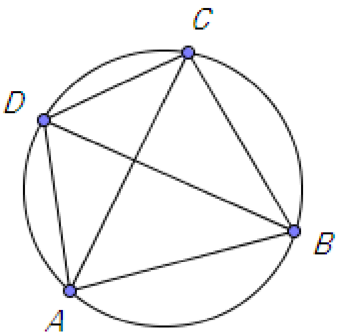
d) Hva er sannsynligheten for at Bård vinner minst to av de tre gangene?

Når to personer spiller ”Stein – saks – papir”, er vinneren den som vinner flest av tre ganger. Dersom begge vinner like mange ganger, blir det uavgjort.

e) Hva er sannsynligheten for at Bård vinner?

Oppgave 8 (4 poeng)

La A, B, C og D være fire punkter på en sirkel.
Se figuren nedenfor.



Ptolemaios
(ca. år 100 e.Kr.)
var både
matematiker og
astronom.

Kilde: http://no.wikipedia.org/wiki/Klaudios_Ptolemaios (16.09.2010)

Ptolemaios fant ut at

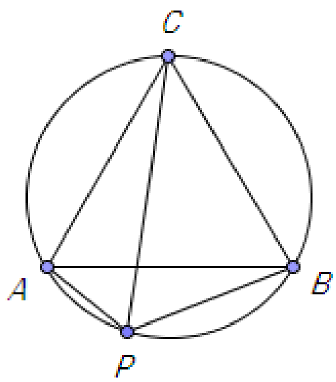
$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$$

Denne sammenhengen kalles Ptolemaios' setning.

I denne oppgaven skal du bruke Ptolemaios' setning i to tilfeller.

a) Tegn figuren ovenfor i det tilfellet der firkanten $ABCD$ er et rektangel.
La sidekantene ha lengde a og b, og la diagonalene ha lengde c. Skriv ned Ptolemaios' setning for dette tilfellet. Du har nå kommet fram til en annen og mer berømt setning. Hvilken?

La nå A, B og C være hjørner i en likesidet trekant som er innskrevet i en sirkel, og la P være et punkt på sirkelbuen mellom A og B som vist på figuren nedenfor.



b) Skriv ned Ptolemaios' setning for dette tilfellet og vis at $PC = PA + PB$.