

Eksamen

22.05.2020

MAT1013 Matematikk 1T



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Del 1 har 15 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Hengelås: https://dk-laaseserviceshop.dk (20.06.2019)• Smed: https://studenttorget.no (20.06.2019)• Hengelåsar: Angelo Giordano, Pixabay• Pantheon: http://blog.lib.umn.edu/ande8399/architecture/pantheon.jpg (21.06.2019) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

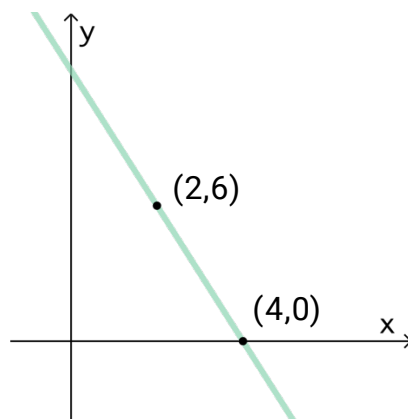
Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (2 poeng)

Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{5,5 \cdot 10^{-7} + 0,4 \cdot 10^{-6}}{0,005}$$

Oppgave 2 (2 poeng)



Bestem ei likning for den rette linja som er teikna i koordinatsystemet ovanfor.

Oppgave 3 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 8x - 2y = -12 \end{cases}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Trekk saman og skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{2}{x-2} - \frac{x-4}{x^2-5x+6}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$2x^2 + 12x + 18 \leq 0$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{\sqrt{45} + \sqrt{80}}{\sqrt{125}}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$9^2 \cdot 3^{-3} \cdot 8^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{2}{3}}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\lg 10 + \lg 0,1 + \lg \frac{1}{100} + \lg \sqrt[3]{10}$$

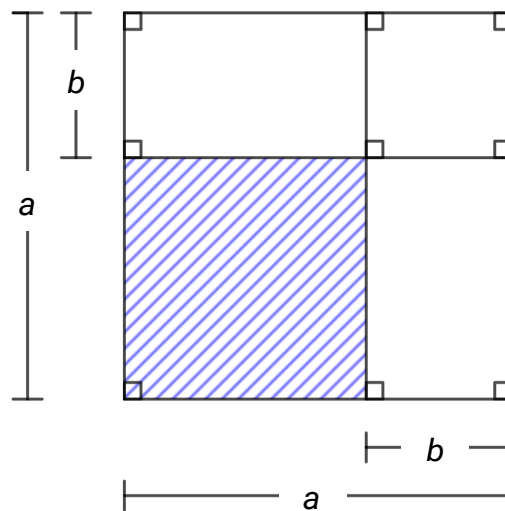
Oppgave 9 (4 poeng)

Løys likningane

a) $\lg\left(\frac{3x+3}{3}\right) = 3$

b) $3^{x^2} \cdot 3^{-4x} = 1$

Oppgave 10 (2 poeng)



Gitt figuren ovanfor. Vis korleis vi kan bestemme arealet av det skraverte området på to ulike måtar.

Figuren illustrerer ei matematisk setning.
Kva for setning er det?

Oppgåve 11 (2 poeng)

Du får vite dette om ein trekant ABC :

- $\angle B = 90^\circ$
- $AC = 4 \text{ cm}$
- $\tan \angle A = 1$

Lag ei skisse som viser korleis trekanten ser ut.

Bestem lengda av AB og BC eksakt.

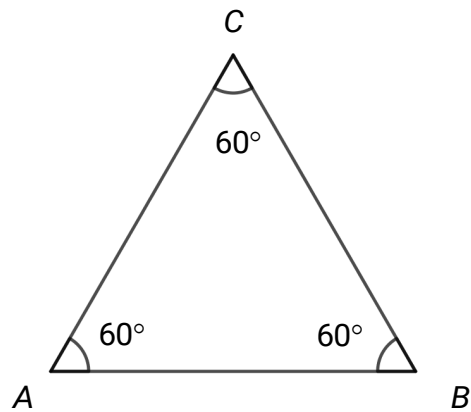
Oppgåve 12 (2 poeng)



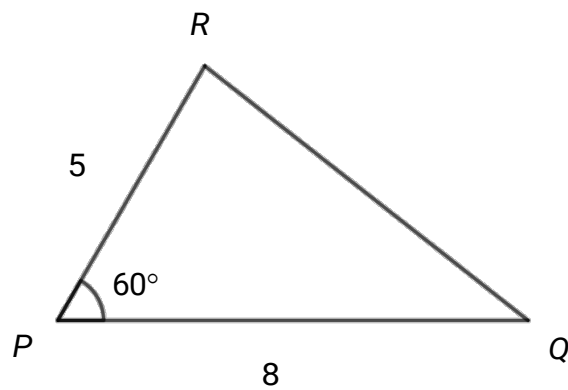
Maria finn ein gammal hengelås. Koden på hengelåsen består av tre tal. Kvart tal kan veljast blant dei heile tala fr  og med 0 til og med 9.

Bestem sannsynet for at koden begynner med 2 4 eller 4 2.

Oppgåve 13 (4 poeng)

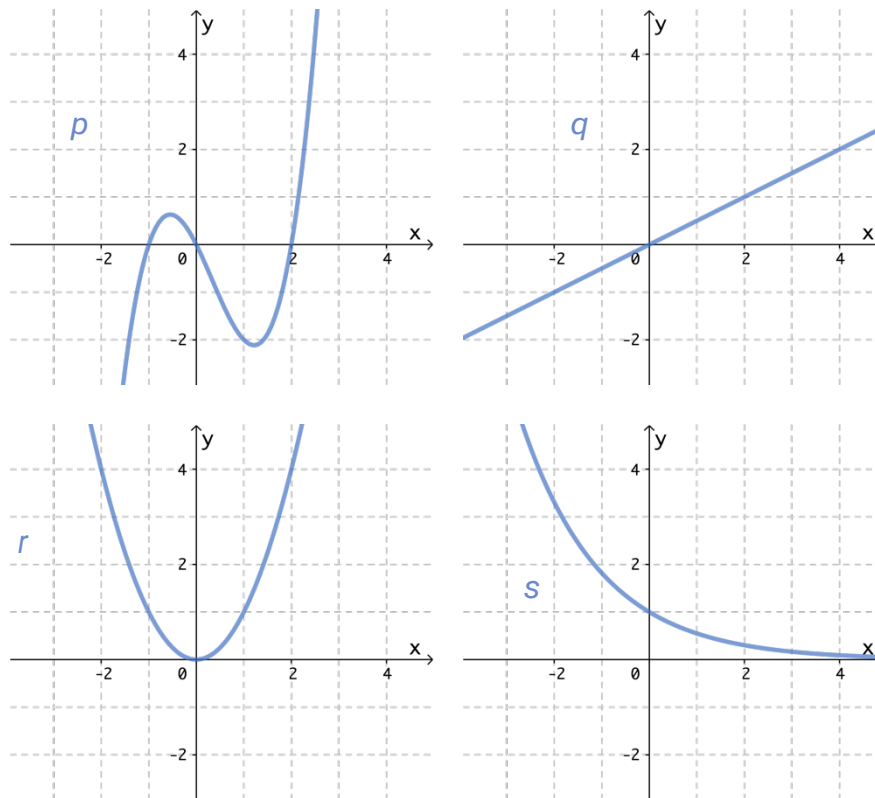


a) Bruk $\triangle ABC$ ovanfor til å vise at $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$



b) Bestem lengda av sida QR i $\triangle PQR$ ovanfor.

Oppgave 14 (4 poeng)



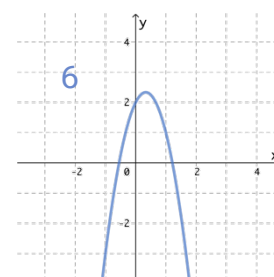
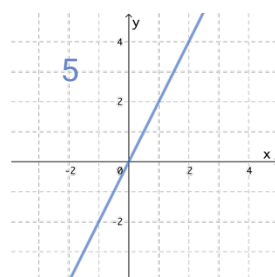
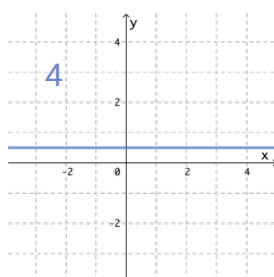
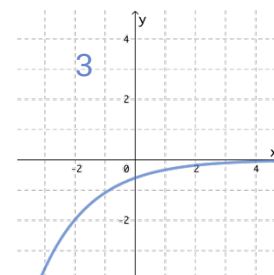
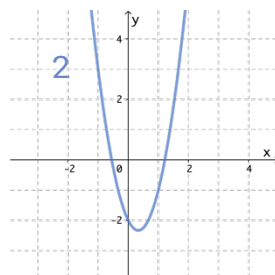
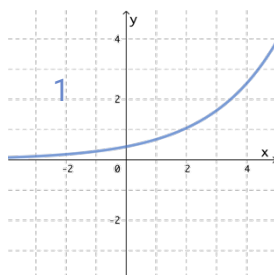
Ovanfor ser du grafane til fire funksjonar p , q , r og s .

Kva for ein av grafane nedanfor er grafen til den deriverte av p ?

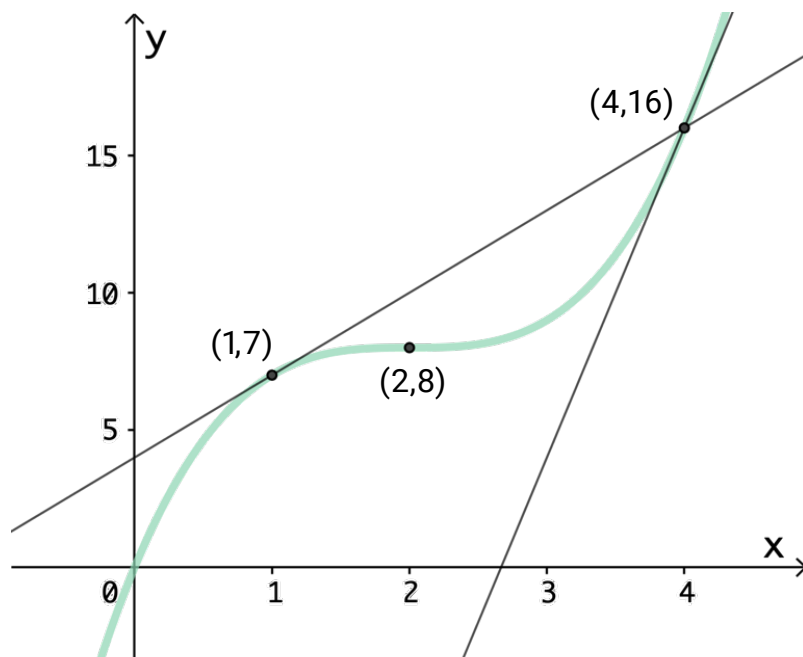
Kva for ein av grafane nedanfor er grafen til den deriverte av q ?

Kva for ein av grafane nedanfor er grafen til den deriverte av r ?

Kva for ein av grafane nedanfor er grafen til den deriverte av s ?



Oppgåve 15 (2 poeng)



Ovanfor ser du grafen til ein tredjegradsfunksjon f .

- Grafen har eit terassepunkt i $(2,8)$
- Likninga for tangenten til grafen i punktet $(1,7)$ er $y = 3x + 4$
- Likninga for tangenten til grafen i punktet $(4,16)$ er $y = 12x - 32$

Teikn grafen til den deriverte av funksjonen f .

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (8 poeng)



Ein smed skal bearbeide eit metallstykke. Funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 470 \cdot 0,95^x + 30 \quad , \quad x \in [0, 120]$$

viser temperaturen $T(x)$ grader celsius ($^\circ\text{C}$) i metallstykket x minutt etter at smeden har tatt det ut av omnen.

- Teikn grafen til T .
- Kva er temperaturen i metallstykket n r smeden tar det ut av omnen?

Metallet lar seg berre bearbeide når temperaturen er 150°C eller høgare.

- Kor lang tid har smeden på seg til å bearbeide metallstykket etter at han har tatt det ut av omnen?

Smeden har utført nokre berekningar. Sj  nedanfor.

- 5 minutt etter at metallstykket er tatt ut av omnen, er temperaturen i metallet $A^\circ\text{C}$ og i ferd med å avta med $B^\circ\text{C}$ per minutt.
- C minutt etter at metallstykket er tatt ut av omnen, er temperaturen i metallet $D^\circ\text{C}$ og i ferd med å avta med $7,4^\circ\text{C}$ per minutt.

- Kva for tal skal stå under dei svarte sirklane merkte A , B , C og D ?

Oppgave 2 (4 poeng)



Ein fabrikk produserer hengelåsar med to maskiner, maskin A og maskin B.

- Maskin A produserer dobbelt så mange hengelåsar som maskin B.
- Det har vist seg at det er feil ved 5 % av hengelåsane frå maskin A og ved 2 % av hengelåsane frå maskin B.

Ein dag produserer bedrifta 300 hengelåsar.

a) Systematiser opplysningane ovanfor i ein krysstabell.

Tenk deg at du tilfeldig tar ein hengelås som er produsert denne dagen.

b) Bestem sannsynet for at det er feil ved hengelåsen.

Det viser seg at det er feil ved hengelåsen du har tatt.

c) Bestem sannsynet for at denne hengelåsen er produsert av maskin A.

Oppgave 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 - bx - 2$$

Grafen til f har eit toppunkt i $(2,6)$.

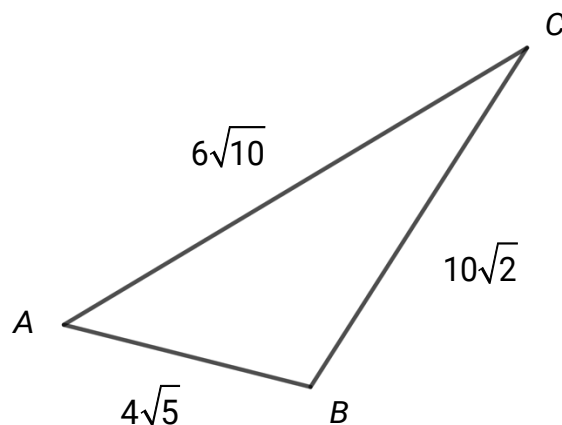
a) Forklar at dette gir dei to likningane

$$12a - b = 0$$

$$8a - 2b - 2 = 6$$

b) Bestem a og b .

Oppgave 4 (4 poeng)

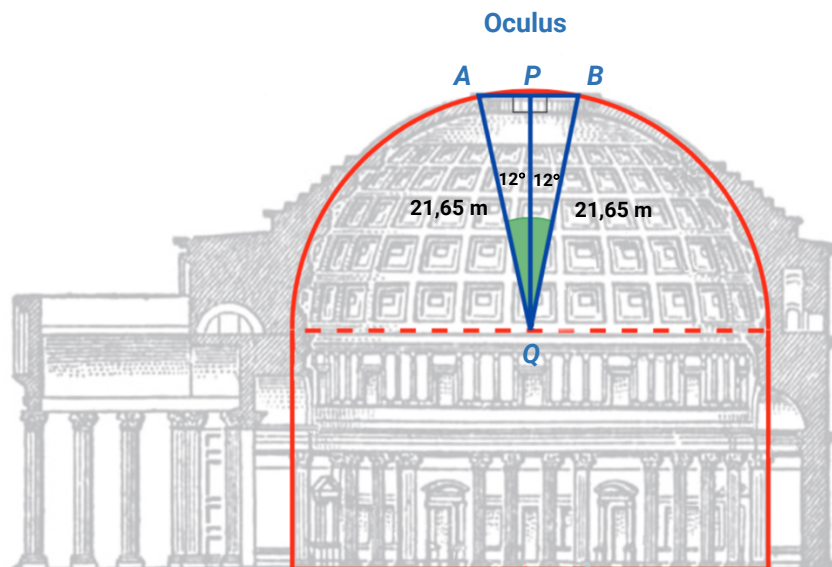


Gitt trekanten ovanfor. $AB = 4\sqrt{5}$, $BC = 10\sqrt{2}$ og $AC = 6\sqrt{10}$.

Bestem eksakte verdier for $\cos A$ og $\sin C$.

Oppgåve 5 (4 poeng)

Pantheon er eit tempel i Roma. Ein del av tempelet er forma som ein sylinder med ei halvkule på toppen. Høgda i sylindern er lik radius i halvkula. Skissa nedanfor viser eit tverrsnitt av bygningen.



Øvst i Pantheon er ei sirkelforma opning som blir kalla oculus (auge).

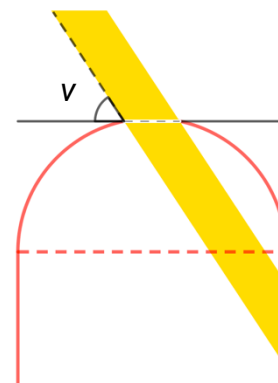
Oculus har diameter AB og sentrum i P .

Halvkula har sentrum i Q og radius $r = QA = QB = 21,65$ m. $\angle PQA = \angle BQP = 12^\circ$

- a) Bruk trigonometriske berekningar til å vise at diameteren til oculus er 9 m.

Solstr lone sletter inn gjennom oculus. Sj  skissa til h gre.

- b) Bruk trigonometriske berekningar til å bestemme kor stor vinkelen v minst må vere for at solstr lar skal treffe golvet i Pantheon.



Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Del 1 har 15 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Hengelås: https://dk-laaseserviceshop.dk (20.06.2019)• Smed: https://studenttorget.no (20.06.2019)• Hengelåser: Angelo Giordano, Pixabay• Pantheon: http://blog.lib.umn.edu/ande8399/architecture/pantheon.jpg (21.06.2019) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

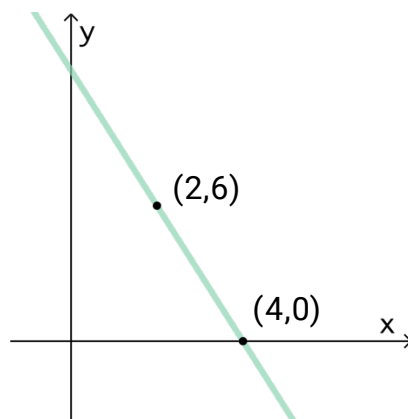
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{5,5 \cdot 10^{-7} + 0,4 \cdot 10^{-6}}{0,005}$$

Oppgave 2 (2 poeng)



Bestem en likning for den rette linjen som er tegnet i koordinatsystemet ovenfor.

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 8x - 2y = -12 \end{cases}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2}{x-2} - \frac{x-4}{x^2-5x+6}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$2x^2 + 12x + 18 \leq 0$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{\sqrt{45} + \sqrt{80}}{\sqrt{125}}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$9^2 \cdot 3^{-3} \cdot 8^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{2}{3}}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\lg 10 + \lg 0,1 + \lg \frac{1}{100} + \lg \sqrt[3]{10}$$

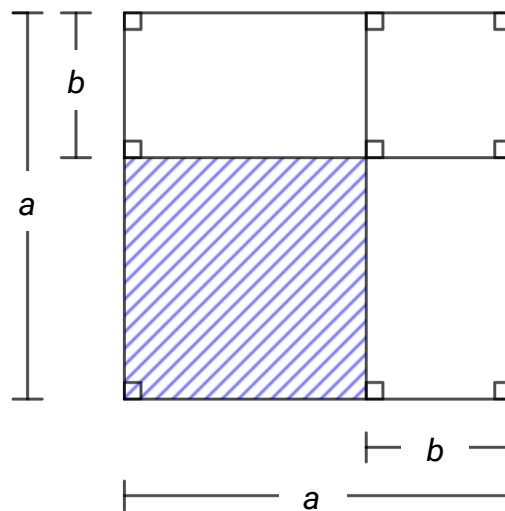
Oppgave 9 (4 poeng)

Løs likningene

a) $\lg\left(\frac{3x+3}{3}\right) = 3$

b) $3^{x^2} \cdot 3^{-4x} = 1$

Oppgave 10 (2 poeng)



Gitt figuren ovenfor. Vis hvordan vi kan bestemme arealet av det skraverte området på to ulike måter.

Figuren illustrerer en matematisk setning.
Hvilken setning er det?

Oppgave 11 (2 poeng)

Du får vite følgende om en trekant ABC :

- $\angle B = 90^\circ$
- $AC = 4 \text{ cm}$
- $\tan \angle A = 1$

Lag en skisse som viser hvordan trekanten ser ut.

Bestem lengden av AB og BC eksakt.

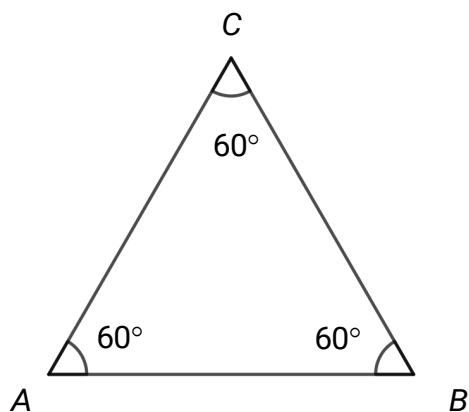
Oppgave 12 (2 poeng)



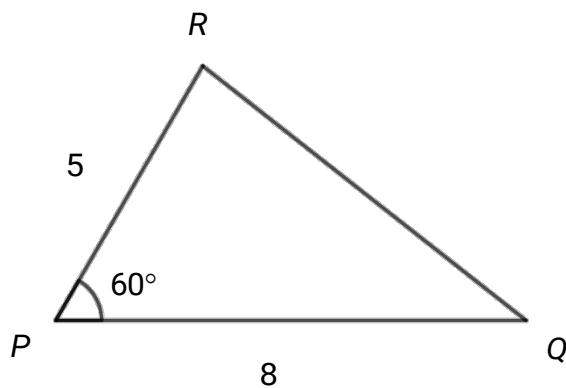
Maria finner en gammel hengelås. Koden på hengelåsen består av tre tall. Hvert tall kan velges blant de hele tallene fra og med 0 til og med 9.

Bestem sannsynligheten for at koden begynner med 2 4 eller 4 2.

Oppgave 13 (4 poeng)

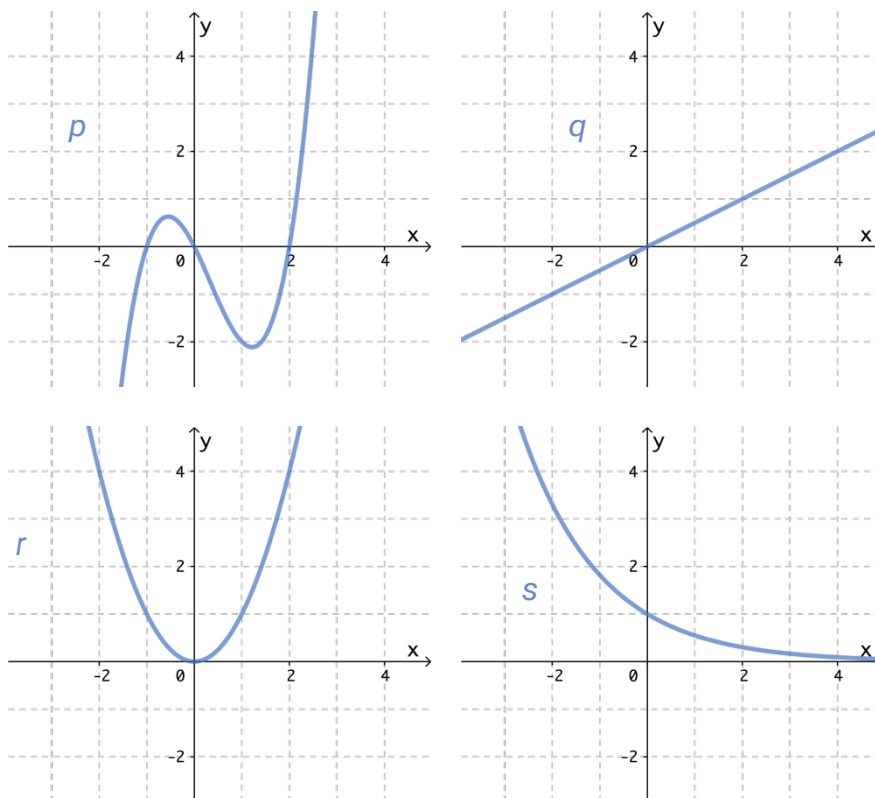


a) Bruk $\triangle ABC$ ovenfor til å vise at $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$



b) Bestem lengden av siden QR i $\triangle PQR$ ovenfor.

Oppgave 14 (4 poeng)



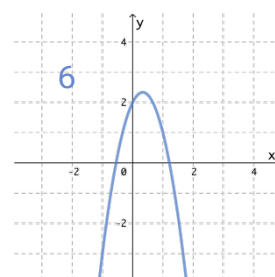
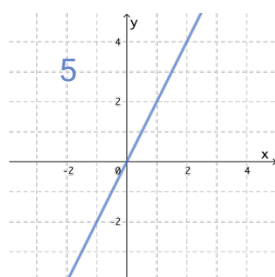
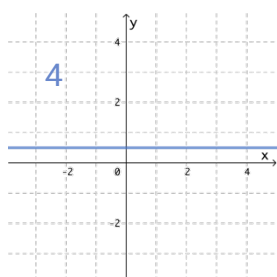
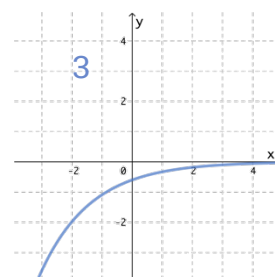
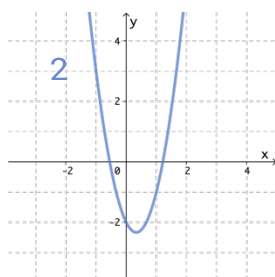
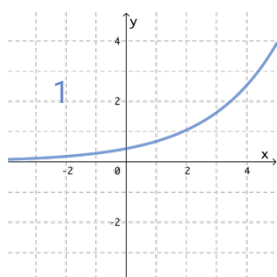
Ovenfor ser du grafene til fire funksjoner p , q , r og s .

Hvilken av grafene nedenfor er grafen til den deriverte av p ?

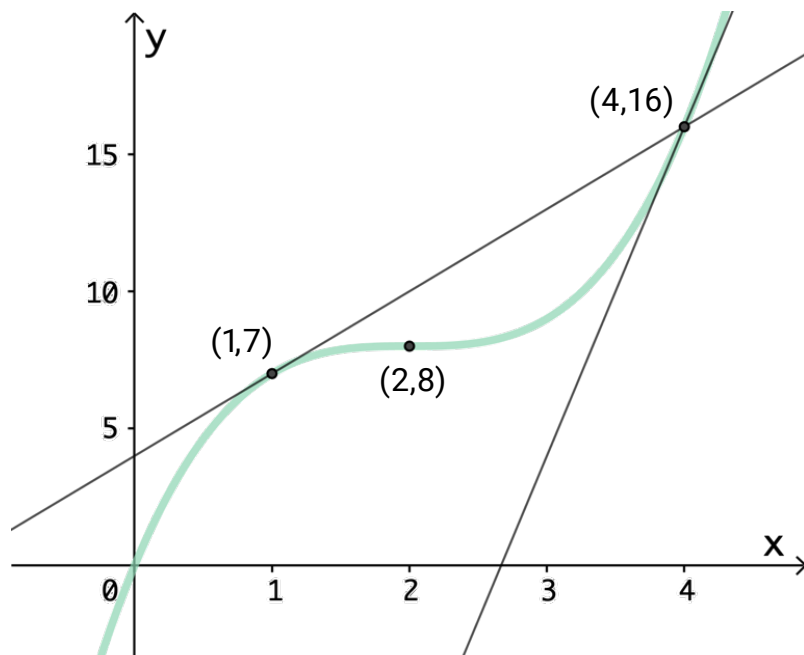
Hvilken av grafene nedenfor er grafen til den deriverte av q ?

Hvilken av grafene nedenfor er grafen til den deriverte av r ?

Hvilken av grafene nedenfor er grafen til den deriverte av s ?



Oppgave 15 (2 poeng)



Ovenfor ser du grafen til en tredjegradsfunksjon f .

- Grafen har et terrassepunkt i $(2,8)$
- Likningen for tangenten til grafen i punktet $(1,7)$ er $y = 3x + 4$
- Likningen for tangenten til grafen i punktet $(4,16)$ er $y = 12x - 32$

Tegn grafen til den deriverte av funksjonen f .

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)



En smed skal bearbeide et metallstykke. Funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 470 \cdot 0,95^x + 30 \quad , \quad x \in [0, 120]$$

viser temperaturen $T(x)$ grader celsius ($^{\circ}\text{C}$) i metallstykket x minutter etter at smeden har tatt det ut av ovnen.

- Tegn grafen til T .
- Hva er temperaturen i metallstykket når smeden tar det ut av ovnen?

Metallet lar seg bare bearbeide når temperaturen er 150°C eller høyere.

- Hvor lang tid har smeden på seg til å bearbeide metallstykket etter at han har tatt det ut av ovnen?

Smeden har utført noen beregninger. Se nedenfor.

- 5 minutter etter at metallstykket er tatt ut av ovnen, er temperaturen i metallet $A^{\circ}\text{C}$ og i ferd med å avta med $B^{\circ}\text{C}$ per minutt.
- C minutter etter at metallstykket er tatt ut av ovnen, er temperaturen i metallet $D^{\circ}\text{C}$ og i ferd med å avta med $7,4^{\circ}\text{C}$ per minutt.

- Hvilke tall skal stå under de svarte sirklene merket A , B , C og D ?

Oppgave 2 (4 poeng)



En fabrikk produserer hengellåser med to maskiner, maskin A og maskin B.

- Maskin A produserer dobbelt så mange hengellåser som maskin B.
- Det har vist seg at det er feil ved 5 % av hengellåsene fra maskin A og ved 2 % av hengellåsene fra maskin B.

En dag produserer bedriften 300 hengellåser.

a) Systematiser opplysningene ovenfor i en krysstabell.

Tenk deg at du tilfeldig tar en hengellås som er produsert denne dagen.

b) Bestem sannsynligheten for at det er feil ved hengellåsen.

Det viser seg at det er feil ved hengellåsen du har tatt.

c) Bestem sannsynligheten for at denne hengellåsen da er produsert av maskin A.

Oppgave 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 - bx - 2$$

Grafen til f har et toppunkt i $(2,6)$.

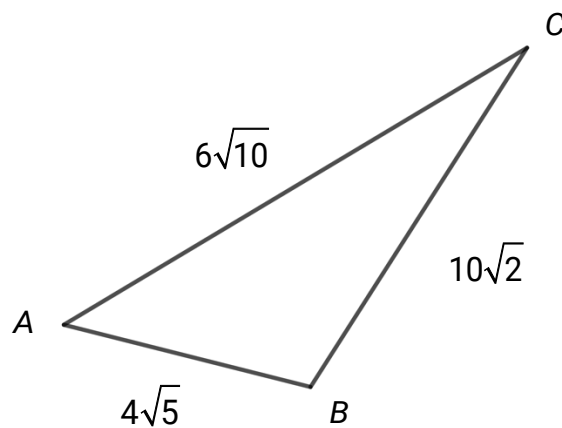
a) Forklar at dette gir de to likningene

$$12a - b = 0$$

$$8a - 2b - 2 = 6$$

b) Bestem a og b .

Oppgave 4 (4 poeng)

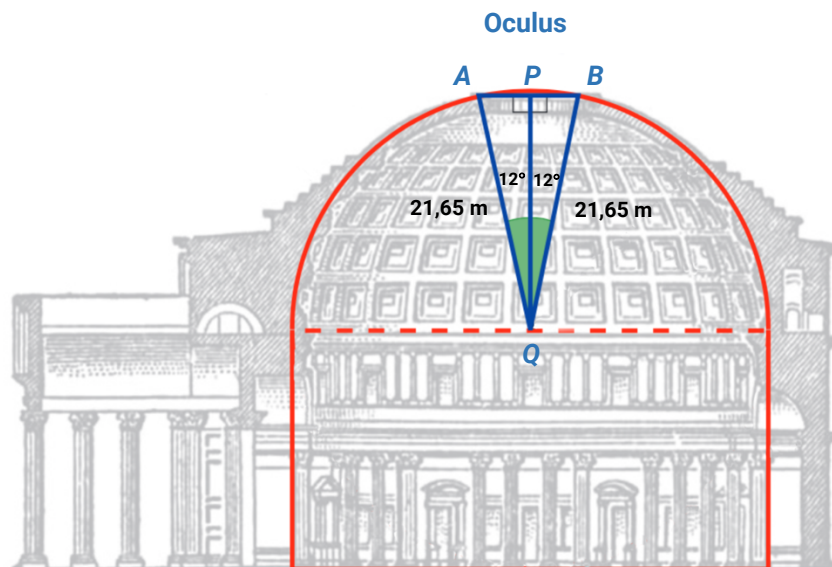


Gitt trekanten ovenfor. $AB = 4\sqrt{5}$, $BC = 10\sqrt{2}$ og $AC = 6\sqrt{10}$.

Bestem eksakte verdier for $\cos A$ og $\sin C$.

Oppgave 5 (4 poeng)

Pantheon er et tempel i Roma. En del av tempelet er formet som en sylinder med en halvkule på toppen. Høyden i sylinderen er lik radius i halvkulen. Skissen nedenfor viser et tverrsnitt av bygningen.



Øverst i Pantheon er en sirkelformet åpning som kalles oculus (øye).

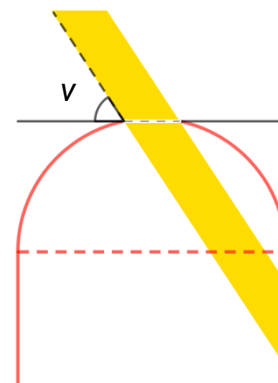
Oculus har diameter AB og sentrum i P .

Halvkulen har sentrum i Q og radius $r = QA = QB = 21,65$ m. $\angle PQA = \angle BQP = 12^\circ$

- a) Bruk trigonometriske beregninger til å vise at diameteren til oculus er 9 m.

Solstrålene slipper inn gjennom oculus. Se skissen til høyre.

- b) Bruk trigonometriske beregninger til å bestemme hvor stor vinkelen v minst må være for at solstråler skal treffe gulvet i Pantheon.



Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!