Utdanningsdirektoratet

Eksamen

25.05.2022

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarer framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Bilete teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1

a) Løys likninga

$$(x-2)(x+1)=0$$

b) Set opp ein ulikskap som har løysing $x \in \langle \leftarrow, -1 \rangle \cup \langle 2, \rightarrow \rangle$
Hugs å grunngi svaret.

Oppgåve 2

Bestem r og s slik at samanhengen nedanfor blir ein identitet

$$9x^2 - 30x + r = (3x - s)^2$$

Oppgåve 3

Om ein rettvinkla trekant ABC får du vite at $\tan\angle B = \dfrac{3}{4}$

- Kan det vere riktig at $\sin\angle B = \dfrac{3}{10}$?
- Kan det vere riktig at den eine kateten er 6 og den andre kateten er 8?
- Kan det vere riktig at hypotenusen er kortare enn 4?

Hugs å grunngi alle tre svara.

Oppgåve 4

```python
def f(x):
    return x ** 2    # Definerer funksjonen f gitt ved f(x) = x ^ 2

x = 1

while f(x) <= 400:
    print(f(x))
    x = x + 1
```

Forklar kva som skjer når programmet ovanfor blir køyrd.
Kva blir resultatet?

Oppgåve 5

Ein rasjonal funksjon f har vertikal asymptote $x = -2$ og horisontal asymptote $y = 3$.

Bestem to moglege funksjonsuttrykk for f.
Hugs å forklare korleis du tenkjer.

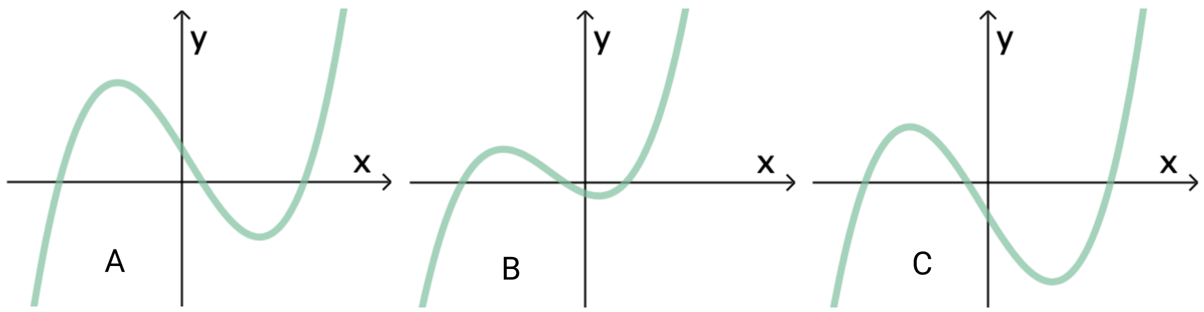
Oppgåve 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 18x - 9$$

a) Vis at divisjonen $f(x):(x-3)$ går opp.

b) Gjer berekningar, og vurder kva for ein av grafane nedanfor som kan vere grafen til f.



DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1

Ein fabrikk har ein vasstank. Vatnet i tanken skal tappast ut.

Anta at funksjonen V gitt ved

$$V(x)=2000-2000\cdot\left(1-\frac{x}{40}\right)^2 \quad , \quad 0\leq x\leq 40$$

kan brukast som ein modell for kor mange liter vatn $V(x)$ som er tappa ut av tanken x minutt etter at tappinga starta.

a) Bestem $V(0)$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

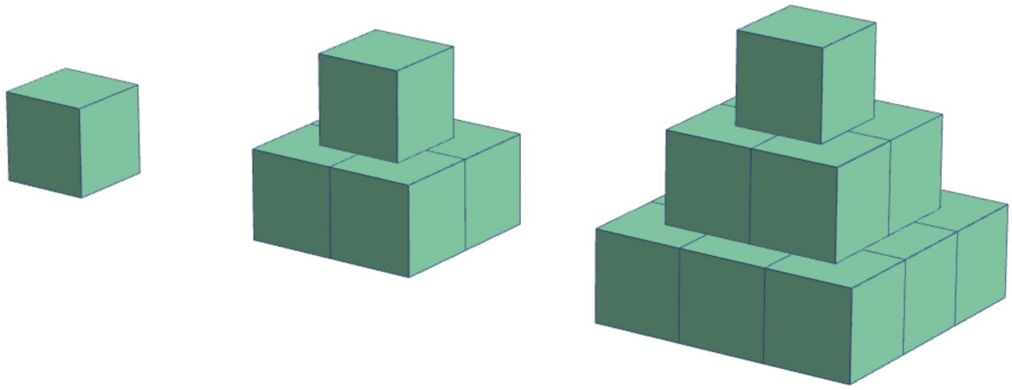
b) Bestem verdimengda til V.

c) Kor lang tid vil det ta før halvparten av vatnet er tappa ut av tanken?

d) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(0, V(0))$ og $(30, V(30))$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

e) Undersøk om det nokon gong vil tappast ut meir enn 105 liter vatn i løpet av eitt minutt.

Oppgåve 2



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Ovanfor ser du tre figurar. Figurane er sette saman av små klossar. Roar vil fortsetje å lage figurar etter same mønster.

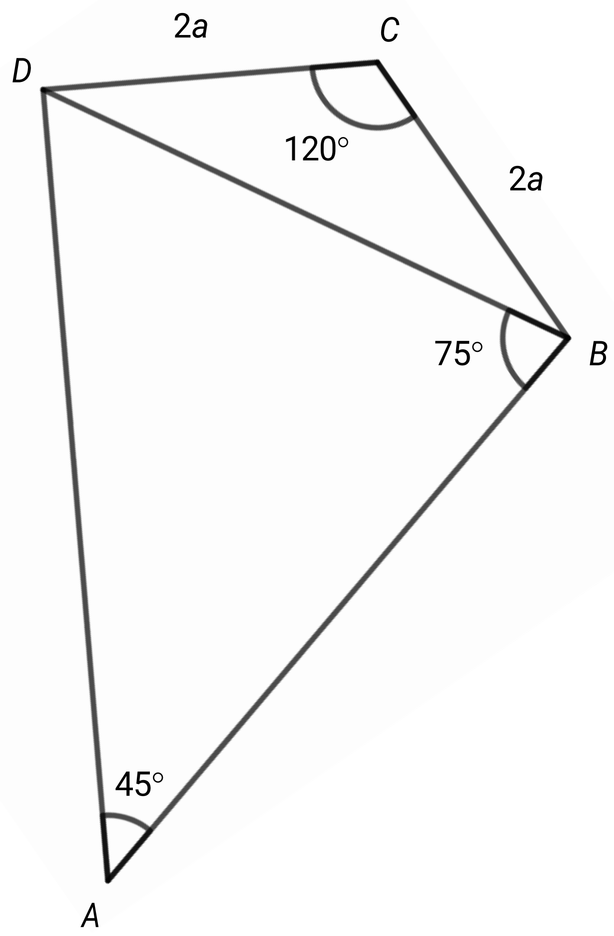
a) Kor mange klossar treng han for å lage figur 5?

b) Kor mange klossar treng han til saman for å lage dei 10 første figurane?

Roar har 10 000 klossar. Han vil starte med den minste figuren og lage éin figur i kvar storleik.

c) Kor mange figurar kan han lage?
   Kor mange klossar vil han ha igjen når han har laga figurane?

Oppgåve 3



Gitt firkanten $ABCD$ ovanfor.

a) Bestem eit eksakt uttrykk for omkrinsen av firkanten.

b) Vis at forholdet mellom arealet av ΔABD og arealet av ΔBCD er $\frac{3}{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

Oppgåve 4

Då Eline og Malene kom til hytta, var temperaturen i stua 2,0 °C. Dei skrudde på varmen og stilte termostaten på 20 °C. Tabell 1 viser temperaturen i stua x minutt etter at dei skrudde på varmen.

Tid (minutt)	1	5	10	20	30	50	80	120
Temperatur (°C)	2,0	3,7	5,3	8,0	10,2	13,4	16,4	18,4

Tabell 1

Eline og Malene vil lage ein modell som viser temperaturen i stua x minutt etter at dei skrudde på varmen. Dei startar med å bruke tala i tabell 1 til å lage ein modell T_1 på forma $T_1(x) = a \cdot x^b$

a) Bestem tala a og b.

b) Vurder gyldigheitsområdet til modellen T_1.

Eline og Malene ønskjer å forbetre modellen T_1. Eline foreslår at dei skal trekkje 20 °C frå kvar temperatur dei har målt, og heller bruke ein eksponentialfunksjon som modell. Ho set opp ein ny tabell.

Tid (minutt)	1	5	10	20	30	50	80	120
Korrigert temperatur (°C)	–18,0	–16,3	–14,7	–12,0	–9,8	–6,6	–3,6	–1,6

Tabell 2

c) Lag ein eksponentialfunksjon f som passar godt til tala i tabell 2.

d) Teikn grafen til T_1 og grafen til f i same koordinatsystem.
Beskriv forskjellar mellom dei to grafane.

Malene meiner dei kan bruke funksjonen f til å lage ein betre modell enn T_1 for temperaturen i stua. «Vi løfter grafen til f opp 20 °C, slik at han startar omtrent i punktet $(0,2)$», seier ho. «Då vil han passe perfekt.»

e) Bruk funksjonen f, og lag ein modell T_2 ved å gjere som Malene foreslår.
Kva vil temperaturen i stua vere etter 4 timar ifølgje modellen T_2?

Oppgåve 5

Grafen til ein andregradsfunksjon f har

- ein tangent i punktet $(1, f(1))$ med stigningstal 0
- ein tangent i punktet $(4, f(4))$ med stigningstal 6

a) Bestem $f'(x)$

Grafen til f skjer y-aksen i punktet $(0,4)$.

b) Bestem $f(x)$

Oppgåve 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2b \cdot x^2 + (b^2 + 3) \cdot x \quad \text{der} \quad b \in \mathbb{R}$$

a) Vis at f berre har eitt nullpunkt uavhengig av verdien av b.

b) Løys likninga $f'(x) = 0$
For kva verdiar av b har grafen til f berre eitt stasjonært punkt?

Dersom $b \neq 0$ har grafen til f to tangentar med stigningstal 3.

c) Bestem likningane for desse tangentane.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1

a) Løs likningen

$$(x-2)(x+1)=0$$

b) Sett opp en ulikhet som har løsning $x \in \langle \leftarrow, -1 \rangle \cup \langle 2, \rightarrow \rangle$
Husk å begrunne svaret.

Oppgave 2

Bestem r og s slik at sammenhengen nedenfor blir en identitet

$$9x^2 - 30x + r = (3x - s)^2$$

Oppgave 3

Om en rettvinklet trekant ABC får du vite at $\tan\angle B = \dfrac{3}{4}$

- Kan det være riktig at $\sin\angle B = \dfrac{3}{10}$?
- Kan det være riktig at den ene kateten er 6 og den andre kateten er 8?
- Kan det være riktig at hypotenusen er kortere enn 4?

Husk å begrunne alle tre svarene.

Oppgave 4

```python
def f(x):
    return x ** 2    # Definerer funksjonen f gitt ved f(x) = x ^ 2

x = 1

while f(x) <= 400:
    print(f(x))
    x = x + 1
```

Forklar hva som skjer når programmet ovenfor kjøres.
Hva blir resultatet?

Oppgave 5

En rasjonal funksjon f har vertikal asymptote $x = -2$ og horisontal asymptote $y = 3$.

Bestem to mulige funksjonsuttrykk for f.
Husk å forklare hvordan du tenker.

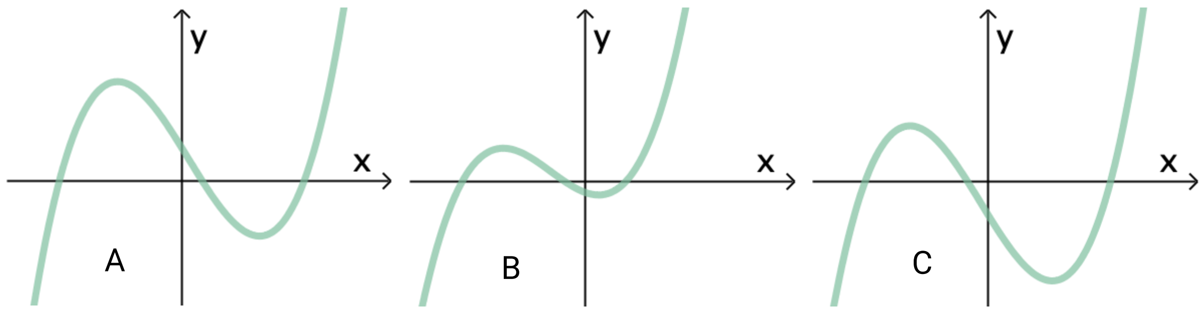
Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 18x - 9$$

a) Vis at divisjonen $f(x):(x-3)$ går opp.

b) Gjør beregninger, og vurder hvilken av grafene nedenfor som kan være grafen til f.



DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1

En fabrikk har en vanntank. Vannet i tanken skal tappes ut.

Anta at funksjonen V gitt ved

$$V(x) = 2000 - 2000 \cdot \left(1 - \frac{x}{40}\right)^2 \quad , \quad 0 \le x \le 40$$

kan brukes som en modell for hvor mange liter vann $V(x)$ som er tappet ut av tanken x minutter etter at tappingen startet.

a) Bestem $V(0)$. Gi en praktisk tolkning av svaret.

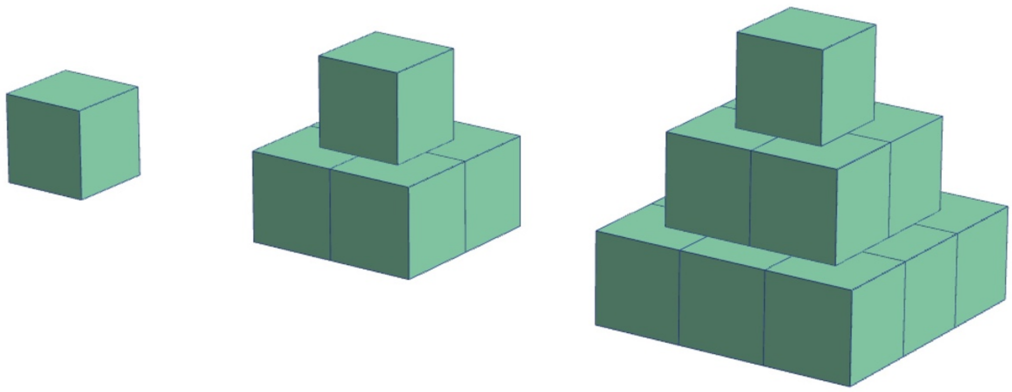
b) Bestem verdimengden til V.

c) Hvor lang tid vil det ta før halvparten av vannet er tappet ut av tanken?

d) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(0, V(0))$ og $(30, V(30))$. Gi en praktisk tolkning av svaret.

e) Undersøk om det noen gang vil tappes ut mer enn 105 liter vann i løpet av ett minutt.

Oppgave 2



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små klosser. Roar vil fortsette å lage figurer etter samme mønster.

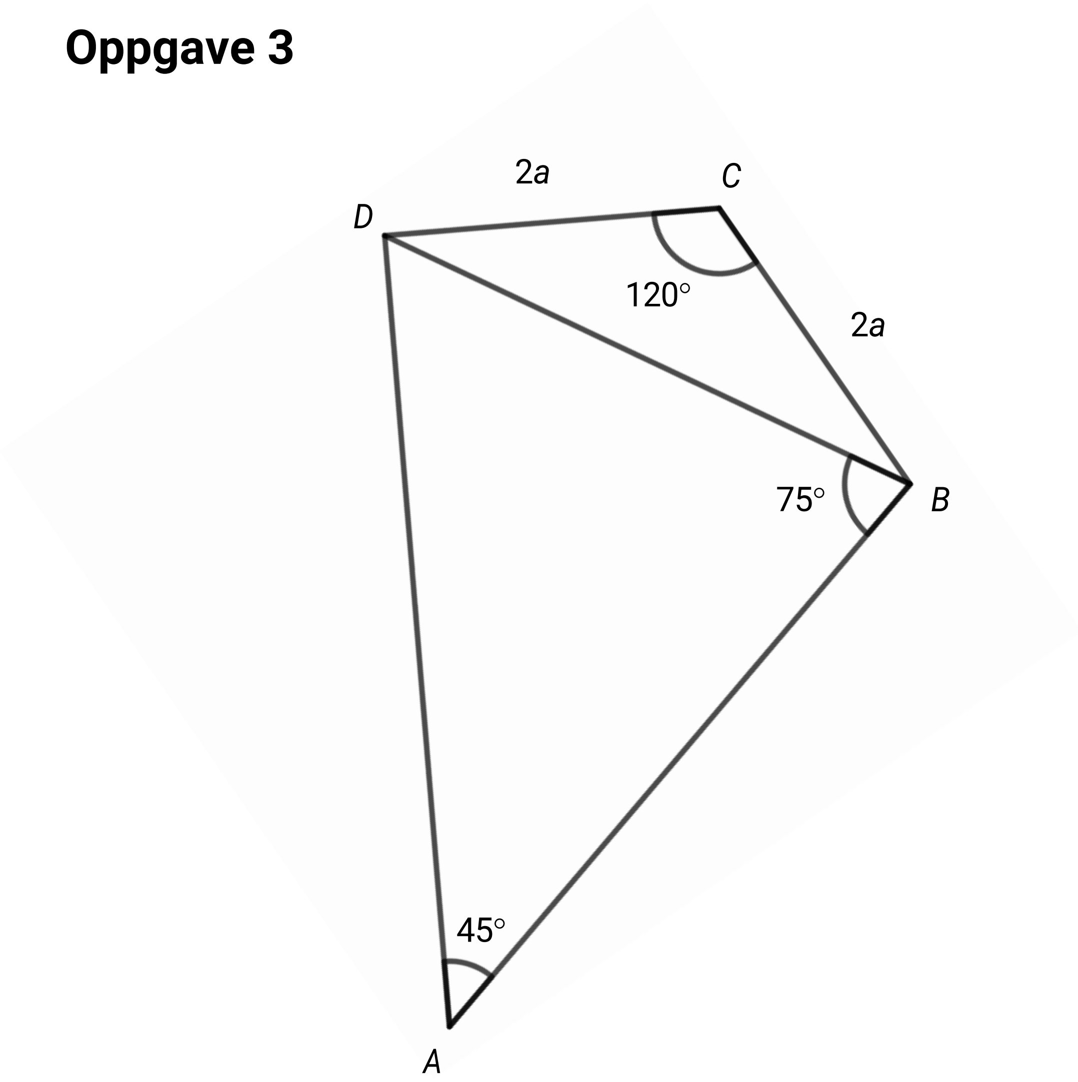
a) Hvor mange klosser trenger han for å lage figur 5?

b) Hvor mange klosser trenger han til sammen for å lage de 10 første figurene?

Roar har 10 000 klosser. Han vil starte med den minste figuren og lage én figur i hver størrelse.

c) Hvor mange figurer kan han lage?
Hvor mange klosser vil han ha igjen når han har laget figurene?

Oppgave 3



Gitt firkanten *ABCD* ovenfor.

a) Bestem et eksakt uttrykk for omkretsen av firkanten.

b) Vis at forholdet mellom arealet av $\triangle ABD$ og arealet av $\triangle BCD$ er $\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

Oppgave 4

Da Eline og Malene kom til hytta, var temperaturen i stua 2,0 °C. De skrudde på varmen og stilte termostaten på 20 °C. Tabell 1 viser temperaturen i stua x minutter etter at de skrudde på varmen.

Tid (minutter)	1	5	10	20	30	50	80	120
Temperatur (°C)	2,0	3,7	5,3	8,0	10,2	13,4	16,4	18,4

Tabell 1

Eline og Malene vil lage en modell som viser temperaturen i stua x minutter etter at de skrudde på varmen. De starter med å bruke tallene i tabell 1 til å lage en modell T_1 på formen $T_1(x) = a \cdot x^b$

a) Bestem tallene a og b.

b) Vurder gyldighetsområdet til modellen T_1.

Eline og Malene ønsker å forbedre modellen T_1. Eline foreslår at de skal trekke 20 °C fra hver temperatur de har målt, og heller bruke en eksponentialfunksjon som modell. Hun setter opp en ny tabell.

Tid (minutter)	1	5	10	20	30	50	80	120
Korrigert temperatur (°C)	–18,0	–16,3	–14,7	–12,0	–9,8	–6,6	–3,6	–1,6

Tabell 2

c) Lag en eksponentialfunksjon f som passer godt til tallene i tabell 2.

d) Tegn grafen til T_1 og grafen til f i samme koordinatsystem.
Beskriv forskjeller mellom de to grafene.

Malene mener de kan bruke funksjonen f til å lage en bedre modell enn T_1 for temperaturen i stua. «Vi løfter grafen til f opp 20 °C, slik at den starter omtrent i punktet $(0,2)$», sier hun. «Da vil den passe perfekt.»

e) Bruk funksjonen f, og lag en modell T_2 ved å gjøre som Malene foreslår.
Hva vil temperaturen i stua være etter 4 timer ifølge modellen T_2?

Oppgave 5

Grafen til en andregradsfunksjon f har

- en tangent i punktet $(1,f(1))$ med stigningstall 0
- en tangent i punktet $(4,f(4))$ med stigningstall 6

a) Bestem $f'(x)$

Grafen til f skjærer y-aksen i punktet $(0,4)$.

b) Bestem $f(x)$

Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=x^3-2b\cdot x^2+(b^2+3)\cdot x \quad \text{der} \quad b\in\mathbb{R}$$

a) Vis at f bare har ett nullpunkt uavhengig av verdien av b.

b) Løs likningen $f'(x)=0$
For hvilke verdier av b har grafen til f bare ett stasjonært punkt?

Dersom $b\neq 0$ har grafen til f to tangenter med stigningstall 3.

c) Bestem likningene for disse tangentene.

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!