Utdanningsdirektoratet

Eksamen

26.05.2023

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

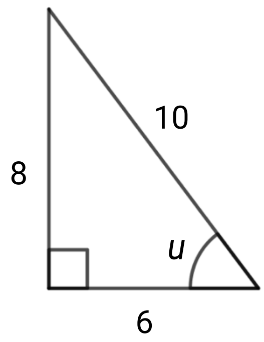
Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarer framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Om vekting av oppgåvene	Kvar deloppgåve vil bli vekta likt når svara dine blir vurderte, med unntak av • oppgåve 4 og 5 i Del 1 • oppgåve 3, 4b, 5 og 6b i Del 2 som vil bli vekta dobbelt så mykje som dei andre deloppgåvene.
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Trym og Eira: Kidaha, Pixabay (11.05.2021) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1

Ein rettvinkla trekant har sidelengder 8, 6 og 10. Sjå figuren til høgre.



Vis at

$$(\sin u)^2 + (\cos u)^2 = 1$$

Oppgåve 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

I kva for nokre punkt skjer grafen til funksjonen x - aksen?

Oppgåve 3

Gitt likninga

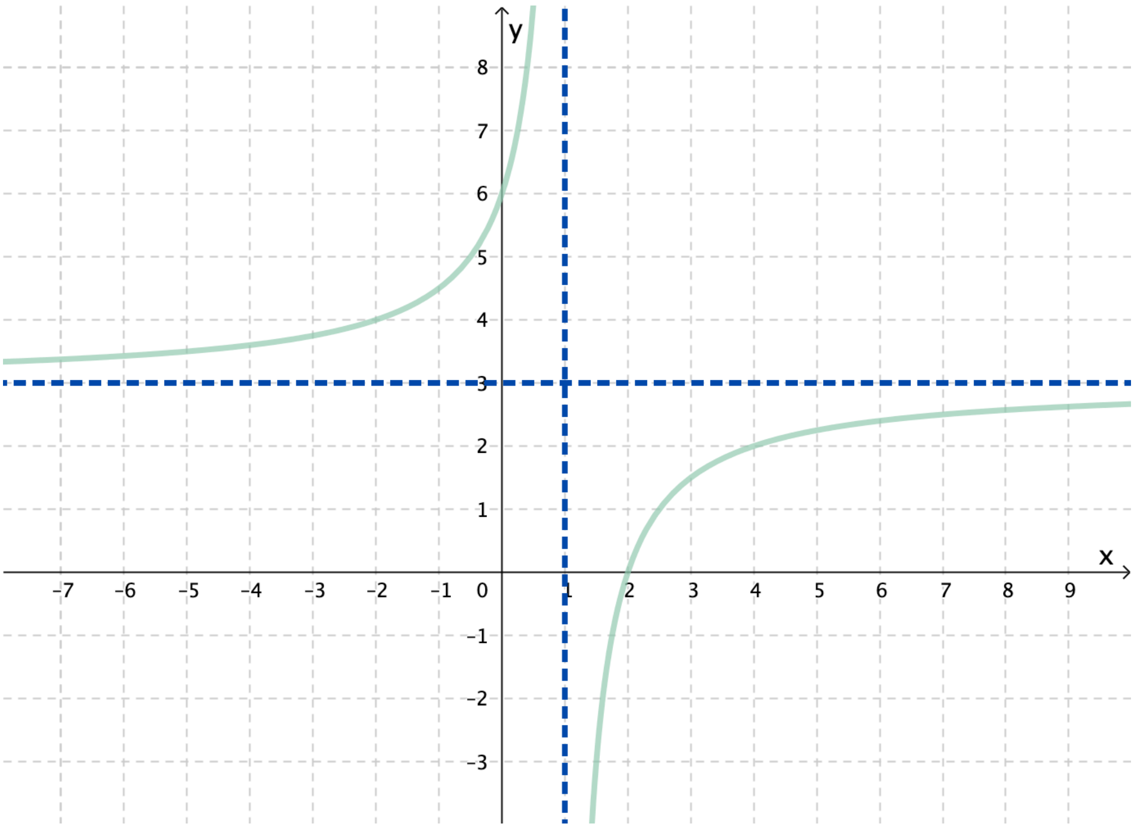
$$x^3 - 5x^2 - 8x + 12 = (x-1)(x+a)(x-b)$$

Bestem a og b slik at likninga blir ein identitet.

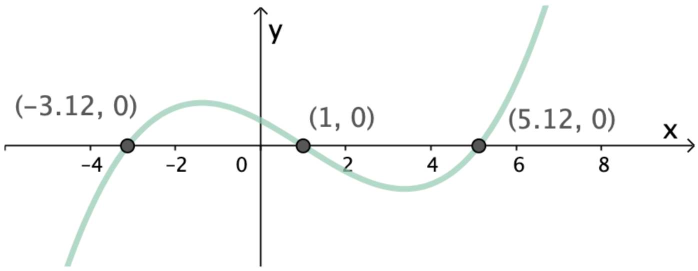
Oppgåve 4

Nedanfor ser du grafen til ein rasjonal funksjon f .

Bestem $f(x)$. Hugs å argumentere for at svaret ditt er rett.



Oppgåve 5



Ovanfor ser du grafen til den deriverte av ein funksjon f .

Nullpunkta til f er $x=-4$, $x=-2$, $x=4$ og $x=6$

Lag ei skisse som viser korleis grafen til f kan sjå ut. Hugs å argumentere for kvifor du meiner skissa er rett.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1

Dei siste åra har Lars budd på Svalbard frå 1. februar til 1. oktober. Kvart år har han målt temperaturen utanfor huset sitt på ulike tidspunkt nokre dagar kvar veke.

Han har funne at funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 0{,}048x^4 - 1{,}4x^3 + 13{,}36x^2 - 45{,}8x + 35{,}2 \quad , \quad x \in [2, 10]$$

er ein rimeleg bra modell for gjennomsnittstemperaturen $T(x)$ °C kvart døgn dei månadene han bur på Svalbard, når han lar $x = 2$ svare til 1. februar, $x = 3$ til 1. mars, $x = 4$ til 1. april og så vidare.

a) Omtrent kor mange døgn i perioden 1. februar–1. oktober er gjennomsnittstemperaturen over $0°\text{C}$ ifølgje modellen?

b) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(3, T(3))$ og $(7, T(7))$. Gi ei praktisk tolking av dette stigningstalet.

c) Bestem nullpunkt og ekstremalpunkt til den deriverte funksjonen T'.
Gjer greie for kva koordinatane til kvart av punkta fortel om gjennomsnittstemperaturen utanfor huset til Lars.

Oppgåve 2

Ei gruppe speidarar har slått opp telt ved ei elv. Dei har eit tau som er 80 m langt, og fire pinnar. Tauet og pinnane skal dei bruke til å setje opp eit gjerde rundt teltet. Området dei gjerdar inn, skal ha form som eit rektangel, og dei vil ikkje setje opp gjerde langs elva. Sjå skissa ovanfor.

a) Kor stort blir arealet av området dersom dei vel at lengda skal vere 60 meter?

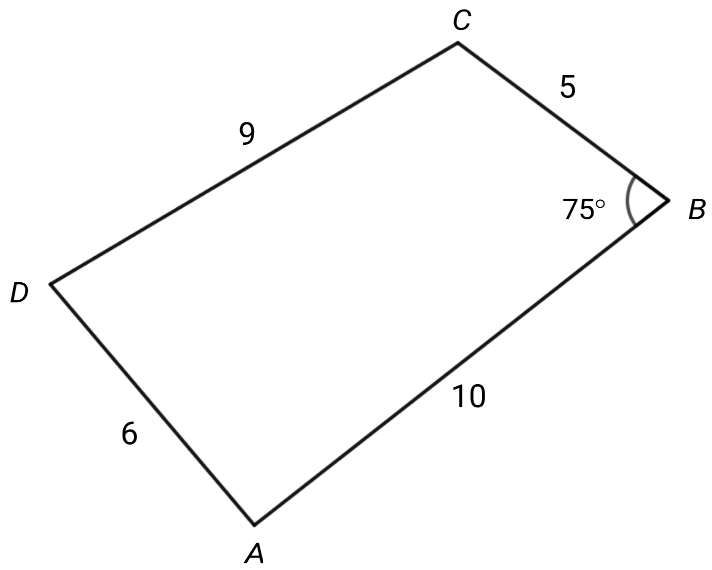
Herman påstår at arealet av området blir størst dersom lengda er dobbelt så lang som breidda.

b) Lag ei systematisk oversikt som viser arealet av ulike område som dei kan gjerde inn. Bruk oversikta til å argumentere for at Herman sin påstand kan vere rett.

Josefine lurer på om dei kan teikne ein graf som viser at Herman har rett. Ho prøver å setje opp eit funksjonsuttrykk som ho kan bruke.

c) Set opp eit funksjonsuttrykk for Josefine. Teikn grafen og vis at Hermann sin påstand er rett.

Oppgåve 3



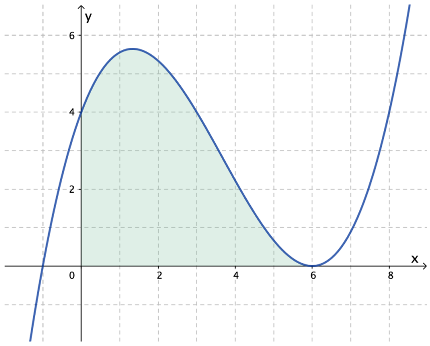
I denne oppgåva skal du vise at du kan bruke trigonometri til å bestemme arealet av figuren ovanfor.

Bestem arealet. Hugs å gjere greie for kva for nokre trigonometriske samanhengar du bruker.

Oppgåve 4

Til høgre ser du grafen til funksjonen f gitt ved

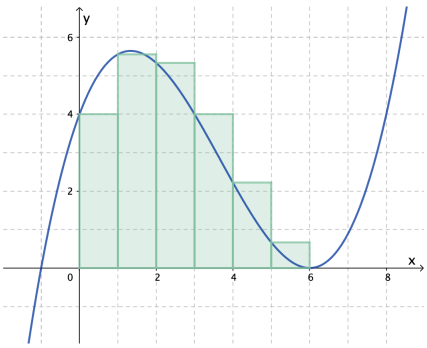
$$f(x)=\frac{1}{9}(x+1)(x-6)^2$$



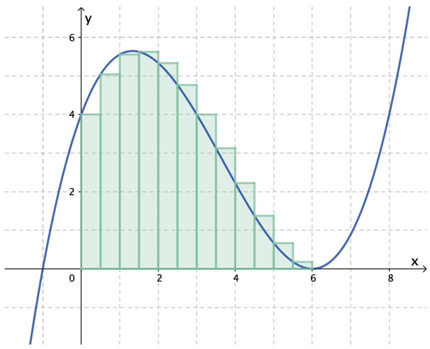
Figur 1

Thea vil bestemme ein tilnærma verdi for arealet av det grøne området som er avgrensa av y - aksen, x - aksen og grafen til f .

Ho vil gjere dette ved å leggje saman areala av små rektangel. Ho byrjar som vist på figur 2 og figur 3 nedanfor og vil så auke talet på rektangel for å få ei betre tilnærming.



Figur 2



Figur 3

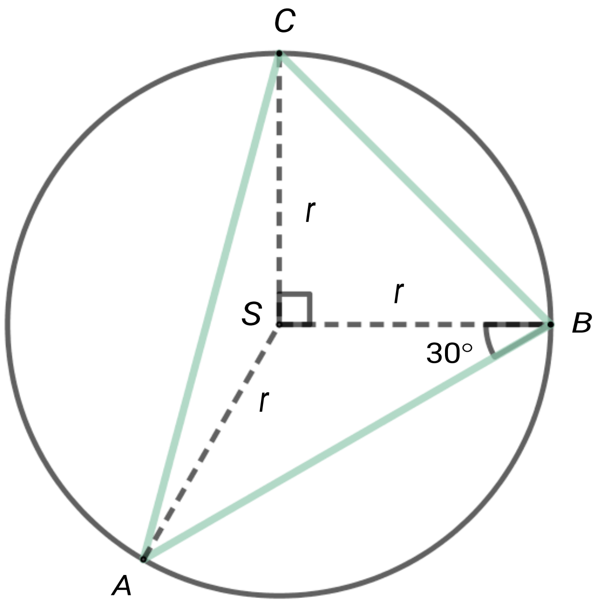
a) Bestem arealet av dei seks rektangla i figur 2.

b) Lag eit program som Thea kan bruke når ho skal auke talet på rektangel. Du kan til dømes byrje som vist nedanfor.

```
def f(x):
    return 1/9 * (x + 1) * (x - 6) ** 2      # Definerer funksjonen f

x_min = 0       # Minste x-verdi
x_maks = 6      # Største x-verdi

n = 6000        # Tal på rektangel

bredde =                          # Breidda av kvart rektangel

```

c) Bruk programmet til å bestemme arealet dersom ho bruker 6000 rektangel.

Oppgåve 5



Punkta A, B og C ligg på ein sirkel med sentrum i S og radius r.

$\angle SBA = 30^\circ$ og $\angle BSC = 90^\circ$

Arealet av $\triangle ABC$ er $2\sqrt{3}+6$

Sjå figuren ovanfor.

Bestem ein eksakt verdi for r.

Oppgåve 6

Trym og Eira arbeider med oppgåva nedanfor.

> Funksjonen f er gitt ved
>
> $$f(x)=x^3-3x^2+2$$
>
> Bestem koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f.

Eg ser med éin gong at grafen må ha eit topp- eller botnpunkt som ligg på y - aksen.

Korleis ser du det?

Funksjonsuttrykket har ikkje eit førstegradsledd.
Då må det vere slik.

Kvifor det?
Vil det alltid vere slik?

Ja, i alle fall for alle tredjegradsfunksjonar.
Det har eg lært meg.

Men det er jo ikkje slik for grafen til x^3.

Æsj! Det stemmer.

Det kan jo hende du har litt rett likevel,
men at det er noko meir vi må sjå etter?

a) Løys oppgåva elevane arbeider med.

b) Ta utgangspunkt i dialogen ovanfor. Utforsk og kommenter Trym sin «regel».

Bokmål

<table>
<tr><th colspan="2">Eksamensinformasjon</th></tr>
<tr><td>Eksamenstid</td><td>Eksamen varer i 5 timer.
Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig.
Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time.
Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler.
Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.</td></tr>
<tr><td>Del uten hjelpemidler</td><td>Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.</td></tr>
<tr><td>Del med hjelpemidler</td><td>Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.</td></tr>
<tr><td>Framgangsmåte</td><td>Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver.
Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver.

Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.</td></tr>
<tr><td>Veiledning om vurderingen</td><td>Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering.
Sensor vurderer i hvilken grad du
viser regneferdigheter og matematisk forståelse
gjennomfører logiske resonnementer
ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner
kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler
forklarer framgangsmåter og begrunner svar
skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
vurderer om svar er rimelige</td></tr>
<tr><td>Om vekting av oppgavene</td><td>Hver deloppgave vektes likt når besvarelsen din blir vurdert, med unntak av
oppgave 4 og 5 i Del 1
oppgave 3, 4b, 5 og 6b i Del 2
som vektes <u>dobbelt så mye</u> som de andre deloppgavene.</td></tr>
<tr><td>Andre opplysninger</td><td>Kilder for bilder, tegninger osv.
Trym og Eira: Kidaha, Pixabay (11.05.2021)
Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet</td></tr>
</table>

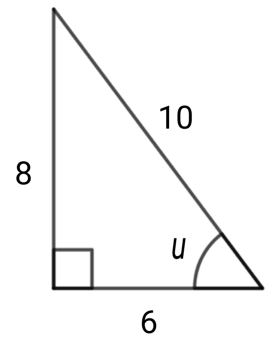
DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1

En rettvinklet trekant har sidelengder 8, 6 og 10. Se figuren til høyre.

Vis at

$$(\sin u)^2 + (\cos u)^2 = 1$$



Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

I hvilke punkter skjærer grafen til funksjonen x - aksen?

Oppgave 3

Gitt likningen

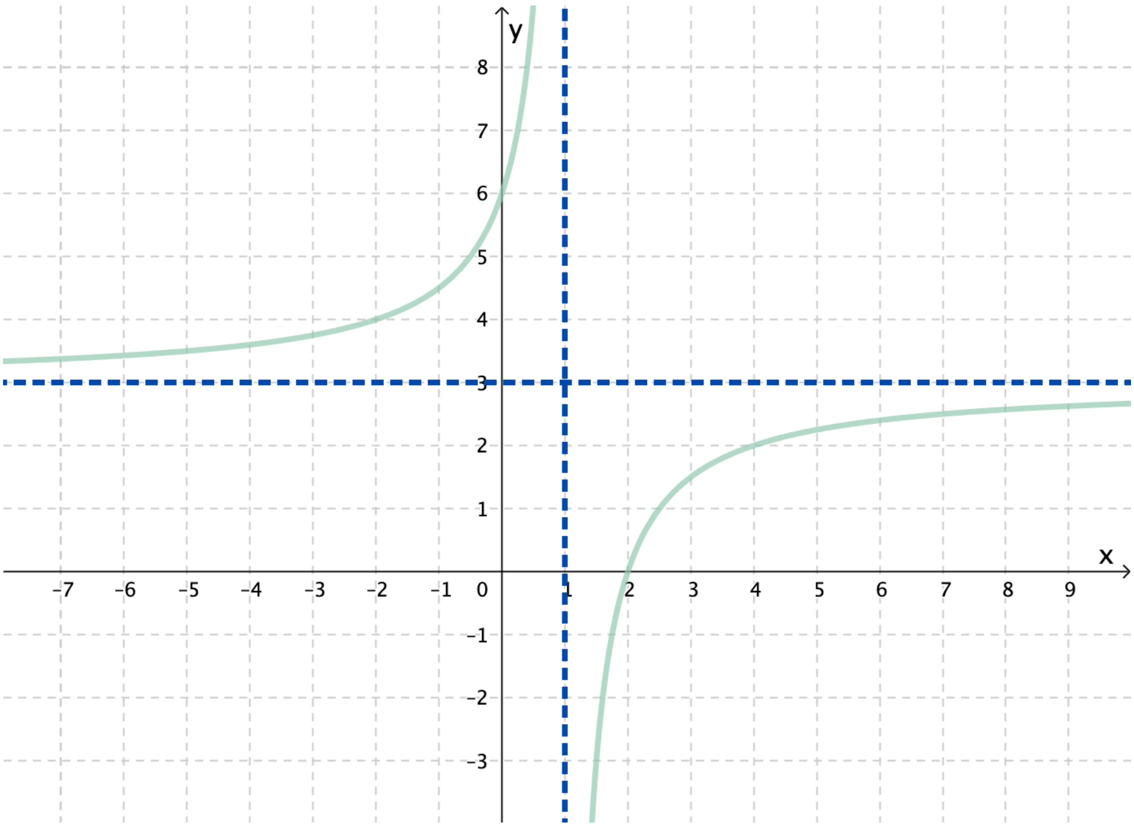
$$x^3 - 5x^2 - 8x + 12 = (x-1)(x+a)(x-b)$$

Bestem a og b slik at likningen blir en identitet.

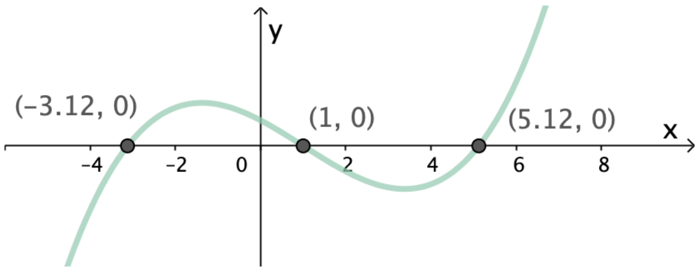
Oppgave 4

Nedenfor ser du grafen til en rasjonal funksjon f .

Bestem $f(x)$. Husk å argumentere for at svaret ditt er riktig.



Oppgave 5



Ovenfor ser du grafen til den deriverte av en funksjon f .

Nullpunktene til f er $x=-4$, $x=-2$, $x=4$ og $x=6$

Lag en skisse som viser hvordan grafen til f kan se ut.
Husk å argumentere for hvorfor du mener skissen er riktig.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1

De siste årene har Lars bodd på Svalbard fra 1. februar til 1. oktober. Hvert år har han målt temperaturen utenfor huset sitt på ulike tidspunkt noen dager hver uke.

Han har funnet at funksjonen T gitt ved

$$T(x)=0{,}048x^4-1{,}4x^3+13{,}36x^2-45{,}8x+35{,}2 \quad , \quad x\in[2,10]$$

er en rimelig bra modell for gjennomsnittstemperaturen $T(x)$ °C hvert døgn de månedene han bor på Svalbard, når han lar $x=2$ svare til 1. februar, $x=3$ til 1. mars, $x=4$ til 1. april og så videre.

a) Omtrent hvor mange døgn i perioden 1. februar–1. oktober er gjennomsnittstemperaturen over $0°\text{C}$ ifølge modellen?

b) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(3,T(3))$ og $(7,T(7))$. Gi en praktisk tolkning av dette stigningstallet.

c) Bestem nullpunkter og ekstremalpunkter til den deriverte funksjonen T'.
Gjør rede for hva koordinatene til hvert av punktene forteller om gjennomsnittstemperaturen utenfor huset til Lars.

Oppgave 2

En gruppe speidere har slått opp telt ved en elv. De har et tau som er 80 m langt, og fire pinner. Tauet og pinnene skal de bruke til å sette opp et gjerde rundt teltet. Området de gjerder inn, skal ha form som et rektangel, og de vil ikke sette opp gjerde langs elven. Se skissen ovenfor.

a) Hvor stort blir arealet av området dersom de velger at lengden skal være 60 meter?

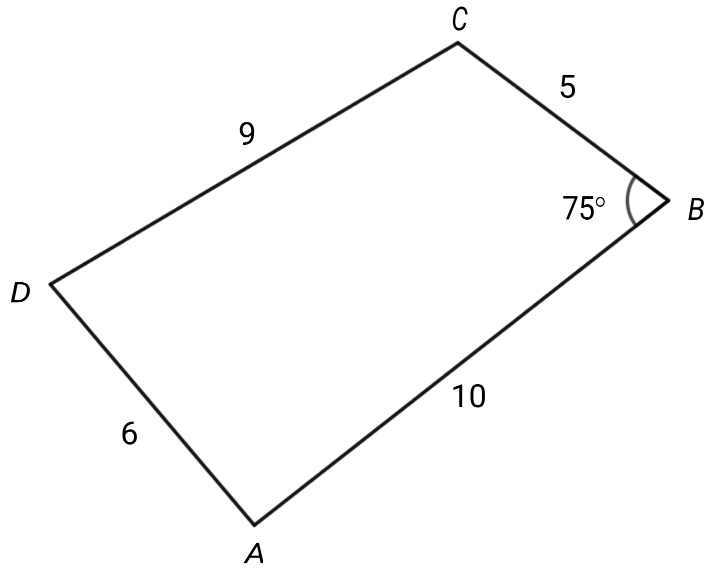
Herman påstår at arealet av området blir størst dersom lengden er dobbelt så lang som bredden.

b) Lag en systematisk oversikt som viser arealet av ulike områder som de kan gjerde inn. Bruk oversikten til å argumentere for at Herman sin påstand kan være riktig.

Josefine lurer på om de kan tegne en graf som viser at Herman har rett. Hun prøver å sette opp et funksjonsuttrykk som hun kan bruke.

c) Sett opp et funksjonsuttrykk for Josefine. Tegn grafen og vis at Hermann sin påstand er riktig.

Oppgave 3



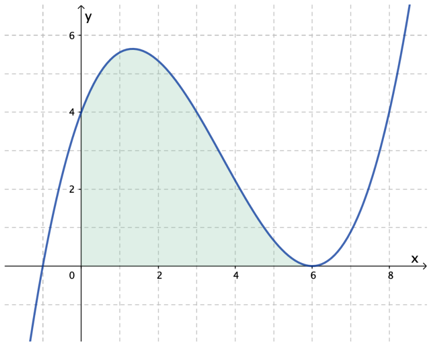
I denne oppgaven skal du vise at du kan bruke trigonometri til å bestemme arealet av figuren ovenfor.

Bestem arealet. Husk å gjøre rede for hvilke trigonometriske sammenhenger du bruker.

Oppgave 4

Til høyre ser du grafen til funksjonen f gitt ved

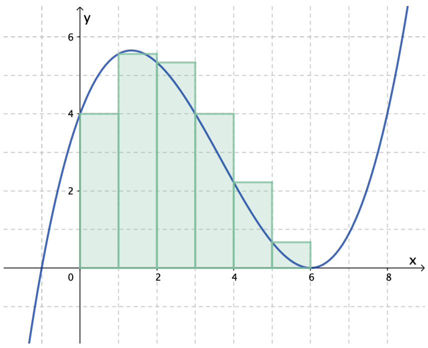
$$f(x)=\frac{1}{9}(x+1)(x-6)^2$$



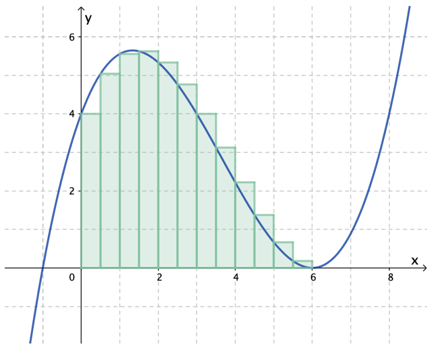
Figur 1

Thea ønsker å bestemme en tilnærmet verdi for arealet av det grønne området som er avgrenset av y - aksen, x - aksen og grafen til f.

Hun vil gjøre dette ved å legge sammen arealene av små rektangler. Hun begynner som vist på figur 2 og figur 3 nedenfor og vil så øke antall rektangler for å få en bedre tilnærming.



Figur 2



Figur 3

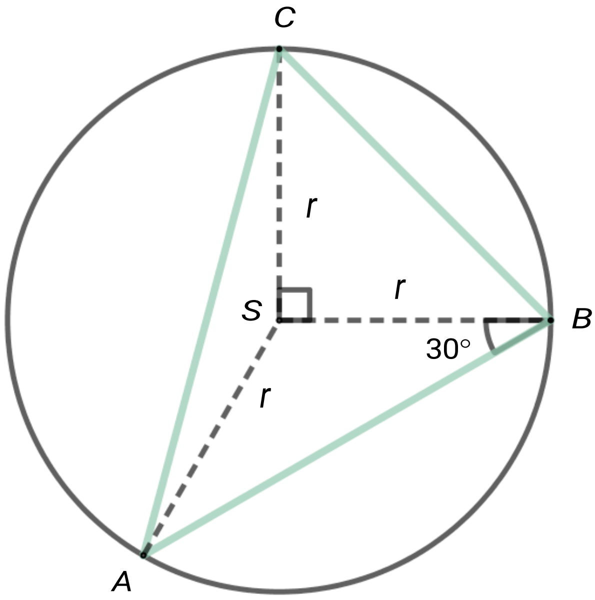
a) Bestem arealet av de seks rektanglene i figur 2.

b) Lag et program som Thea kan bruke når hun skal øke antallet rektangler.
Du kan for eksempel begynne som vist nedenfor.

```
def f(x):
    return 1/9 * (x + 1) * (x - 6) ** 2      # Definerer funksjonen f

x_min = 0       # Minste x-verdi
x_maks = 6      # Største x-verdi

n = 6000        # Antall rektangler

bredde =                          # Bredden av hvert rektangel

```

c) Bruk programmet til å bestemme arealet dersom hun bruker 6000 rektangler.

Oppgave 5



Punktene A, B og C ligger på en sirkel med sentrum i S og radius r.

$\angle SBA = 30^\circ$ og $\angle BSC = 90^\circ$

Arealet av $\triangle ABC$ er $2\sqrt{3}+6$

Se figuren ovenfor.

Bestem en eksakt verdi for r.

Oppgave 6

Trym og Eira arbeider med oppgaven nedenfor.

> Funksjonen f er gitt ved
>
> $$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$
>
> Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

Jeg ser med én gang at grafen må ha et topp- eller bunnpunkt som ligger på y - aksen.

Hvordan ser du det?

Funksjonsuttrykket har ikke et førstegradsledd.
Da må det være slik.

Hvorfor det?
Vil det alltid være slik?

Ja, i alle fall for alle tredjegradsfunksjoner.
Det har jeg lært meg.

Men det er jo ikke slik for grafen til x^3.

Æsj! Det stemmer.

Det kan jo hende du har litt rett likevel,
men at det er noe mer vi må se etter?

a) Løs oppgaven elevene arbeider med.

b) Ta utgangspunkt i dialogen ovenfor. Utforsk og kommenter Trym sin «regel».

Blank side

Blank side

Utdannings-
direktoratet

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!