Utdannings-
direktoratet

Eksamen

23.05.2024

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

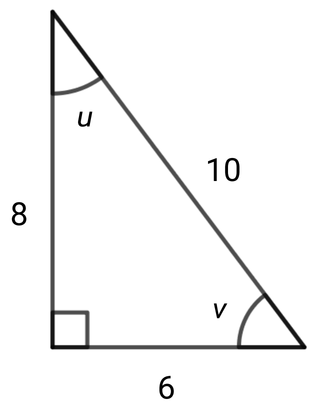
Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarer framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Bagettar: Pixabay (20.01.2024) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 **(2 poeng)**



Tom har arbeidd med trekanten ovanfor og påstår at $\tan u \cdot \tan v = 1$

a) Vis at Tom har rett.

b) Avgjer om påstanden stemmer for alle rettvinkla trekantar med to spisse vinklar u og v.

Oppgåve 2 **(3 poeng)**

Guri har utført to ulike polynomdivisjonar og påstår at begge divisjonane viser at faktoriseringa nedanfor er rett.

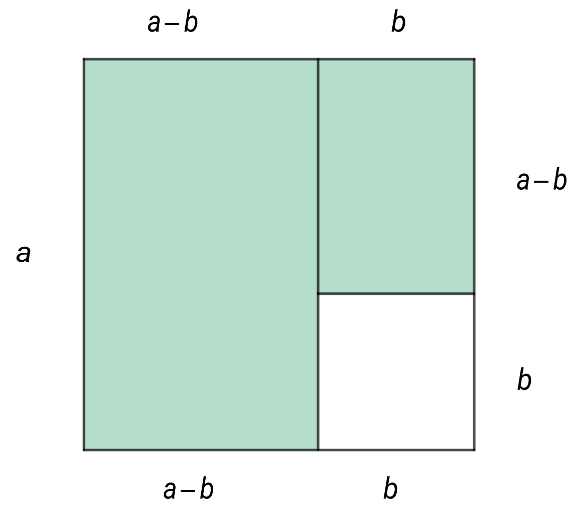
$$2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = (2x^2 + 7x + 3) \cdot (x - 2)$$

Kva for nokre to polynomdivisjonar kan ho ha utført?

Utfør dei to polynomdivisjonane, og forklar at kvar av dei viser at faktoriseringa er rett.

Oppgåve 3 (2 poeng)

Set opp ein matematisk identitet med utgangspunkt i arealet av det grøne området.



Oppgåve 4 (2 poeng)

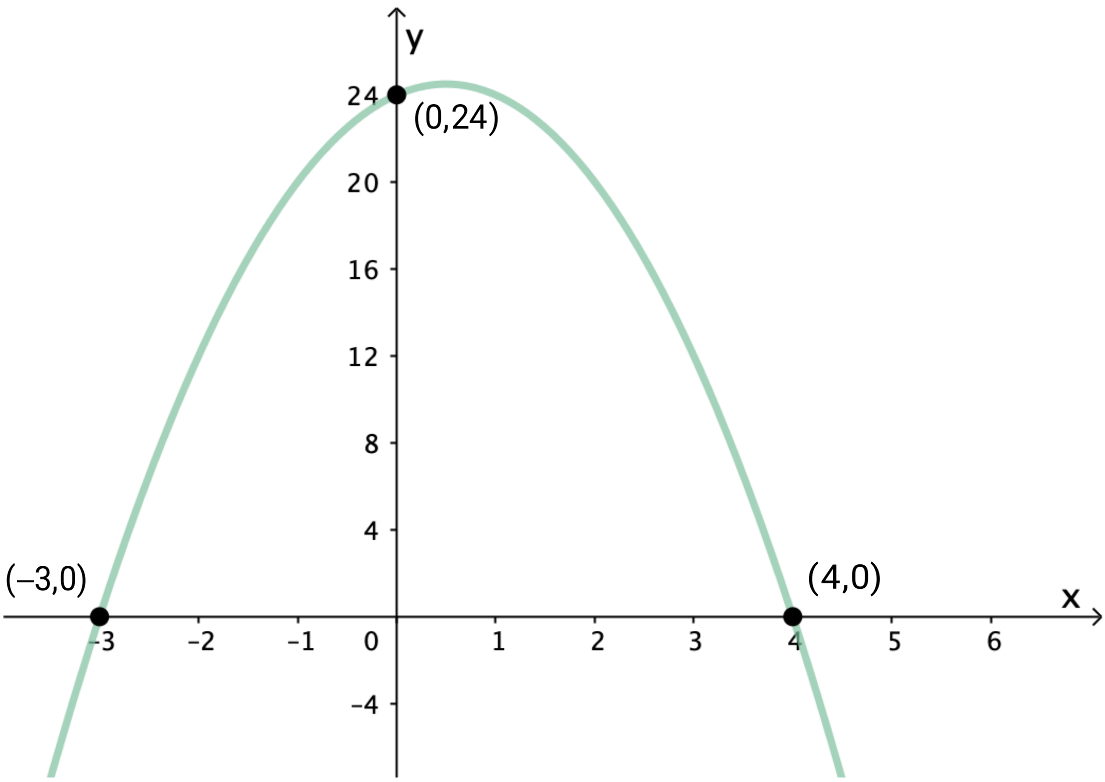
Ada har laga programmet nedanfor.

```
def f(x):
    return x ** 2 - 3 * x + 7

a = 0
b = 5

v = (f(b) - f(a))/ (b - a)

print(v)
```

Kva verdi blir skriven ut når Ada køyrer programmet, og kva fortel denne verdien?

Oppgåve 5 **(4 poeng)**

Figuren viser grafen til ein funksjon f .



a) Bestem $f(x)$

b) Løys ulikskapen $f(x) > 12$

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (8 poeng)

Tabellen nedanfor viser kor mange bagettar ei kantine har selt kvar av dei siste sju vekene, og kor stort overskot salet har gitt.

Selde bagettar	100	130	160	175	190	220	235
Overskot (kroner)	1450	2300	3050	3365	3720	4140	4175

a) Bruk opplysningane ovanfor til å vise at funksjonen O gitt ved

$$O(x) = -0{,}09x^2 + 51{,}04x - 2776{,}98$$

er ein god modell for kor stort overskotet for ei veke blir når kantina produserer og sel x bagettar i løpet av veka.

b) Kor mange bagettar må kantina produsere og selje i løpet av ei veke, ifølgje modellen O, for at overskotet skal bli størst mogleg? Kor stort blir dette overskotet?

c) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(100, O(100))$ og $(200, O(200))$. Gi ei praktisk tolking av svaret du får.

d) Bestem den momentane vekstfarten når $x = 235$. Gi ei praktisk tolking av svaret du får.

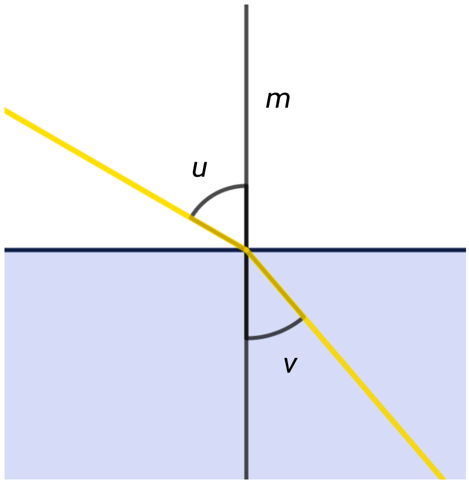
Oppgåve 2 (3 poeng)

Når ein lysstråle går frå luft til vatn, skiftar han retning.

På figuren står linja m vinkelrett på vassoverflata, og lysstrålen går frå å danne ein vinkel u med m til å danne ein vinkel v med m.

Når lysstrålen går frå luft til vann, vil

$$\sin u = 1{,}33 \cdot \sin v$$



a) Kor stor må vinkelen u vere for at vinkelen v skal bli 39°?

b) Kva vil skje med vinkelen v dersom vinkelen u nærmar seg 90°?

c) Kan vinklane u og v bli like store?

Hugs å grunngi svara dine.

Oppgåve 3 (4 poeng)

Du får vite følgjande om ein trekant ABC

- AB er 8
- $\angle A = 120^\circ$
- Arealet av trekanten er $4\sqrt{3}$

Bestem lengdene av sidene AC og BC eksakt.

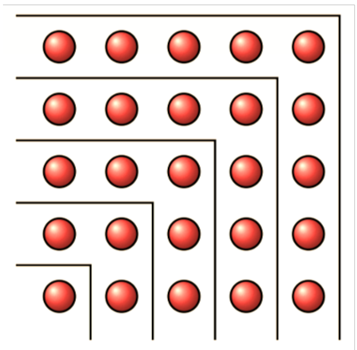
Oppgåve 4 (4 poeng)

I denne oppgåva skal du arbeide med summar av oddetal.

$$
\begin{aligned}
S_1 &= 1 \\
S_2 &= 1+3 \\
S_3 &= 1+3+5 \\
S_4 &= 1+3+5+7 \\
S_5 &= 1+3+5+7+9 \\
S_6 &= 1+3+5+7+9+11 \\
&\ldots
\end{aligned}
$$

a) Lag et program som summerer og skriv ut summane S_1, S_2, S_3 ... S_{20}

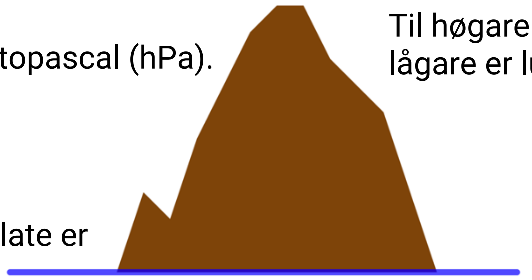
b) Beskriv samanhengen du oppdagar når du ser på summane som er skrivne ut. Bruk figuren nedanfor til å argumentere for at samanhengen må vere rett.



Oppgåve 5 **(8 poeng)**

Lufttrykk blir ofte målt i hektopascal (hPa).

Til høgare over havet vi er, til lågare er lufttrykket.



Lufttrykket ved havets overflate er ca. 1000 hPa.

Når lufttrykket er lågare enn 1000 hPa, vil kokepunktet for vatn vere lågare enn 100 $^\circ\text{C}$. Sjå tabellen nedanfor.

Lufttrykk (hPa)	Kokepunkt for vatn ($^\circ\text{C}$)
1000	100
500	81,4
200	60,1
80	41,5
40	29

a) Bestem ein modell K på forma

$$K(x) = a \cdot x^b$$

som tilnærma viser samanhengen mellom lufttrykket x hPa og kokepunktet $K(x)$ $^\circ\text{C}$.

Ari: Betyr dette at det ikkje går an å få egg hardkokte oppe på eit høgt fjell? Eit egg blir ikkje hardkokt dersom temperaturen i vatnet er lågare enn 85 $^\circ\text{C}$.

Lisa: Det kjem vel an på kor høgt fjellet er?

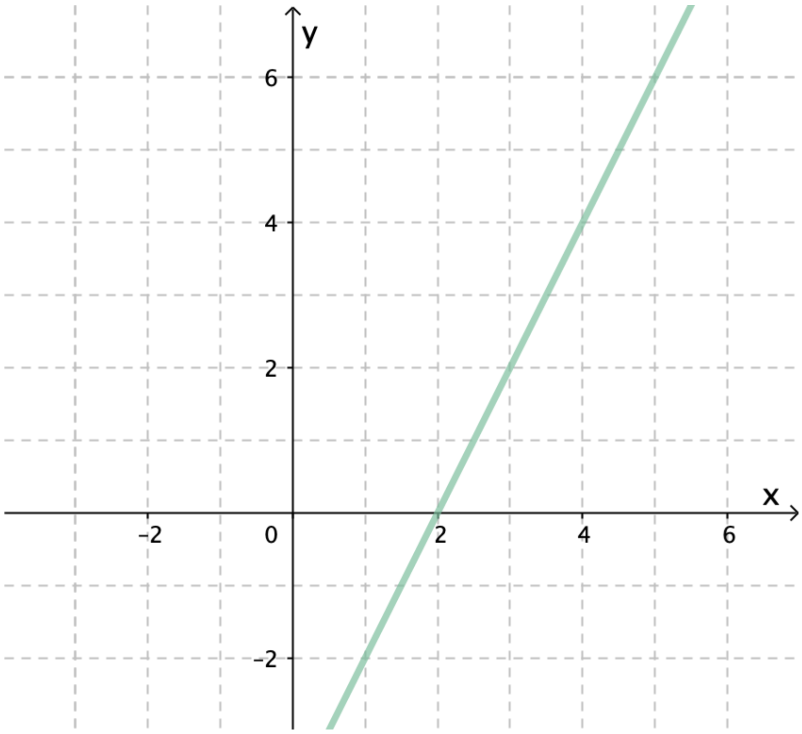
Ari: Eg vil lage ein modell som viser kor høgt lufttrykket er x kilometer over havoverflata. Eg har lært at lufttrykket minkar med ca. 12 % per km.

Lisa: Eg har lært at lufttrykket blir halvert for kvar 5,5 kilometer. Eg vil ta utgangspunkt i dette og lage ein modell på same form som den du lagar, Ari.

b) Lag modellane for Ari og Lisa.

c) Omtrent kor høgt over havet er det mogleg å få egg hardkokte?

Oppgåve 6 (2 poeng)

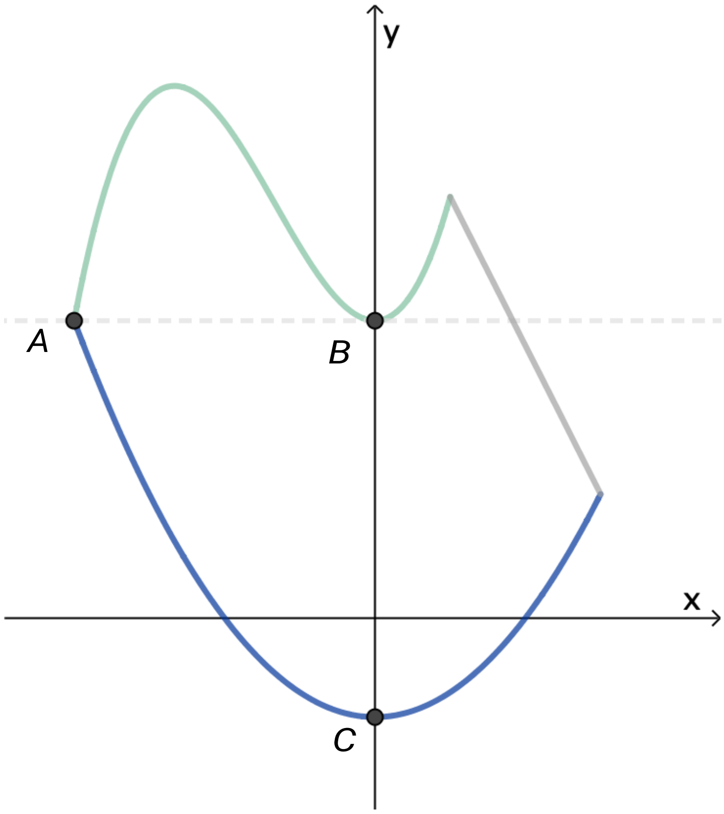


Den rette linja som er teikna i koordinatsystemet ovanfor, er den deriverte av ein funksjon f .

Punktet $P(1, 2)$ ligg på grafen til f .

Bestem likninga for tangenten til grafen til f i punktet P .
Hugs å argumentere for at svaret ditt er rett.

Oppgåve 7 **(6 poeng)**



Figuren ovanfor viser tre grafar som til saman dannar ei lukka kurve.

- To av grafane har botnpunkt som ligg på y - aksen.
- Punktet A og punktet B har same y - koordinat.

Bruk tre ulike funksjonar og lag ein tilsvarande figur slik at krava i begge kulepunkta ovanfor er oppfylte.

Det skal gå klart fram av svaret kva funksjonsuttrykk du har brukt.

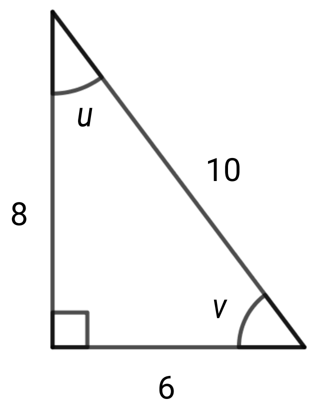
Hugs å forklare korleis du har tenkt, og argumenter for at løysinga di er rett.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. • Bagetter: Pixabay (20.01.2024) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)



Tom har arbeidet med trekanten ovenfor og påstår at $\tan u \cdot \tan v = 1$

a) Vis at Tom har rett.

b) Avgjør om påstanden stemmer for alle rettvinklede trekanter med to spisse vinkler u og v.

Oppgave 2 (3 poeng)

Guri har utført to ulike polynomdivisjoner og påstår at begge divisjonene viser at faktoriseringen nedenfor er riktig.

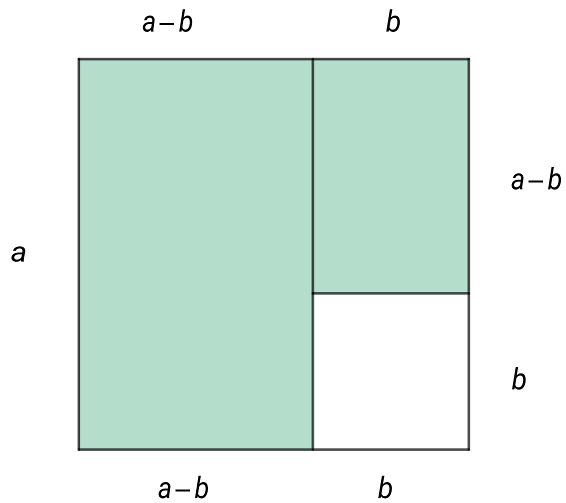
$$2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = (2x^2 + 7x + 3) \cdot (x - 2)$$

Hvilke to polynomdivisjoner kan hun ha utført?

Utfør de to polynomdivisjonene, og forklar at hver av dem viser at faktoriseringen er riktig.

Oppgave 3 (2 poeng)

Sett opp en matematisk identitet med utgangspunkt i arealet av det grønne området.



Oppgave 4 (2 poeng)

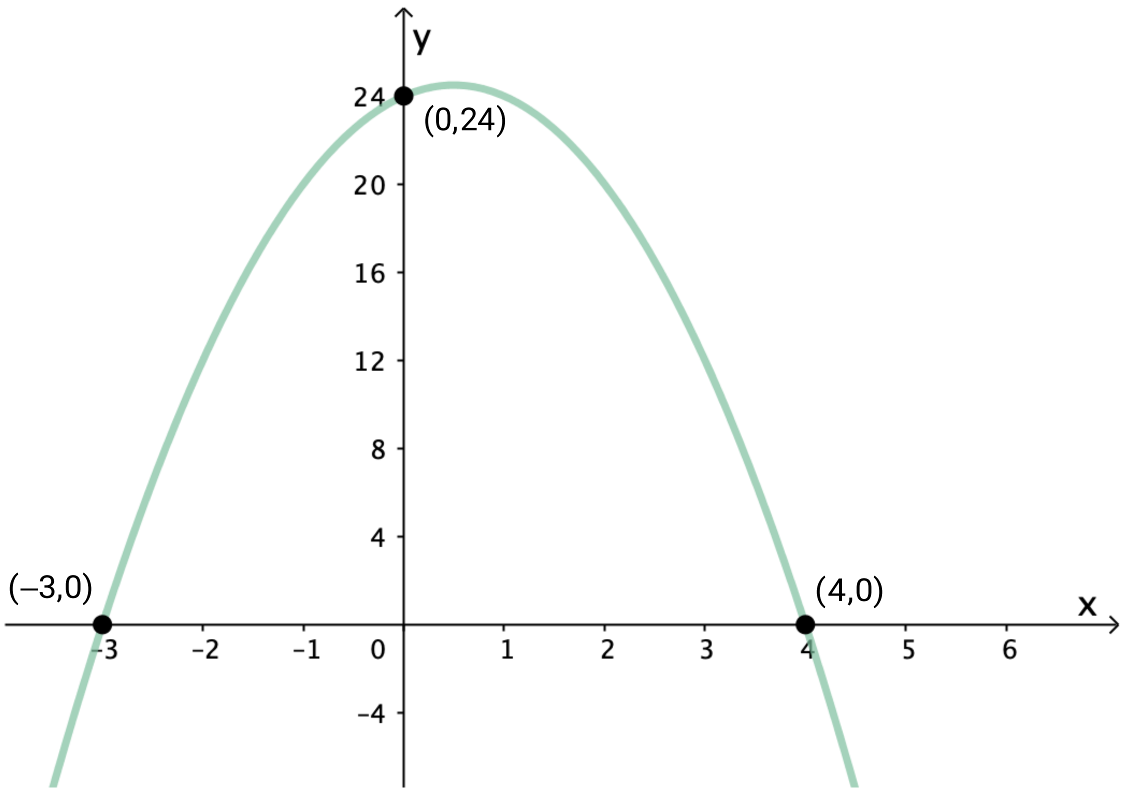
Ada har laget programmet nedenfor.

```
def f(x):
    return x ** 2 - 3 * x + 7

a = 0
b = 5

v = (f(b) - f(a))/ (b - a)

print(v)
```

Hvilken verdi skrives ut når Ada kjører programmet, og hva forteller denne verdien?

Oppgave 5 (4 poeng)

Figuren viser grafen til en funksjon f .



a) Bestem $f(x)$

b) Løs ulikheten $f(x) > 12$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)

Tabellen nedenfor viser hvor mange bagetter en kantine har solgt hver av de siste sju ukene, og hvor stort overskudd salget har gitt.

Solgte bagetter	100	130	160	175	190	220	235
Overskudd (kroner)	1450	2300	3050	3365	3720	4140	4175

a) Bruk opplysningene ovenfor til å vise at funksjonen O gitt ved

$$O(x) = -0{,}09x^2 + 51{,}04x - 2776{,}98$$

er en god modell for hvor stort overskuddet en uke blir når kantinen produserer og selger x bagetter i løpet av uken.

b) Hvor mange bagetter må kantinen produsere og selge i løpet av en uke, ifølge modellen O, for at overskuddet skal bli størst mulig? Hvor stort blir dette overskuddet?

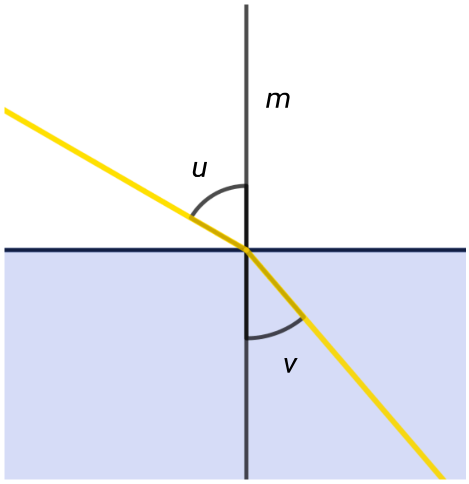
c) Bestem stigningstallet til den rette linjen som går gjennom punktene $(100, O(100))$ og $(200, O(200))$. Gi en praktisk tolkning av svaret du får.

d) Bestem den momentane vekstfarten når $x = 235$. Gi en praktisk tolkning av svaret du får.

Oppgave 2 **(3 poeng)**

Når en lysstråle går fra luft til vann, skifter den retning.

På figuren står linjen m vinkelrett på vannoverflaten og lysstrålen går fra å danne en vinkel u med m til å danne en vinkel v med m.



Når lysstrålen går fra luft til vann, vil

$$\sin u = 1{,}33 \cdot \sin v$$

a) Hvor stor må vinkelen u være for at vinkelen v skal bli 39°?

b) Hva vil skje med vinkelen v dersom vinkelen u nærmer seg 90°?

c) Kan vinklene u og v bli like store?

Husk å begrunne svarene dine.

Oppgave 3 **(4 poeng)**

Du får vite følgende om en trekant ABC

- AB er 8
- $\angle A = 120^\circ$
- Arealet av trekanten er $4\sqrt{3}$

Bestem lengdene av sidene AC og BC eksakt.

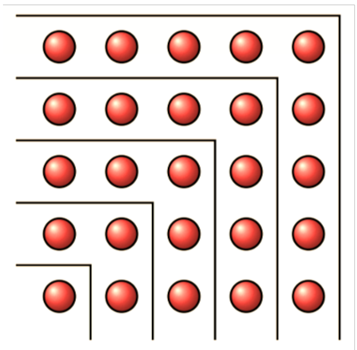
Oppgave 4 (4 poeng)

I denne oppgaven skal du arbeide med summer av oddetall.

$$
\begin{aligned}
S_1 &= 1\\
S_2 &= 1+3\\
S_3 &= 1+3+5\\
S_4 &= 1+3+5+7\\
S_5 &= 1+3+5+7+9\\
S_6 &= 1+3+5+7+9+11\\
&\ldots
\end{aligned}
$$

a) Lag et program som summerer og skriver ut summene S_1, S_2, S_3 ... S_{20}

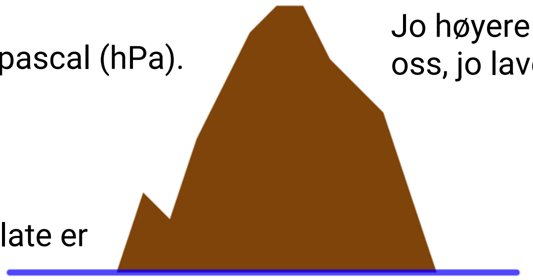
b) Beskriv sammenhengen du oppdager når du ser på summene som er skrevet ut. Bruk figuren nedenfor til å argumentere for at sammenhengen må være riktig.



Oppgave 5 (8 poeng)

Lufttrykk måles ofte i hektopascal (hPa).

Jo høyere over havet vi befinner oss, jo lavere er lufttrykket.



Lufttrykket ved havets overflate er ca. 1000 hPa.

Når lufttrykket er lavere enn 1000 hPa, vil kokepunktet for vann være lavere enn 100 °C . Se tabellen nedenfor.

Lufttrykk (hPa)	Kokepunkt for vann (°C)
1000	100
500	81,4
200	60,1
80	41,5
40	29

a) Bestem en modell K på formen

$$K(x) = a \cdot x^b$$

som tilnærmet viser sammenhengen mellom lufttrykket x hPa og kokepunktet $K(x)$ °C .

Ari: Betyr dette at det ikke går an få egg hardkokte oppe på et høyt fjell? Et egg blir ikke hardkokt dersom temperaturen i vannet er lavere enn 85 °C .

Lisa: Det kommer vel an på hvor høyt fjellet er?

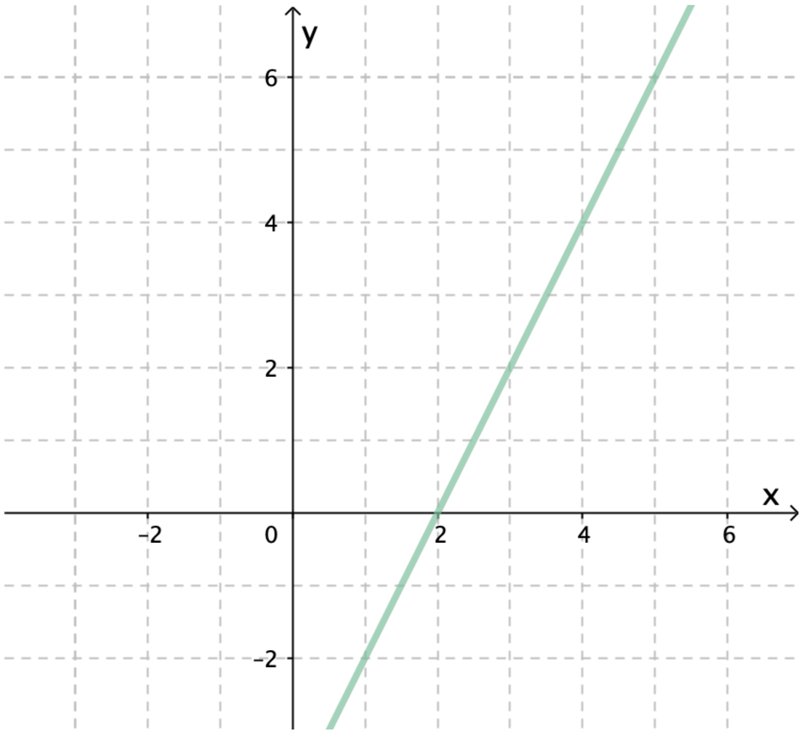
Ari: Jeg vil lage en modell som viser hvor høyt lufttrykket er x kilometer over havets overflate. Jeg har lært at lufttrykket minker med ca. 12 % per km.

Lisa: Jeg har lært at lufttrykket halveres for hver 5,5 km. Jeg vil ta utgangspunkt i dette og lage en modell på samme form som den du lager, Ari.

b) Lag modellene for Ari og Lisa.

c) Omtrent hvor høyt over havet er det mulig å få egg hardkokte?

Oppgave 6 (2 poeng)

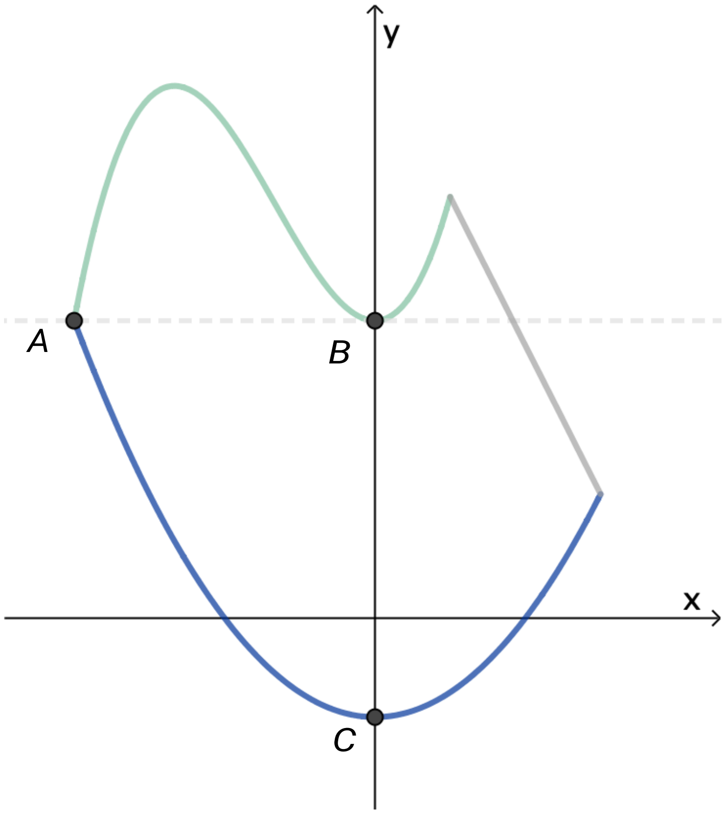


Den rette linjen som er tegnet i koordinatsystemet ovenfor, er den deriverte av en funksjon f .

Punktet $P(1, 2)$ ligger på grafen til f .

Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet P .
Husk å argumentere for at svaret ditt er riktig.

Oppgave 7 (6 poeng)



Figuren ovenfor viser tre grafer som til sammen danner en lukket kurve.

- To av grafene har bunnpunkter som ligger på y - aksen.
- Punktet A og punktet B har samme y - koordinat.

Bruk tre ulike funksjoner og lag en tilsvarende figur slik at kravene i begge kulepunktene ovenfor er oppfylt.

Det skal gå klart fram av besvarelsen hvilke funksjonsuttrykk du har brukt.

Husk å forklare hvordan du har tenkt, og argumenter for at løsningen din er riktig.

Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!