

Eksamen

11.11.2020

MAT1015 Matematikk 2P



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Del 1 har 6 oppgåver. Del 2 har 8 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv.: <ul style="list-style-type: none">• Grønt lys: http://laringslopdrammen.no/blog/rodt-og-gront-lys/(11.03.2020)• Badestamp: https://www.skargards.com (12.03.2020)• Sparing: https://barn.dnb.no (12.03.2020) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (7 poeng)



Ein morgon førte Thale statistikk over kor mange bilar som passerte på grønt lys i lyskrysset ved skolen. Ho fekk med seg ti periodar med grønt lys. Nedanfor ser du kor mange bilar som passerte i kvar av desse ti periodane.

10 20 12 18 7 33 12 38 20 10

- Bestem medianen og gjennomsnittet for antal bilar som passerte i løpet av ein periode med grønt lys.
- Bestem den kumulative frekvensen for 18 passerte bilar.
Kva fortel dette talet?

Trafikketaten vurderer å korte ned tida det er grønt lys, med 10 %.

- Gjer nødvendige antakingar og berekningar, og anslå kva gjennomsnittet og medianen for Thales tal ville vore om tida med grønt lys var korta ned med 10 %.

Oppgave 2 (2 poeng)

Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{5 \cdot 10^{12} + 3,1 \cdot 10^{13}}{1,8 \cdot 10^7}$$

Oppgave 3 (4 poeng)

Tabellen nedanfor viser ei oversikt over høgdene til elevane ved ein skole.

Høgde i cm	Frekvens
$[150, 160)$	10
$[160, 170)$	30
$[170, 180)$	50
$[180, 200)$	10

- Bestem gjennomsnittshøgda til elevane ved skolen.
- Lag eit histogram som viser fordelinga av høgdene.

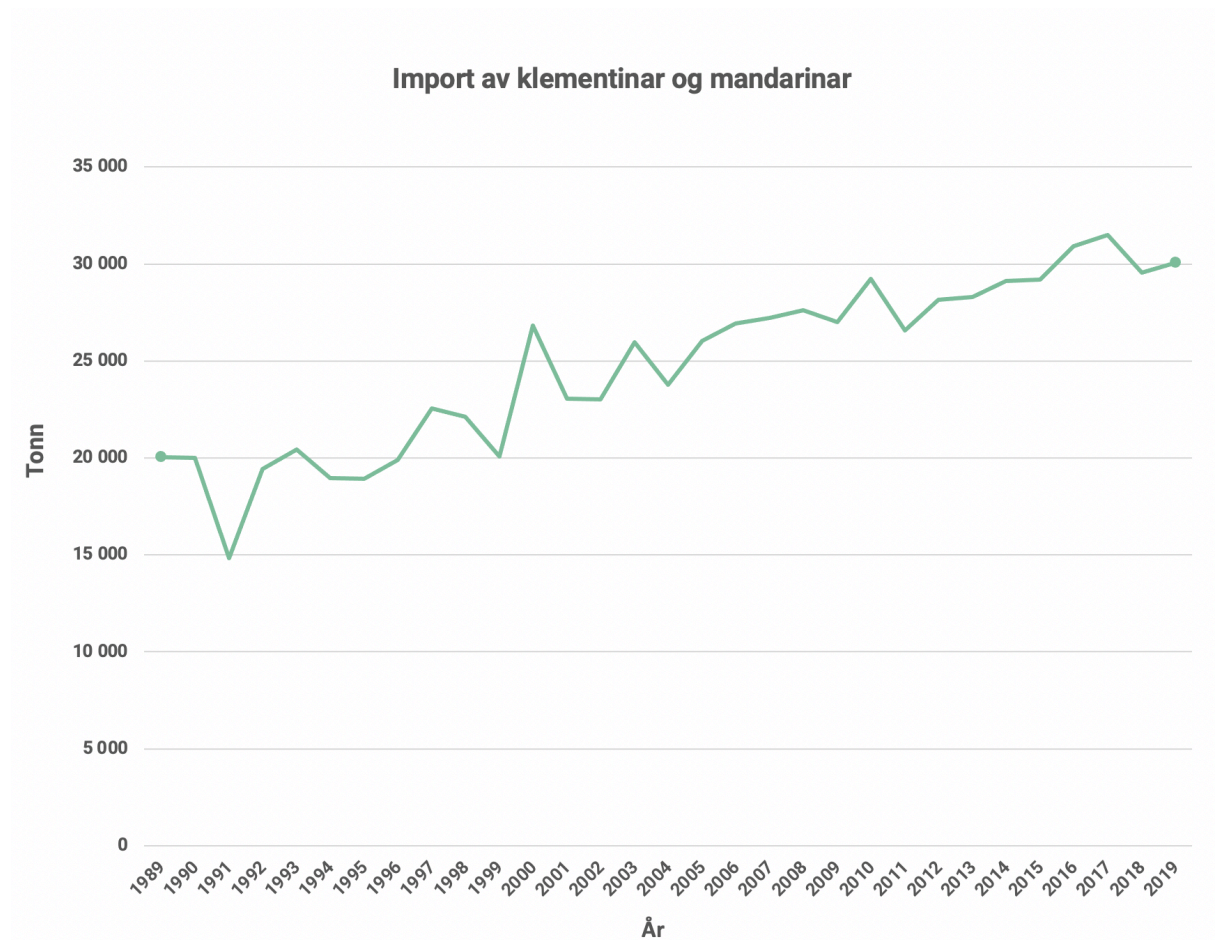
Oppgave 4 (4 poeng)

Nedanfor er fire situasjonar beskrivne.

Situasjon 1 Verdien av ein bil minkar med ein fast prosent kvart år. Etter 5 år er verdien halvert.	Situasjon 2 Sigurd kastar eit spyd. Spydet landar 60 m lenger borte.
Situasjon 3 Vi skal kjøpe gåve til læraren vår. Jo fleire som er med og betaler for gåva, jo billigare blir det for kvar av oss.	Situasjon 4 Da Ulrikke gjekk ned frå fjelltoppen, kom ho 100 m lågare i terrenget for kvar time som gjekk.

Skisser grafar som illustrerer dei fire situasjonane. Skisser éin graf for kvar situasjon. Hugs å skrive kva for storleik som kan lesast av på kvar av aksane.

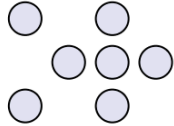
Oppgave 5 (2 poeng)



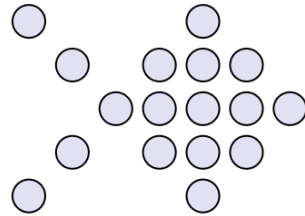
Diagrammet ovanfor viser kor mange tonn klementinar og mandarinar Noreg importerte kvart år frå og med 1989 til og med 2019.

Lag ein lineær modell som tilnærma beskriv utviklinga i denne perioden.

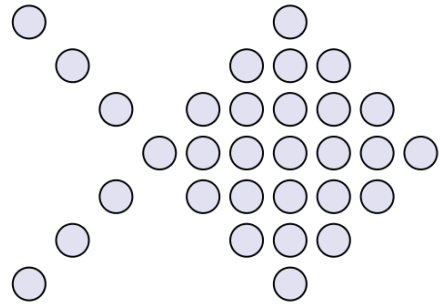
Oppgave 6 (5 poeng)



Figur 1



Figur 2

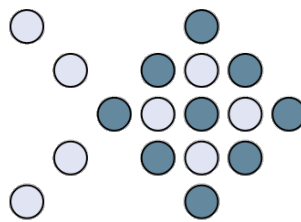


Figur 3

Ovanfor ser du tre figurar. Figurane er sette saman av sirklar. Sara vil halde fram med å teikne figurar etter same mønster.

a) Kor mange sirklar vil det vere i figur 4?

Sara synest det er lettare å sjå eit mønster dersom ho fargelegg nokre av sirklane. Nedanfor ser du figur 2 etter at Sara har fargelagt han.



b) Bestem eit uttrykk for antalet sirklar i figur n uttrykt ved n .

c) Kor mange sirklar vil det vere i figur 20?

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (8 poeng)



Kari tappar ut vatnet av ein badestamp. Volumet V liter av vatnet i badestampen x minutt etter at ho har opna krana, er gitt ved

$$V(x) = 2 \cdot (30 - x)^2, \quad 0 \leq x \leq 30$$

- Teikn grafen til V .
- Kor lang tar det ta å å tappe ut halvparten av vatnet?
- Kor mykje vatn renn i gjennomsnitt ut per minutt fr  Kari opnar krana, til badestampen er tom?
- Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen V når $x = 15$.
Gi ei praktisk tolking av svaret.

Oppgave 2 (2 poeng)

Utolmodige Tore roper til mor: «Kor mange år er det til middag?»
«15 minutt», svarer mor.

Kor mange år tilsvarer det? Skriv svaret på standardform.

Oppgave 3 (2 poeng)



Ovanfor ser du kor mange juletre som blei importerte til Noreg i 2019. Det blei importert 20,1 % færre juletre i 2019 samanlikna med i 2009.

Kor mange juletre blei importerte til Noreg i 2009?

Oppgåve 4 (6 poeng)



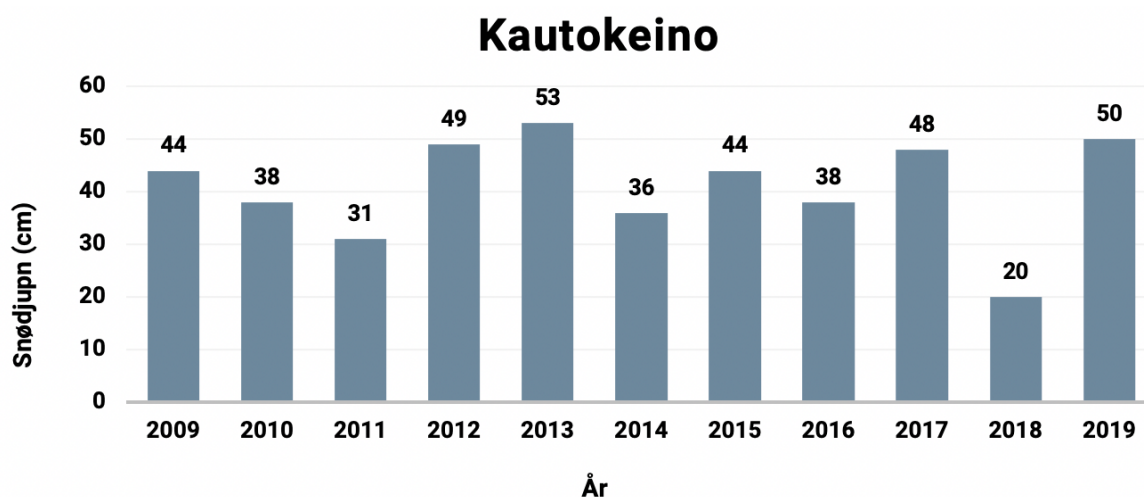
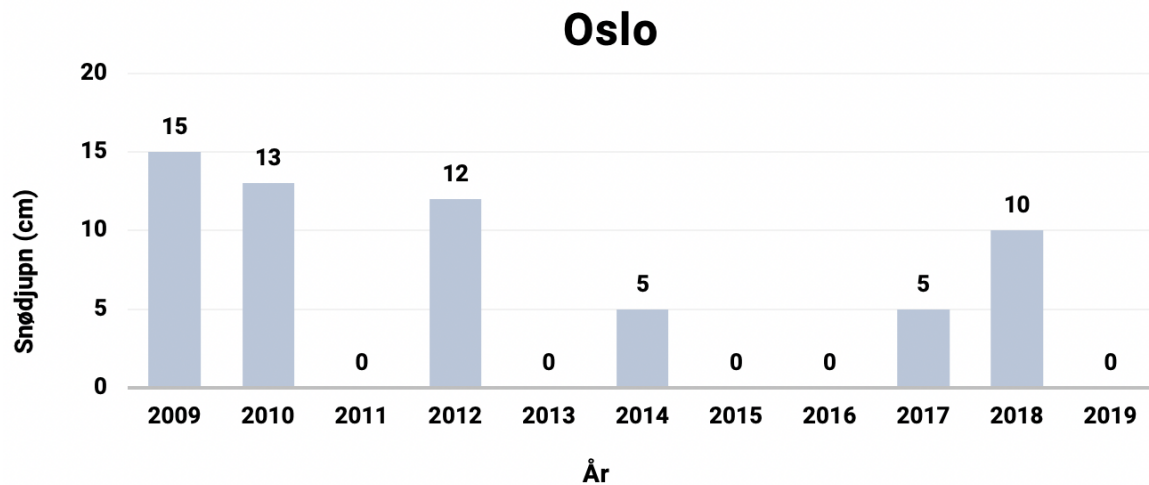
- Første januar 2014 oppretta Eline ein sparekonto. Ho sette inn 15 000 kroner på kontoen.
 - Første januar kvart år fr  og med 2015 til og med 2020 sette ho inn 10 000 kroner på kontoen.
 - Rett etter at ho sette inn 10 000 kroner første januar 2020, hadde ho til saman 81 799 kroner på kontoen.
 - Rentesatsen per år var den same i heile perioden.
- a) Lag eit rekneark som du kan bruke for å bestemme kva rentesatsen per år var i denne perioden.

Eline vil halde fram med å spare slik det er beskrive ovanfor, i fem år til. Ho har forhandla med banken og vil få 3,0 % rente per år fr  og med første januar 2020.

- b) Utvid reknearket fr  oppgåve a), og bestem kor mykje Eline vil ha på kontoen rett etter at ho har sett inn 10 000 kroner første januar 2025.

Oppgave 5 (4 poeng)

Diagramma nedanfor viser snødjupna i Oslo og i Kautokeino julaftan dei 11 siste åra.



- a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for snødjupnene i Oslo og for snødjupnene i Kautokeino.

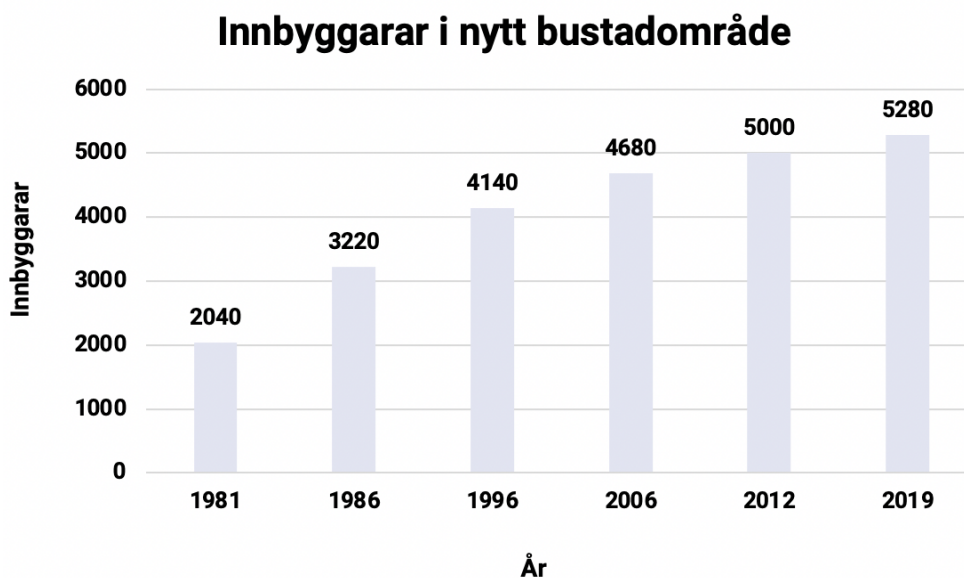
Etter å ha rekna ut gjennomsnittet for Oslo og Kautokeino kom Isak med denne påstanden:

«Sidan gjennomsnittet for Kautokeino blei høgare enn gjennomsnittet for Oslo, må standardavviket for Kautokeino også bli høgare enn standardavviket for Oslo. Det er alltid slik at det datamaterialet som har høgast gjennomsnitt, også har høgast standardavvik.»

- b) Er påstanden riktig? Grunngi svaret ditt.

Oppgåve 6 (4 poeng)

I løpet av 1981 flytta 2040 personar inn i eit nytt bustadområde. Diagrammet nedanfor viser kor mange personar som budde i bustadområdet nokre år i perioden 1981–2019.



Svein er byplanleggar i kommunen. Han går ut frå at talet på innbyggjarar i bustadområdet vil halde fram med å auke i  ra framover, men at auken vil bli mindre.

La x vere antal år etter 1980.

- Bruk opplysningane i diagrammet, antakinga til Svein og det du veit om ulike typar funksjoner, til å lage ein modell som tilnærma beskriv utviklinga. Grunngi valet av modell.
- Kor mange innbyggjarar vil det vere i bustadområdet i 2030 ifølge modellen du laga i oppgåve a)? Korleis stemmer dette antalet med antakinga til Svein?

Oppgave 7 (6 poeng)



Firmaet «Reiselyst» kjøper leiligheiter ulike stader i verda. Dei leiger ut leiligheitene til kundar.

Kundar som ønsker å leige leiligheiter, må betale ein fast pris per år. I tillegg må dei betale for kvart døgn dei bruker ei leiligheit. Kundane kan velje mellom tre ulike leigeavtalar.

Avtale 1

Fast pris per år:
22 000 kroner

Pris per døgn:
1200 kroner

Avtale 2

Fast pris per år:
28 000 kroner

Pris per døgn:
600 kroner

Avtale 3

Fast pris per år:
50 000 kroner

Pris per døgn:
200 kroner

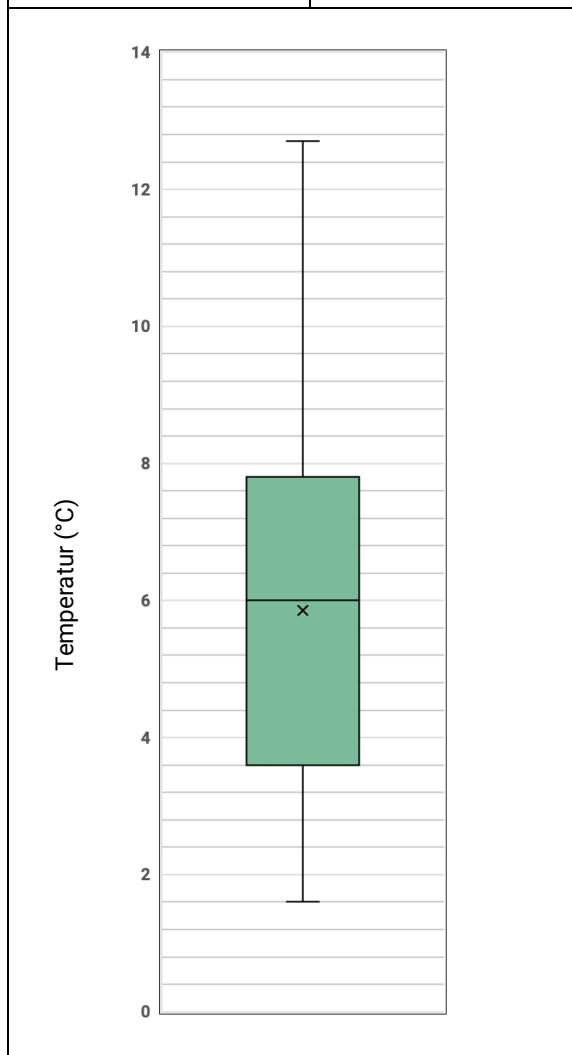
Ein kunde planlegg å leige leiligheiter 28 døgn i løpet av eit år.

- Kor mykje må kunden betale med kvar av dei tre avtalane?
- Kor mange døgn i løpet av eit år kan ein kunde leige leiligheiter med kvar av dei tre avtalane før den totale prisen overstig 53 000 kroner?
- Kor mange døgn må ein kunde leige leiligheiter i løpet av eit år for at det skal lønne seg med høvesvis avtale 1, avtale 2 og avtale 3?

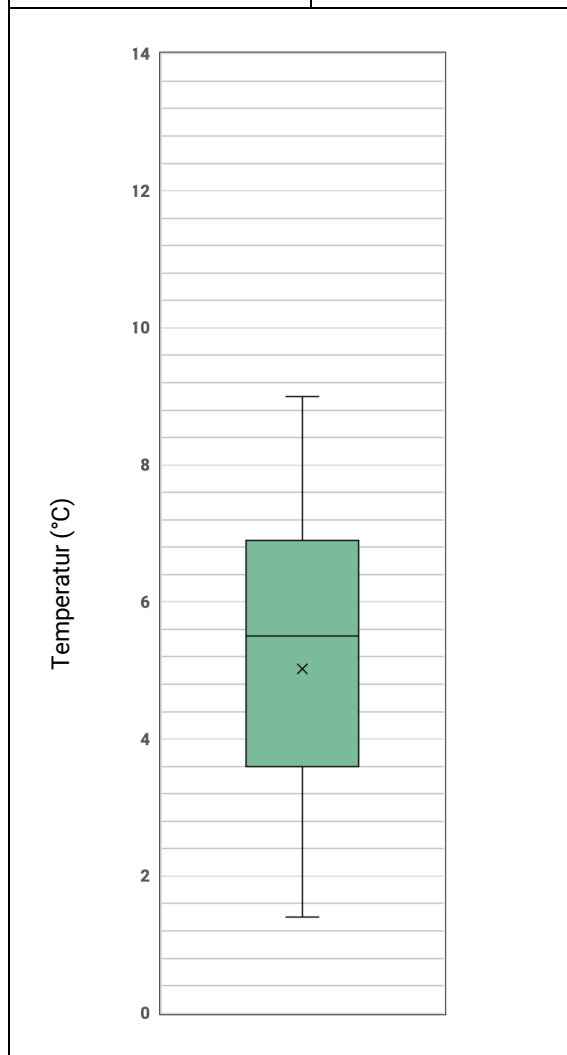
Oppgave 8 (4 poeng)

Inge har sett på maksimumstemperaturen i Trondheim og Oslo kvart døgn i januar 2020 og laga tabellane og diagramma nedanfor.

Trondheim	
Median:	6,0 °C
Gjennomsnitt:	5,9 °C
Variasjonsbreidde:	11,1 °C
Kvartilbreidde:	4,2 °C



Oslo	
Median:	
Gjennomsnitt:	
Variasjonsbreidde:	
Kvartilbreidde:	



- Bruk diagrammet til høyre til å bestemme medianen, gjennomsnittet, variasjonsbreidda og kvartilbreidda for maksimumstemperaturane i Oslo. Forklar korleis du finn desse verdiane.
- Forklar korleis vi kan sjå ut frå diagramma at det i begge byane var omtrent 8 dagar med ein maksimumstemperatur på 3,6 °C eller lågare.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Del 1 har 6 oppgaver. Del 2 har 8 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv.: <ul style="list-style-type: none">• Grønt lys: http://laringslopdrammen.no/blog/rodt-og-gront-lys/(11.03.2020• Badestamp: https://www.skargards.com (12.03.2020)• Sparing: https://barn.dnb.no (12.03.2020)• Shuffleboard: https://www.biljardexperten.no (12.03.2020) <p>Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet</p>

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (7 poeng)



En morgen førte Thale statistikk over hvor mange biler som passerte på grønt lys i lyskrysset ved skolen. Hun fikk med seg ti perioder med grønt lys. Nedenfor ser du hvor mange biler som passerte i hver av disse ti periodene.

10 20 12 18 7 33 12 38 20 10

- Bestem medianen og gjennomsnittet for antall biler som passerte i løpet av en periode med grønt lys.
- Bestem den kumulative frekvensen for 18 passerte biler.
Hva forteller dette tallet?

Trafikketaten vurderer å korte ned tiden det er grønt lys, med 10 %.

- Gjør nødvendige antakelser og beregninger, og anslå hva gjennomsnittet og medianen for Thales tall ville vært om tiden med grønt lys var kortet ned med 10 %.

Oppgave 2 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{5 \cdot 10^{12} + 3,1 \cdot 10^{13}}{1,8 \cdot 10^7}$$

Oppgave 3 (4 poeng)

Tabellen nedenfor viser en oversikt over høydene til elevene ved en skole.

Høyde i cm	Frekvens
$[150, 160)$	10
$[160, 170)$	30
$[170, 180)$	50
$[180, 200)$	10

- Bestem gjennomsnittshøyden til elevene ved skolen.
- Lag et histogram som viser fordelingen av høydene.

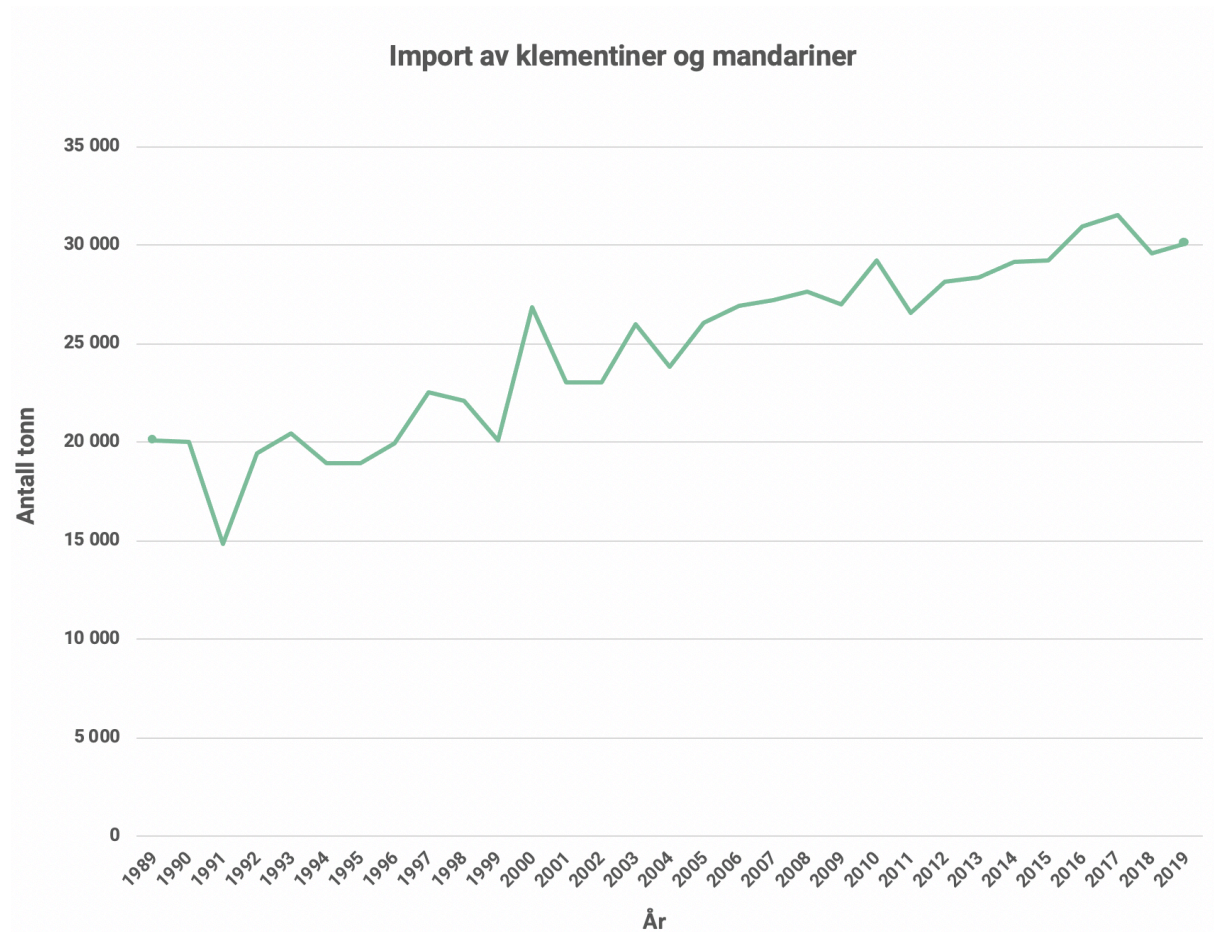
Oppgave 4 (4 poeng)

Nedenfor er fire situasjoner beskrevet.

Situasjon 1 Verdien av en bil avtar med en fast prosent hvert år. Etter 5 år er verdien halvert.	Situasjon 2 Sigurd kaster et spyd. Spydet lander 60 m lenger borte.
Situasjon 3 Vi skal kjøpe gave til læreren vår. Jo flere som er med og betaler for gaven, jo billigere blir det for hver av oss.	Situasjon 4 Da Ulrikke gikk ned fra fjelltoppen, kom hun 100 m lavere i terrenget for hver time som gikk.

Skisser grafer som illustrerer de fire situasjonene. Skisser én graf for hver situasjon. Husk å skrive hvilken størrelse som kan leses av på hver av aksene.

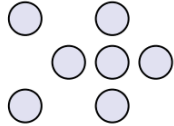
Oppgave 5 (2 poeng)



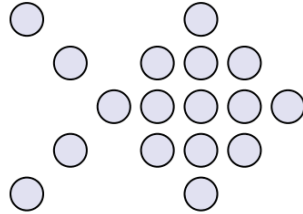
Diagrammet ovenfor viser hvor mange tonn klementiner og mandariner Norge importerte hvert år fra og med 1989 til og med 2019.

Lag en lineær modell som tilnærmet beskriver utviklingen i denne perioden.

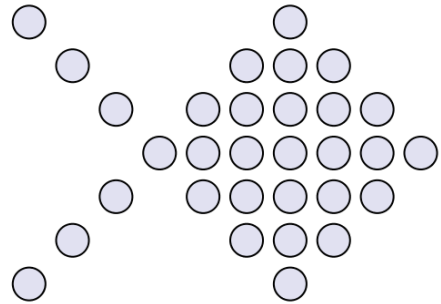
Oppgave 6 (5 poeng)



Figur 1



Figur 2

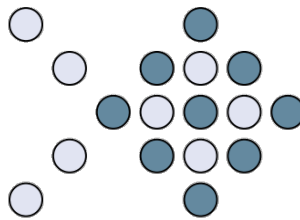


Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av sirkler. Sara vil fortsette å tegne figurer etter samme mønster.

a) Hvor mange sirkler vil det være i figur 4?

Sara synes det er lettere å se et mønster dersom hun fargelegger noen av sirklene. Nedenfor ser du figur 2 etter at Sara har fargelagt den.



b) Bestem et uttrykk for antallet sirkler i figur n uttrykt ved n .

c) Hvor mange sirkler vil det være i figur 20?

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)



Kari tapper ut vannet av en badestamp. Volumet V liter av vannet i badestampen x minutter etter at hun har åpnet kranen, er gitt ved

$$V(x) = 2 \cdot (30 - x)^2, \quad 0 \leq x \leq 30$$

- Tegn grafen til V .
- Hvor lang tar det ta å tappe ut halvparten av vannet?
- Hvor mye vann renner i gjennomsnitt ut per minutt fra Kari åpner kranen, til badestampen er tom?
- Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen V når $x = 15$.
Gi en praktisk tolkning av svaret.

Oppgave 2 (2 poeng)

Utålmodige Tore roper til mor: «Hvor mange år er det til middag?»
«15 minutter», svarer moren.

Hvor mange år tilsvarer det? Skriv svaret på standardform.

Oppgave 3 (2 poeng)



Ovenfor ser du hvor mange juletrær som ble importert til Norge i 2019. Det ble importert 20,1 % færre juletrær i 2019 sammenliknet med i 2009.

Hvor mange juletrær ble importert til Norge i 2009?

Oppgave 4 (6 poeng)



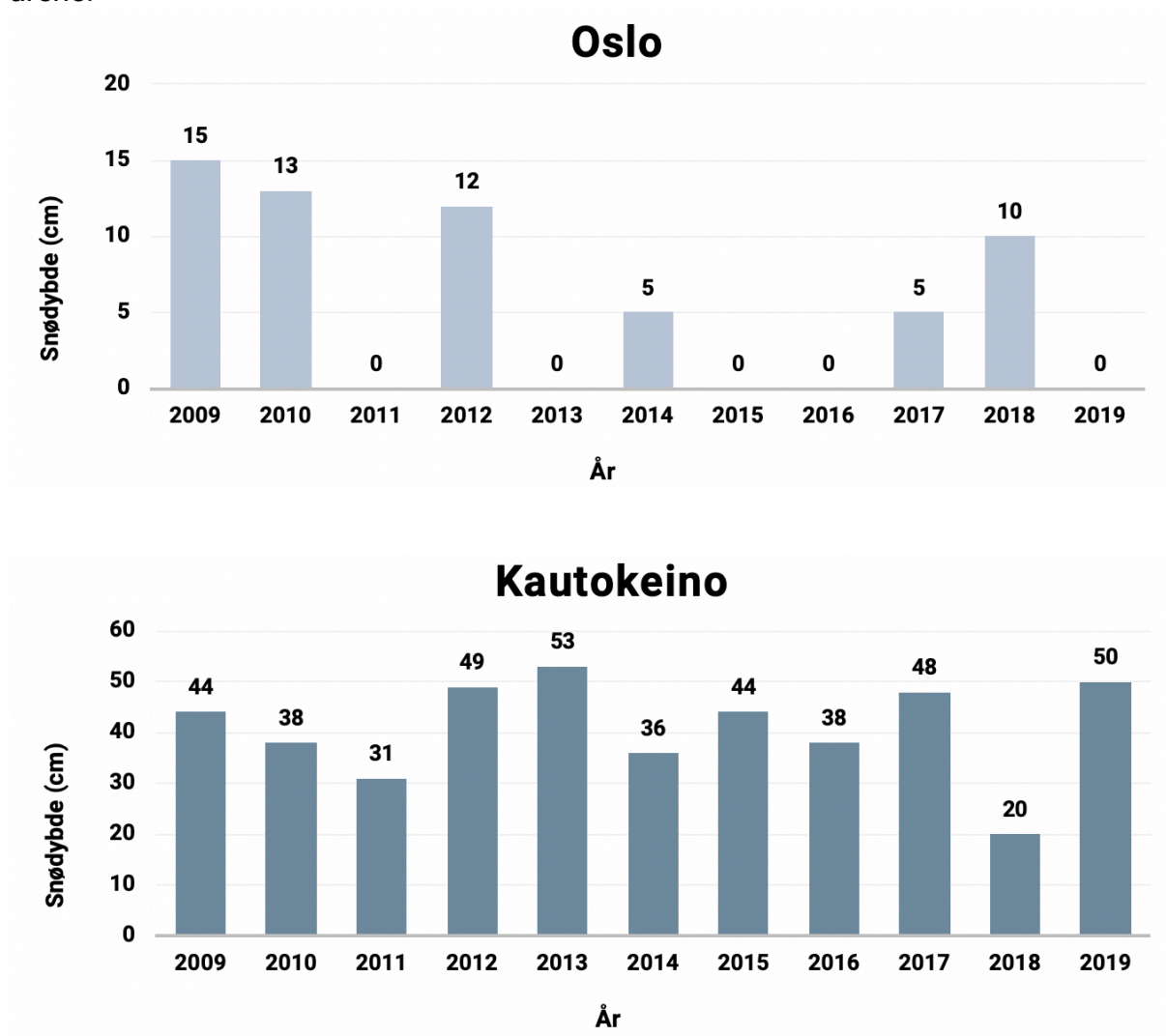
- Første januar 2014 opprettet Eline en sparekonto. Hun satte inn 15 000 kroner på kontoen.
 - Første januar hvert år fra og med 2015 til og med 2020 satte hun inn 10 000 kroner på kontoen.
 - Rett etter at hun satte inn 10 000 kroner første januar 2020, hadde hun til sammen 81 799 kroner på kontoen.
 - Rentesatsen per år var den samme i hele perioden.
- a) Lag et regneark som du kan bruke for å bestemme hva rentesatsen per år var i denne perioden.

Eline vil fortsette å spare slik det er beskrevet ovenfor, i fem år til. Hun har forhandlet med banken og vil få 3,0 % rente per år fra og med første januar 2020.

- b) Utvid regnearket fra oppgave a), og bestem hvor mye Eline vil ha på kontoen rett etter at hun har satt inn 10 000 kroner første januar 2025.

Oppgave 5 (4 poeng)

Diagrammene nedenfor viser snødybden i Oslo og i Kautokeino julaften de 11 siste årene.



- a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for snødybdene i Oslo og for snødybdene i Kautokeino.

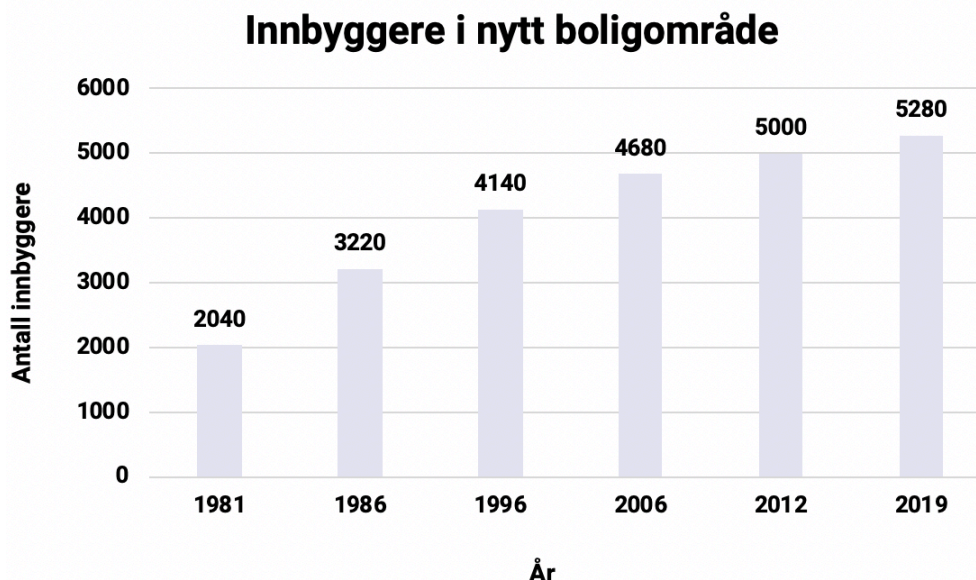
Etter å ha regnet ut gjennomsnittet for Oslo og Kautokeino kom Isak med følgende påstand:

«Siden gjennomsnittet for Kautokeino ble høyere enn gjennomsnittet for Oslo, må standardavviket for Kautokeino også bli høyere enn standardavviket for Oslo. Det er alltid slik at det datamaterialet som har høyest gjennomsnitt, også har høyest standardavvik.»

- b) Er påstanden riktig? Begrunn svaret ditt.

Oppgave 6 (4 poeng)

I løpet av 1981 flyttet 2040 personer inn i et nytt boligområde. Diagrammet nedenfor viser hvor mange personer som bodde i boligområdet noen år i perioden 1981–2019.



Svein er byplanlegger i kommunen. Han antar at antall innbyggere i boligområdet vil fortsette å øke i årene framover, men at økningen vil avta.

La x være antall år etter 1980.

- Bruk opplysningene i diagrammet, Sveins antakelse og det du vet om ulike typer funksjoner, til å lage en modell som tilnærmet beskriver utviklingen. Begrunn valget av modell.
- Hvor mange innbyggere vil det være i boligområdet i 2030 ifølge modellen du laget i oppgave a)? Hvordan stemmer dette antallet med Sveins antakelse?

Oppgave 7 (6 poeng)



Firmaet «Reiselyst» kjøper leiligheter ulike steder i verden. De leier ut leilighetene til kunder.

Kunder som ønsker å leie leiligheter, må betale en fast pris per år. I tillegg må de betale for hvert døgn de bruker en leilighet. Kundene kan velge mellom tre ulike leieavtaler.

Avtale 1

Fast pris per år:
22 000 kroner

Pris per døgn:
1200 kroner

Avtale 2

Fast pris per år:
28 000 kroner

Pris per døgn:
600 kroner

Avtale 3

Fast pris per år:
50 000 kroner

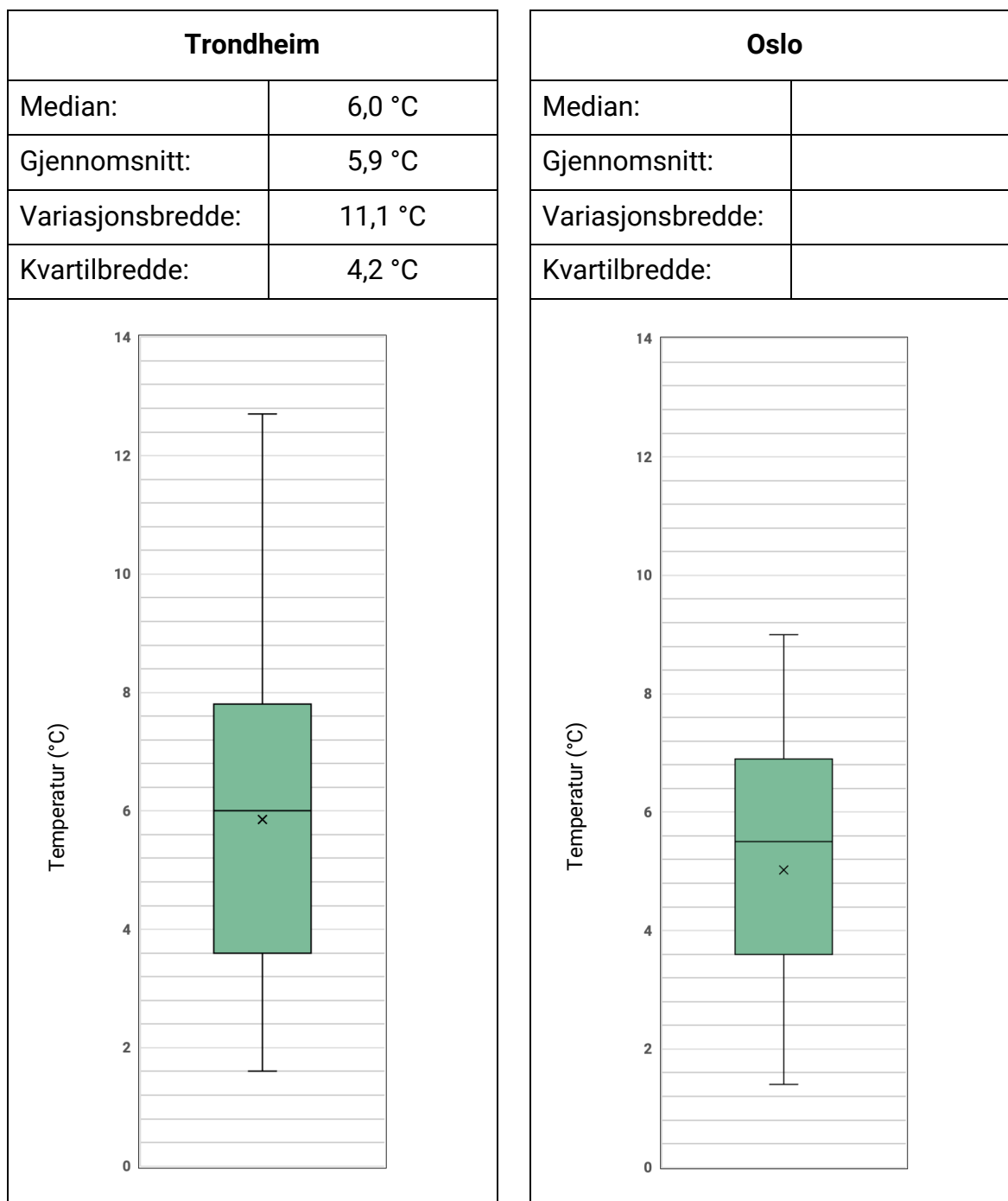
Pris per døgn:
200 kroner

En kunde planlegger å leie leiligheter 28 døgn i løpet av et år.

- Hvor mye må kunden betale med hver av de tre avtalene?
- Hvor mange døgn i løpet av et år kan en kunde leie leiligheter med hver av de tre avtalene før den totale prisen overstiger 53 000 kroner?
- Hvor mange døgn må en kunde leie leiligheter i løpet av et år for at det skal lønne seg med henholdsvis avtale 1, avtale 2 og avtale 3?

Oppgave 8 (4 poeng)

Inge har sett på maksimumstemperaturen i Trondheim og Oslo hvert døgn i januar 2020 og laget tabellene og diagrammene nedenfor.



- a) Bruk diagrammet til høyre til å bestemme medianen, gjennomsnittet, variasjonsbredden og kvartilbredden for maksimumstemperaturene i Oslo. Forklar hvordan du finner disse verdiene.
- b) Forklar hvordan vi kan se ut fra diagrammene at det i begge byene var omtrent 8 dager med en maksimumstemperatur på 3,6 °C eller lavere.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!