

Eksamen

24.11.2021

MAT1015 Matematikk 2P



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Del 1 har 6 oppgåver. Del 2 har 8 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing• gjennomfører logiske resonnement• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar• vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv.: <ul style="list-style-type: none">• Snøfall: https://www.adressa.no (18.06.2021)• Personer: https://pixabay.com/no (19.06.2021)• Energi: https://illvit.no (19.06.2021)• Sildemåke: https://snl.no/sildemåke (19.06.2021)• Solsikke: https://pixabay.com/no (19.06.2021)• Søsken: https://pixabay.com/no (19.06.2021) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)



Nedanfor ser du kor mange dagar med snøfall det har vore i april dei 10 siste åra i ein kommune i Noreg.

4 7 0 0 4 5 5 4 7 9

- Bestem medianen, gjennomsnittet, typetalet og variasjonsbreidda for dette datamaterialet.
- Bestem den kumulative frekvensen for 5 dagar med snøfall i april.
Kva fortel dette talet?

Oppgave 2 (5 poeng)

Tabellen nedanfor viser kor lang tid 100 elevar bruker på skulevegen.

Minutt	Tal på elevar
$[0, 10)$	20
$[10, 20)$	50
$[20, 40)$	20
$[40, 80)$	10

- Bestem gjennomsnittet for datamaterialet.
- I kva for eit intervall ligg medianen?
Grunngi svaret.
- Framstill datamaterialet i eit histogram.

Oppgave 3 (3 poeng)

- Idar påstår at $8^5 = 2^{15}$
Har han rett? Grunngi svaret.
- Kva for ein av dei to potensane 8^5 og 3^{10} har størst verdi?
Grunngi svaret.

Oppgåve 4 (4 poeng)

Ein matematikklasse fekk oppgåva nedanfor.

Anta at verdien av ein bustad aukar med like mange prosent kvart år.

I løpet av 10 år aukar verdien med 15 %.

Kor mange prosent aukar verdien med kvart år?

Irene, Gro og Andrea diskuterer oppgåva.



Irene

Verdien aukar med 15 %
i løpet av 10 år.
 $\frac{15}{10} = 1,5$
Det blir 1,5 % per år.

Gro

Når noko aukar med 15 %, er vekstfaktoren 1,15.
Vi må prøve å finne ein vekstfaktor x som er slik at $x^{10} = 1,15$.

Andrea

Vi veit jo ikkje verdien i utgangspunktet, så dette er det heilt umogelig å svare på.

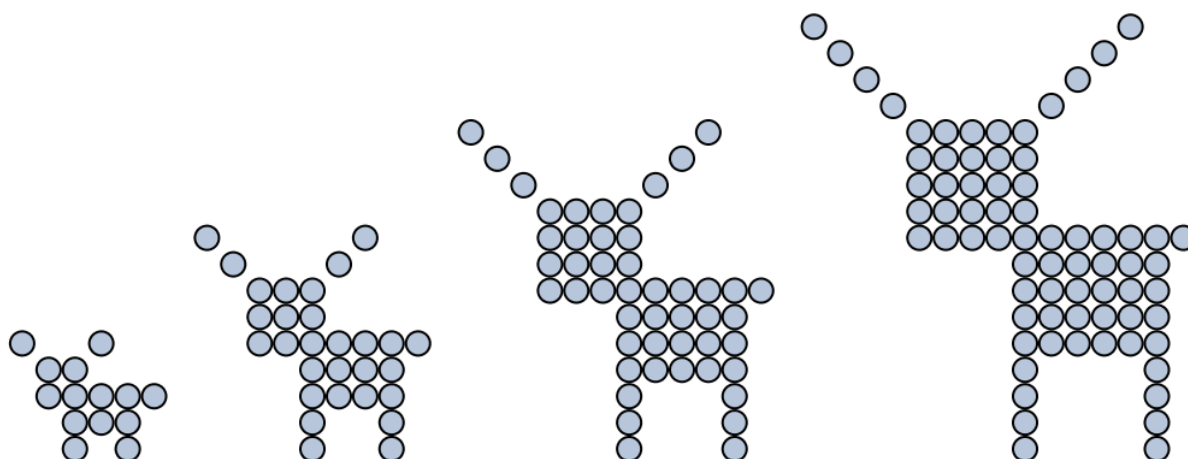
Kommenter Irene, Gro og Andrea sine påstandar, og argumenter for kvifor det kvar av jentene seier er riktig, eller kvifor det ikkje er riktig.

Oppgave 5 (3 poeng)

1. januar 2021 var 4000 personar i eit land smitta av eit virus.
50 dagar seinare var 6000 personar smitta.

- Set opp ein modell som viser kor mange som var smitta x dagar etter 1. januar 2021 dersom vi antek at talet på smitta personar auka lineært.
- Kor lang tid vil det ta før talet på smitta personar passerer 10 000 ifølgje modellen frå oppgave a)?

Oppgave 6 (4 poeng)



Figur 1

Figur 2

Figur 3

Figur 4

Ovanfor ser du fire figurar. Figurane er sette saman av små sirklar.
Tenk deg at du skal fortsetje å lage figurar etter same mønster.

- Kor mange små sirklar vil det vere i figur 5?
Vis eller forklar korleis du har tenkt for å komme fram til svaret.
- Bestem eit uttrykk for talet på små sirklar i figur n .

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

I butikk A har prisen for ei vare auka frå 160 kroner til 184 kroner.
I butikk B har prisen for den same vara gått ned frå 180 kroner til 153 kroner.

Vis at prisen har auka med like mange prosent i butikk A som han har gått ned med i butikk B.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Det radioaktive stoffet uran-238 har ei halveringstid på 4,47 milliardar år.

Kor mange år vil det ta f r 100 gram av dette stoffet er redusert til 10 gram?
Skriv svaret på standardform.

Oppgåve 3 (4 poeng)

Birthe og Emil kjøpte eit hus for 5 år sidan. Verdien av huset har sidan den gongen auka med 3 % kvart år. No er det verdt 4,1 millionar kroner.

a) Kor mykje var huset verdt d  dei kjøpte det?

Emil trur at huset vil vere verdt 5,1 millionar kroner om 5 år. Anta at Emil har rett, og at verdien av huset aukar med same prosent kvart år dei neste fem  ra.

b) Kor mange prosent vil verdien d  auke med kvart år?

Oppgave 4 (8 poeng)



Funksjonen F gitt ved

$$F(x) = -0,3x^4 + 9x^3 - 62x^2 - 50x + 1960 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

er ein modell som tilnærma viser det elektriske energiforbruket $F(x)$ kWh per måned i ein einbustad x månader etter 1. januar 2020.

- Teikn grafen til F .
- I kva for nokre månader var energiforbruket høgare enn 1500 kWh ifølgje modellen?
- Bestem den momentane vekstfarten til F når $x = 10$.
Gi ei praktisk tolking av svaret.

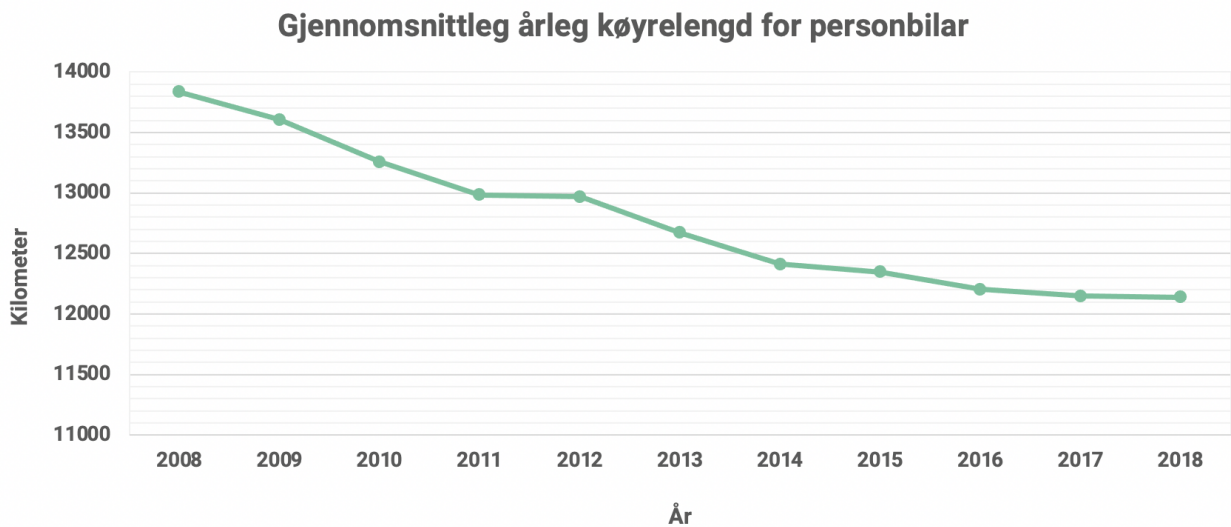
Prisen for elektrisk energi varierer med tida på året.
Funksjonen P gitt ved

$$P(x) = 0,78x^2 - 9,2x + 96 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

er ein modell som tilnærma viser den gjennomsnittlege prisen $P(x)$ øre per kWh for elektrisk energi i måned x .

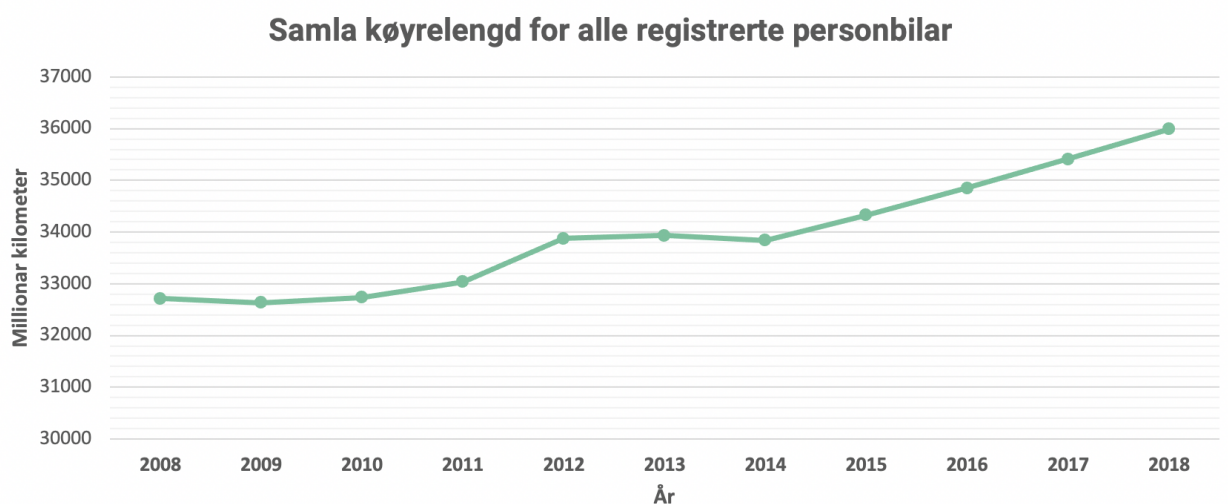
- Forklar at $F(x) \cdot P(x)$ er eit uttrykk for gjennomsnittlege energikostnader for einbustaden i måned x .
- Kva for ein måned var dei gjennomsnittlege energikostnadene for einbustaden lågast?

Oppgave 5 (5 poeng)



Diagrammet ovanfor viser gjennomsnittleg årleg køyrelengd for personbilar i Noreg i perioden 2008–2018.

- Lag ein lineær modell ut frå informasjonen i diagrammet. Bestem stigningstalet og konstantleddet, og gi ei praktisk tolking av kvar av desse verdiane.
- Kommenter gyldigheitsområdet til modellen i oppgave a).



Diagrammet ovanfor viser samla køyrelengd for alle registrerte personbilar i Noreg i perioden 2008–2018.

- Kva kan vere moglege årsaker til at den gjennomsnittlege årlege køyrelengda har avteke i perioden 2008–2018?

Oppgave 6 (5 poeng)



Sildemåkane er trekkfuglar. Dei første kjem til Noreg i mars, og i august begynner mange å fly sørover igjen.

I 2020 registrerte nokre forskarar talet på sildemåkar på ei øy i Noreg nokre dagar i perioden frå og med 1. mai til og med 20. juli. Sjå tabellen nedanfor.

Dagar etter 30. april	1	15	30	45	60	81
Talet på sildemåkar	202	286	315	332	346	350

a) Vis ved regresjon at funksjonen S gitt ved

$$S(x) = 202 \cdot x^{0,13}, \quad x \geq 1$$

er ein god modell for talet på sildemåkar på øya x dagar etter 30. april 2020.

b) Kor mange sildemåkar var det på øya 5. juli 2020 ifølgje modellen frå oppgave a)?

c) Bestem $S(150)$.

Kommenter svaret ut frå opplysningane som er gitt i oppgåveteksten.

Oppgave 7 (4 poeng)



Tala i talfølga

1 1 2 3 5 8 13 ...

blir kalla fibonaccitala. Kvart nye tal er summen av dei to føregåande.

a) Lag eit rekneark der du i ein kolonne reknar ut dei 15 første fibonaccitala.

Ane og Trine har undersøkt fibonaccitala.

Ane påstår at summen av dei n første fibonaccitala alltid er éin mindre enn fibonaccital nummer $n+2$.

Ho ser til dømes at $1+1+2=5-1$.

Trine påstår at når ho summerer anna kvart fibonaccital, vil ho alltid få fibonaccitalet som kjem rett etter siste ledd i summen.

Ho ser til dømes at $1+2+5=8$.

b) Bruk reknearket frå oppgave a) og undersøk om det Ane og Trine påstår, kan vere riktig.

Oppgave 8 (6 poeng)



I klasse 3STA er det 30 elevar. Nedanfor ser du kor mange søsken kvar elev har.

0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 5 5 6

- Bestem gjennomsnittet og standardavviket for datamaterialet.
- Lag ei oversikt som viser kor mange prosent av dataverdiane som ligg mindre enn eitt standardavvik frå gjennomsnittet, mindre enn to standardavvik frå gjennomsnittet osv.

Tenk deg at du skal gjennomføre ei tilsvarande undersøking i ein klasse.

- Er det mogleg at ingen av dataverdiane du får, vil liggje mindre enn eitt standardavvik frå gjennomsnittet? Forklar.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Del 1 har 6 oppgaver. Del 2 har 8 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">• viser regneferdigheter og matematisk forståelse• gjennomfører logiske resonnementer• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler• forklarer framgangsmåter og begrunner svar• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger• vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv.: <ul style="list-style-type: none">• Snøfall: https://www.adressa.no (18.06.2021)• Personer: https://pixabay.com/no (19.06.2021)• Energi: https://illvit.no (19.06.2021)• Sildemåke: https://snl.no/sildemåke (19.06.2021)• Solsikke: https://pixabay.com/no (19.06.2021)• Søsken: https://pixabay.com/no (19.06.2021) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)



Nedenfor ser du hvor mange dager med snøfall det har vært i april de 10 siste årene i en kommune i Norge.

4 7 0 0 4 5 5 4 7 9

- Bestem medianen, gjennomsnittet, typetallet og variasjonsbredden for dette datamaterialet.
- Bestem den kumulative frekvensen for 5 dager med snøfall i april.
Hva forteller dette tallet?

Oppgave 2 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser hvor lang tid 100 elever bruker på skoleveien.

Minutter	Antall elever
$[0, 10)$	20
$[10, 20)$	50
$[20, 40)$	20
$[40, 80)$	10

- Bestem gjennomsnittet for datamaterialet.
- I hvilket intervall ligger medianen?
Begrunn svaret.
- Framstill datamaterialet i et histogram.

Oppgave 3 (3 poeng)

- Idar påstår at $8^5 = 2^{15}$
Har han rett? Begrunn svaret.
- Hvilken av de to potensene 8^5 og 3^{10} har størst verdi?
Begrunn svaret.

Oppgave 4 (4 poeng)

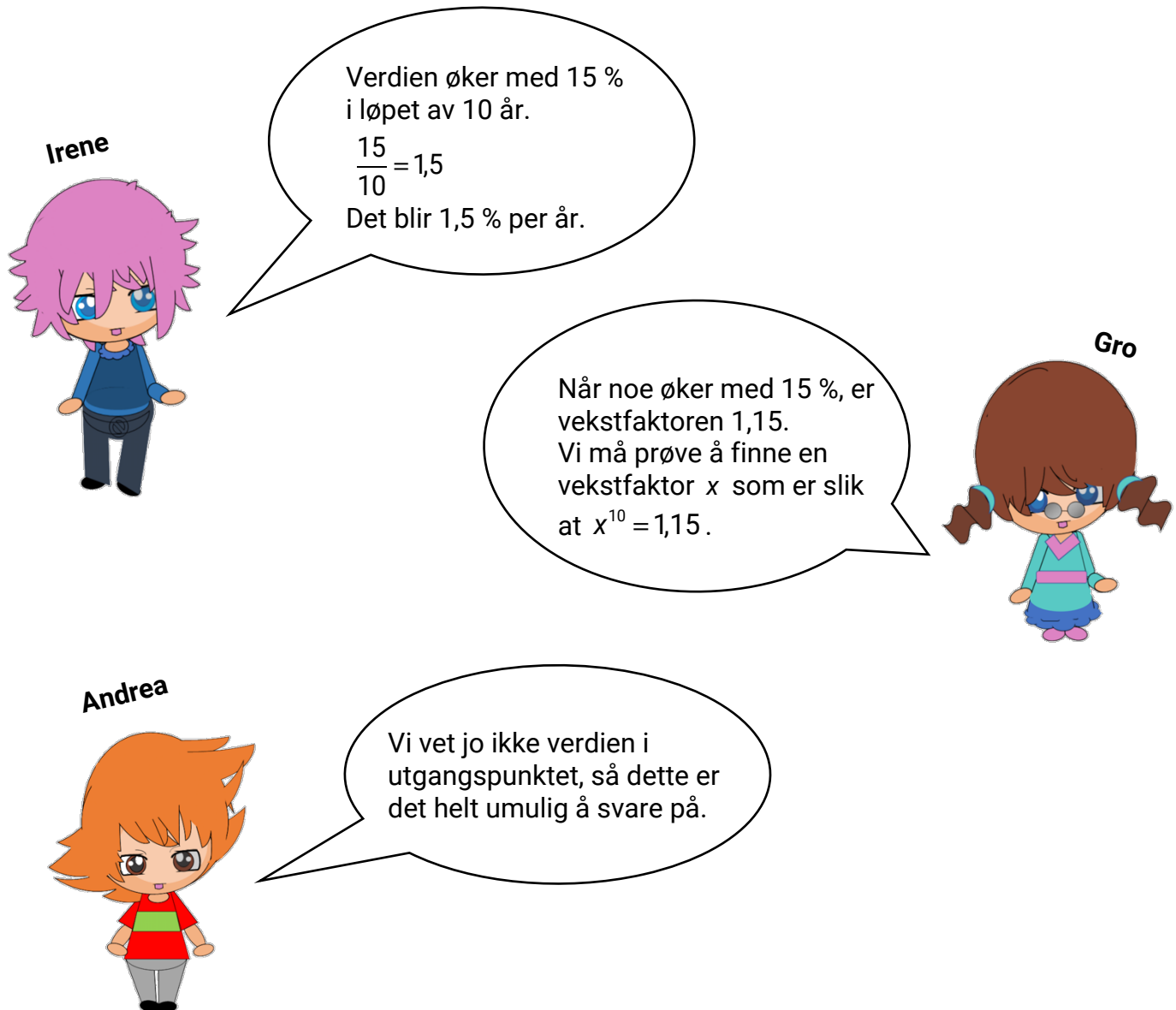
En matematikklasse fikk oppgaven nedenfor.

Anta at verdien av en bolig øker med like mange prosent hvert år.

I løpet av 10 år øker verdien med 15 %.

Hvor mange prosent øker verdien med hvert år?

Irene, Gro og Andrea diskuterer oppgaven.



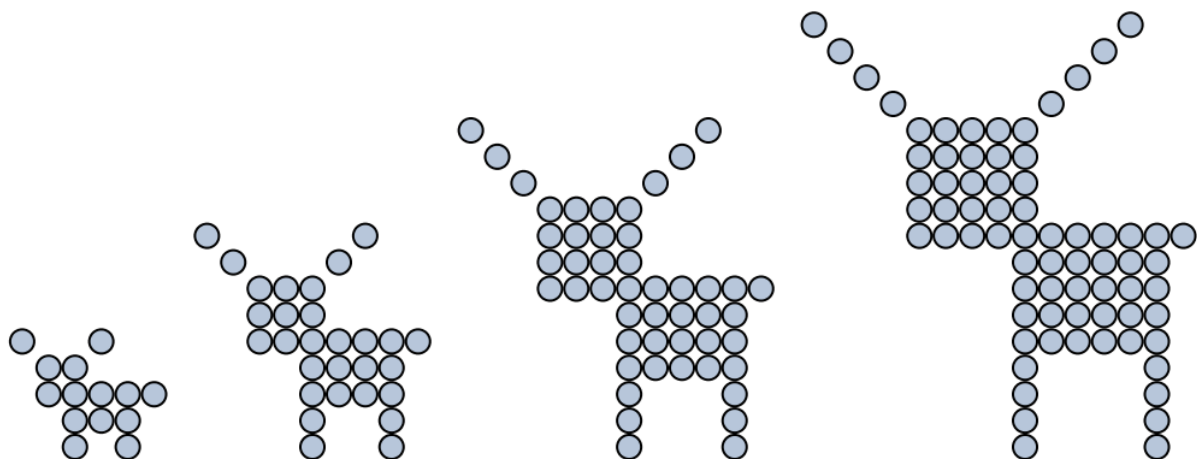
Kommenter Irene, Gro og Andrea sine påstander, og argumenter for hvorfor det hver av jentene sier er riktig, eller hvorfor det ikke er riktig.

Oppgave 5 (3 poeng)

1. januar 2021 var 4000 personer i et land smittet av et virus.
50 dager senere var 6000 personer smittet.

- Sett opp en modell som viser hvor mange som var smittet x dager etter 1. januar 2021 dersom vi antar at antall smittede personer økte lineært.
- Hvor lang tid vil det ta før antall smittede personer passerer 10 000 ifølge modellen fra oppgave a)?

Oppgave 6 (4 poeng)



Figur 1

Figur 2

Figur 3

Figur 4

Ovenfor ser du fire figurer. Figurene er satt sammen av små sirkler.
Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

- Hvor mange små sirkler vil det være i figur 5?
Vis eller forklar hvordan du har tenkt for å komme fram til svaret.
- Bestem et uttrykk for antall små sirkler i figur n .

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

I butikk A har prisen for en vare økt fra 160 kroner til 184 kroner.

I butikk B har prisen for den samme varen gått ned fra 180 kroner til 153 kroner.

Vis at prisen har økt med like mange prosent i butikk A som den har gått ned med i butikk B.

Oppgave 2 (2 poeng)

Det radioaktive stoffet uran-238 har en halveringstid på 4,47 milliarder år.

Hvor mange år vil det ta før 100 gram av dette stoffet er redusert til 10 gram?
Skriv svaret på standardform.

Oppgave 3 (4 poeng)

Birthe og Emil kjøpte et hus for 5 år siden. Verdien av huset har siden den gang økt med 3 % hvert år. Nå er det verdt 4,1 millioner kroner.

a) Hvor mye var huset verdt da de kjøpte det?

Emil tror at huset vil være verdt 5,1 millioner kroner om 5 år. Anta at Emil har rett, og at verdien av huset øker med samme prosent hvert år de neste fem årene.

b) Hvor mange prosent vil verdien da øke med hvert år?

Oppgave 4 (8 poeng)



Funksjonen F gitt ved

$$F(x) = -0,3x^4 + 9x^3 - 62x^2 - 50x + 1960 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

er en modell som tilnærmet viser det elektriske energiforbruket $F(x)$ kWh per måned i en enebolig x måneder etter 1. januar 2020.

- Tegn grafen til F .
- I hvilke måneder var energiforbruket høyere enn 1500 kWh ifølge modellen?
- Bestem den momentane vekstfarten til F når $x = 10$.
Gi en praktisk tolkning av svaret.

Prisen for elektrisk energi varierer med tiden på året.

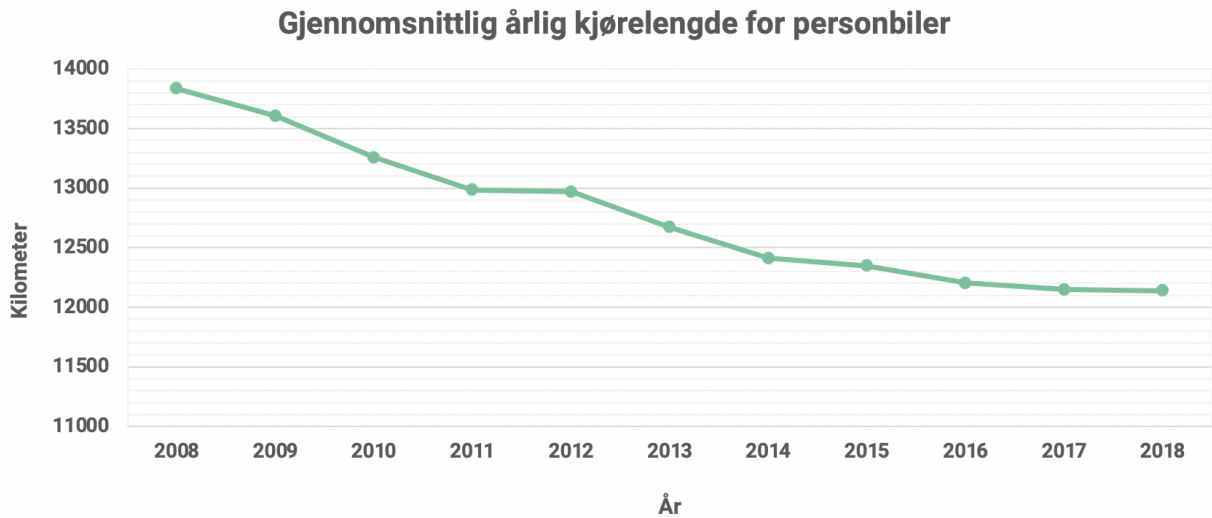
Funksjonen P gitt ved

$$P(x) = 0,78x^2 - 9,2x + 96 \quad , \quad 0 \leq x \leq 12$$

er en modell som tilnærmet viser den gjennomsnittlige prisen $P(x)$ øre per kWh for elektrisk energi i måned x .

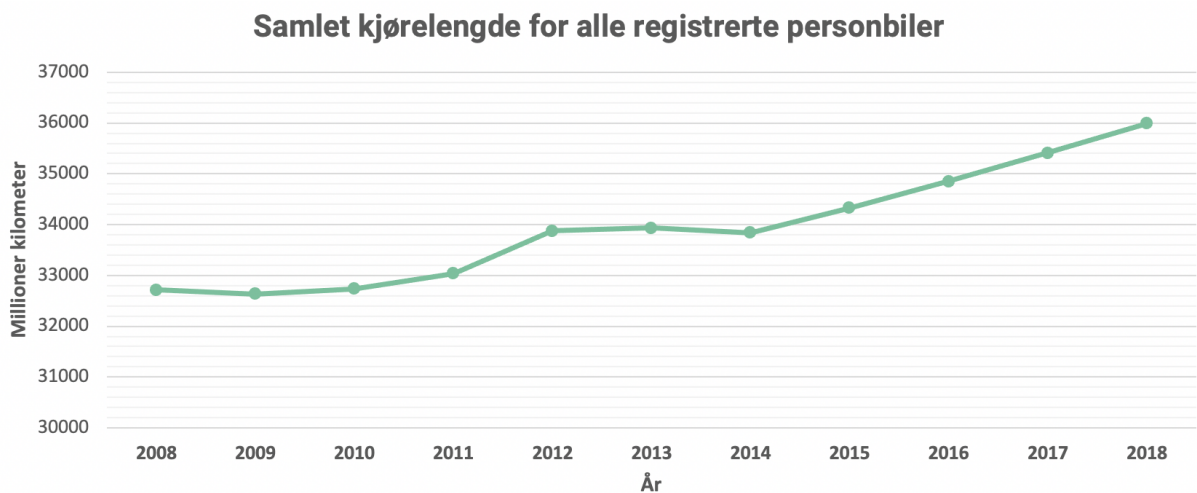
- Forklar at $F(x) \cdot P(x)$ er et uttrykk for gjennomsnittlige energikostnader for eneboligen i måned x .
- Hvilken måned var de gjennomsnittlige energikostnadene for eneboligen lavest?

Oppgave 5 (5 poeng)



Diagrammet ovenfor viser gjennomsnittlig årlig kjørelengde for personbiler i Norge i perioden 2008–2018.

- Lag en lineær modell ut fra informasjonen i diagrammet. Bestem stigningstallet og konstantleddet, og gi en praktisk tolkning av hver av disse verdiene.
- Kommenter gyldighetsområdet til modellen i oppgave a).



Diagrammet ovenfor viser samlet kjørelengde for alle registrerte personbiler i Norge i perioden 2008–2018.

- Hva kan være mulige årsaker til at den gjennomsnittlige årlige kjørelengden har avtatt i perioden 2008–2018?

Oppgave 6 (5 poeng)



Sildemåkene er trekkfugler. De første kommer til Norge i mars, og i august begynner mange å fly sørover igjen.

I 2020 registrerte noen forskere antall sildemåker på ei øy i Norge noen dager i perioden fra og med 1. mai til og med 20. juli. Se tabellen nedenfor.

Dager etter 30. april	1	15	30	45	60	81
Antall sildemåker	202	286	315	332	346	350

a) Vis ved regresjon at funksjonen S gitt ved

$$S(x) = 202 \cdot x^{0,13}, \quad x \geq 1$$

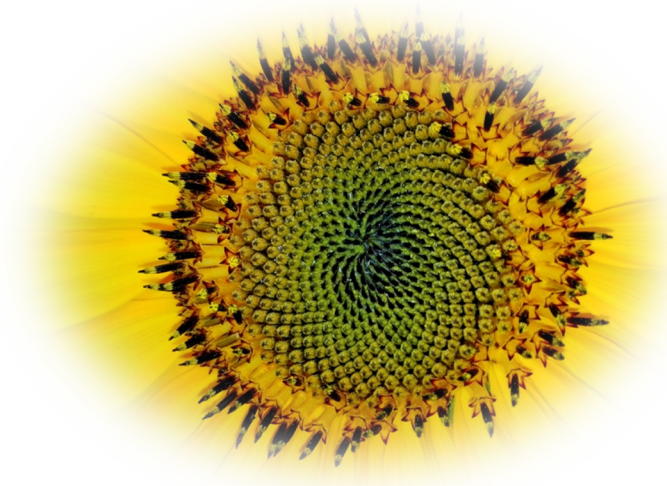
er en god modell for antall sildemåker på øya x dager etter 30. april 2020.

b) Hvor mange sildemåker var det på øya 5. juli 2020 ifølge modellen fra oppgave a)?

c) Bestem $S(150)$.

Kommenter svaret ut fra opplysningene som er gitt i oppgaveteksten.

Oppgave 7 (4 poeng)



Tallene i tallfølgen

1 1 2 3 5 8 13 ...

kalles fibonaccitallene. Hvert nye tall er summen av de to foregående.

a) Lag et regneark der du i en kolonne regner ut de 15 første fibonaccitallene.

Ane og Trine har undersøkt fibonaccitallene.

Ane påstår at summen av de n første fibonaccitallene alltid er én mindre enn fibonaccitall nummer $n+2$.

Hun ser for eksempel at $1+1+2=5-1$.

Trine påstår at når hun summerer annet hvert fibonaccitall, vil hun alltid få fibonaccitallet som kommer rett etter siste ledd i summen.

Hun ser for eksempel at $1+2+5=8$.

b) Bruk regnearket fra oppgave a) og undersøk om det Ane og Trine påstår, kan være riktig.

Oppgave 8 (6 poeng)



I klasse 3STA er det 30 elever. Nedenfor ser du hvor mange søsken hver elev har.

0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 5 5 6

- Bestem gjennomsnittet og standardavviket for datamaterialet.
- Lag en oversikt som viser hvor mange prosent av dataverdiene som ligger mindre enn ett standardavvik fra gjennomsnittet, mindre enn to standardavvik fra gjennomsnittet osv.

Tenk deg at du skal gjennomføre en tilsvarende undersøkelse i en klasse.

- Er det mulig at ingen av dataverdiene du får, vil ligge mindre enn ett standardavvik fra gjennomsnittet? Forklar.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!