

# Eksamen

28.11.2023

MAT1023 Matematikk 2P



Se eksamenstips på baksiden!

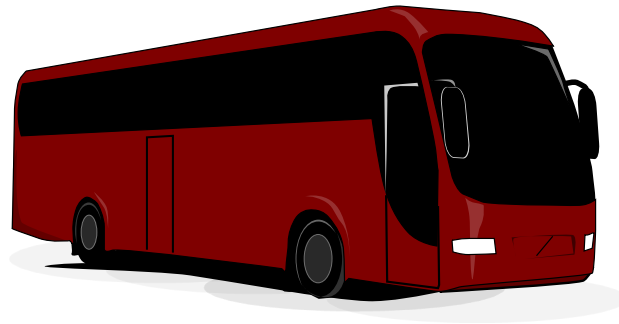
# Nynorsk

| <b>Eksamensinformasjon</b>      |  |
|---------------------------------|--|
| <b>Eksamenstid</b>              | Eksamen varer i 5 timar.<br>Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig.<br>Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time.<br>Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel.<br>Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.   |
| <b>Del utan hjelpemiddel</b>    | Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.  |
| <b>Del med hjelpemiddel</b>     | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.  |
| <b>Framgangsmåte</b>            | Delen utan hjelpemiddel har 4 oppgåver.<br>Delen med hjelpemiddel har 8 oppgåver.<br>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Digitale løysingar der det er brukt rekneark, programmering, grafteiknar og CAS, skal dokumenterast.   |
| <b>Rettleiing om vurderinga</b> | Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering.<br>Sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>• gjennomfører logiske resonnement</li><li>• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>• vurderer om svar er rimelege</li></ul> |
| <b>Om vekting av oppgåvene</b>  | Kvar deloppgåve vil bli vekta likt når svara dine blir vurderte, med unntak av <ul style="list-style-type: none"><li>• oppgåve 3 og 4 i Del 1 og oppgåve 4 og 6 i Del 2</li></ul> som vil bli vekta <u>dobbel</u> så mykje som dei andre deloppgåvene.   |
| <b>Andre opplysningar</b>       | Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Buss: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Ansikter: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Vase og roser: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Jordklode: Pixabay (08.08.2023)</li></ul> Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar:<br>Utdanningsdirektoratet   |

# DEL 1

## Utan hjelpemiddel

### Oppgave 1



Selma er på ferie og vil bruke buss for å komme seg rundt i området. Ho vurderer om ho skal kjøpe ein enkeltbillett for kvar reise eller eit fleksikort med 20 reiser.

- Kvar enkeltbillett kostar 25 kroner.
- Eit fleksikort med 20 reiser kostar 415 kroner.

a) Kor mange reiser må ho ta med bussen for at det skal lønne seg å kjøpe eit fleksikort med 20 reiser?

Tenk deg at Selma kjøper eit fleksikort med 20 reiser og bruker alle reisene.

b) Kor mange prosent sparer ho samanlikna med å kjøpe 20 enkeltbilletter?

## Oppgave 2

På eit kart er avstanden mellom to byar 40 cm. I terrenget er avstanden 20 km.

Bestem målestokken til kartet.

## Oppgave 3

Jonas har notert kor mange kilometer han har jogga kvar av dei siste ti dagane. Han ser at typetalet er 5 km, medianen er 8 km og gjennomsnittet er 9 km.

Du skal setje opp to moglege alternativ som viser kor mange kilometer han kan ha jogga kvar av dei ti dagane.

- I det første alternativet skal du bruke 8 km minst éin dag.
- I det andre alternativet skal du ikkje bruke 8 km nokon av dagane, og minst halvparten av tala du bruker, skal vere tal du ikkje brukte i det første alternativet.

## Oppgave 4

$$(x+4)(x-1)=0$$

$$(x+2)(x-3)=-6$$

Selma og Tobine arbeider med likningane ovanfor.



Selma

Høgresida i den første likninga er lik null. Eg er usikker, men kan vi då berre finne ut kva  $x$  må vere for at det som står inne i en av parentesane, skal bli lik null?

Set vi  $x = -4$ , får vi  $(-4+4) \cdot (-4-1) = 0 \cdot (-5) = 0$

Set vi  $x = 1$ , blir  $(x+4)(x-1)$  også lik null.

Løysingane er derfor  $x_1 = -4$  og  $x_2 = 1$

Dette stemmer, men eg veit ikkje kvifor.

Vil det alltid vere slik?

I den andre likninga er høgresida lik minus seks. Då må det som står inne i ein av parentesane, bli minus seks?

Er då løysingane  $x_1 = -8$  og  $x_2 = -3$ ?



Tobine

Kommenter det Selma og Tobine seier, og løys likninga  $(x+2)(x-3)=-6$

## DEL 2 Med hjelpemiddel

### Oppgåve 1



261 kroner



474 kroner



747 kroner

Kor mykje kostar ein vase?  
Kor mykje kostar ei rose?

### Oppgåve 2

Tabellen viser prisindeksen for sjokoladepålegg i perioden 2015–2022.

| År                             | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020  | 2021  | 2022  |
|--------------------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Prisindeks for sjokoladepålegg | 100  | 97,0 | 98,1 | 98,7 | 99,9 | 112,3 | 110,2 | 119,8 |

Prisen for eitt bestemt merke sjokoladepålegg steig frå 35,90 kroner i 2019 til 39,90 kroner i 2022.

Gjer utrekningar og finn ut om prisen for dette sjokoladepålegget steig meir enn prisindeksen for sjokoladepålegg frå 2019 til 2022.

## Oppgave 3

Nedanfor ser du dei 11 fotballspelarane som skåra flest mål i eliteserien 2022.

| Rank | Spiller   | Klubb        | Mål |
|------|---|--------------|-----|
| 1    |  Amahl Pellegrino      | Bodø/Glimt   | 25  |
| 2    |  Hugo Vetlesen         | Bodø/Glimt   | 16  |
| 3    |  David Datro Fofana    | Molde        | 15  |
|      |  Casper Tengstedt      | Rosenborg    |     |
|      |  Tobias Heintz         | Sarpsborg 08 |     |
| 6    |  Ole Hammerfjell Sæter | Rosenborg    | 14  |
| 7    |  Eric Bugale Kitolano  | Tromsø       | 13  |
| 8    |  Runar Espejord        | Bodø/Glimt   | 12  |
|      |  Mohamed Ofkir         | Sandefjord   |     |
| 10   |  Ola Brynhildsen       | Molde        | 11  |
|      |  Johan Hove          | Strømsgodset |     |

a) Bestem typetalet, variasjonsbreidda og medianen for talet på mål.

b) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for talet på mål.

For dei 11 fotballspelarane som skåra flest mål i sesongen 2021, var medianen 11, gjennomsnittet 14,5 og standardavviket 6,7.

c) Kva kan du ut frå dette og utrekningane i oppgåve a) og b) seie om dei 11 fotballspelarane frå 2021 samanlikna med dei 11 fotballspelarane frå 2022?

## Oppgave 4

Adam har teke opp eit lån på 2 500 000 kroner for å kjøpe bustad.

Han skal betale tilbake lånet i månadlege terminar.

Renta er 0,33 % per månad. I tillegg må han betale eit gebyr på 50 kroner per termin.

Terminbeløpet skal vere 13 385 kroner.

Lag ei oversikt som viser kor stort lånet hans vil vere månad for månad dei to første åra.

## Oppgave 5

Læraren har bede elevane teikne ein trekant  $ABC$  slik at  $\angle B = 60^\circ$ ,  $BC = 8$  cm og  $AC = 6$  cm.

Trym og Torgeir meiner begge at dei har teikna ein trekant som er slik læraren har sagt han skal vere, men dei ser at trekantane dei har teikna, ikkje er like.

Kan begge ha teikna rett?

Lag skisser og forklar.



## Oppgave 6

Nedanfor ser du ein tabell som viser talet på helsefagarbeidarar i Noreg i perioden 2015–2022, fordelt på kjønn.

|      | Helsefagarbeidarar |         |
|------|--------------------|---------|
| År   | Menn               | Kvinner |
| 2015 | 2 232              | 17 493  |
| 2016 | 2 911              | 21 439  |
| 2017 | 3 558              | 24 785  |
| 2018 | 3 957              | 27 327  |
| 2019 | 4 698              | 30 733  |
| 2020 | 5 511              | 33 958  |
| 2021 | 6 447              | 37 357  |
| 2022 | 7 317              | 40 472  |

Tenk deg at du skal presentere dette datamaterialet i eit føredrag. Gjer samanlikningar og utrekningar, og lag ulike framstillingar som du kan bruke i ein presentasjon. Presentasjonane skal innehalde både utrekningar og diagram.

## Oppgave 7



Tenk deg at du skal teikne ein serie med kvadrat der

- sidekantane i det største kvadratet er 10 cm
- sidekantane i det neste kvadratet alltid er 10 % kortare enn sidekantane i det førre du teikna

a) Vis at den samla omkrinsen av dei tre første kvadrata i serien vil bli 108,4 cm.

Tenk deg at du har veldig mange kvadrat i serien.

b) Bruk programmering til å lage eit program som finn samla omkrins av alle kvadrata.

Tenk deg at du lagar nye seriar med kvadrat. Du endrar storleiken på det største kvadratet i kvar serie og lèt alltid sidekantane i det neste kvadratet i serien vere 10 % kortare enn sidekantane i det førre du teikna.

c) Undersøk og beskriv samanhengen mellom lengda av sidekantane i det største kvadratet og den samla omkrinsen av alle kvadrata i kvar serie.

Ole påstår at  $T = \frac{4 \cdot s}{p} \cdot 100$  er ein formel for å rekne ut den samla omkrinsen  $T$  av

kvadrata i ein serie når sidekanten i det største kvadratet er  $s$  og sidekantane i det neste kvadratet er  $p$  % kortare enn sidekantane i det førre.

d) Undersøk om denne samanhengen kan gjelde.

## Oppgave 8

- I 1990 var klimagassutsleppet til Noreg på 51,3 millionar tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalentar.
- I 2022 var klimagassutsleppet til Noreg på 48,9 millionar tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalentar.

Norske styresmakter har sett som mål at klimagassutsleppet skal reduserast med 55 % innan 2030, samanlikna med kva utsleppet var i 1990.



Arne ser føre seg at utsleppet blir redusert med ein fast prosent kvart år. Han ønskjer å lage ein modell som viser kor mange prosent den årlege reduksjonen må vere for å nå målet i 2030.

a) La  $x$  vere talet på år etter 2022 og lag modellen.

Noreg har som mål å bli eit lågutsleppssamfunn innan 2050. Då må klimagassutsleppet reduserast med 90–95 % samanlikna med utsleppet i 1990.

b) Bruk modellen du fann i oppgave a), og vurder den opp mot opplysningane om målet for klimagassutslepp i 2050.

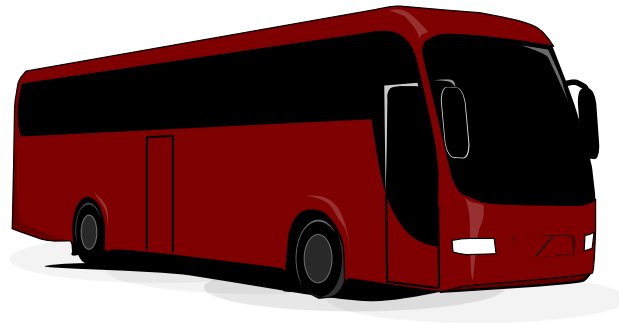
# Bokmål

| <b>Eksamensinformasjon</b>       |  |
|----------------------------------|--|
| <b>Eksamenstid</b>               | Eksamen varer i 5 timer.<br>Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig.<br>Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time.<br>Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler.<br>Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.  |
| <b>Del uten hjelpemidler</b>     | Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.  |
| <b>Del med hjelpemidler</b>      | Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.   |
| <b>Framgangsmåte</b>             | Delen uten hjelpemidler har 4 oppgaver.<br>Delen med hjelpemidler har 8 oppgaver.<br>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.<br>Digitale løsninger hvor det er brukt regneark, programmering, graftegner og CAS, skal dokumenteres.   |
| <b>Veiledning om vurderingen</b> | Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering.<br>Sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>• gjennomfører logiske resonnementer</li><li>• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>• forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>• vurderer om svar er rimelige</li></ul> |
| <b>Om vekting av oppgavene</b>   | Hver deloppgave vektes likt når besvarelsen blir vurdert, med unntak av <ul style="list-style-type: none"><li>• oppgave 3 og 4 i Del 1 og oppgave 4 og 6 i Del 2</li></ul> som vektes <u>dobbelt så mye</u> som de andre deloppgavene.   |
| <b>Andre opplysninger</b>        | Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Buss: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Ansikter: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Vase og roser: Pixabay (21.06.2023)</li><li>• Jordklode: Pixabay (08.08.2023)</li></ul> Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger:<br>Utdanningsdirektoratet  |

# DEL 1

## Uten hjelpemidler

### Oppgave 1



Selma er på ferie og vil bruke buss for å komme seg rundt i området. Hun vurderer om hun skal kjøpe en enkeltbillett for hver reise eller et fleksikort med 20 reiser.

- Hver enkeltbillett koster 25 kroner.
- Et fleksikort med 20 reiser koster 415 kroner.

a) Hvor mange reiser må hun ta med bussen for at det skal lønne seg å kjøpe et fleksikort med 20 reiser?

Tenk deg at Selma kjøper et fleksikort med 20 reiser og bruker alle reisene.

b) Hvor mange prosent sparer hun sammenliknet med å kjøpe 20 enkeltbilletter?

## Oppgave 2

På et kart er avstanden mellom to byer 40 cm. I virkeligheten er avstanden 20 km.

Bestem målestokken til kartet.

## Oppgave 3

Jonas har notert hvor mange kilometer han har jogget hver av de siste ti dagene. Han ser at typetallet er 5 km, medianen er 8 km og gjennomsnittet er 9 km.

Du skal sette opp to mulige alternativer som viser hvor mange kilometer han kan ha jogget hver av de ti dagene.

- I det første alternativet skal du bruke 8 km minst én dag.
- I det andre alternativet skal du ikke bruke 8 km noen av dagene, og minst halvparten av tallene du bruker, skal være tall du ikke brukte i det første alternativet.

## Oppgave 4

$$(x+4)(x-1)=0$$

$$(x+2)(x-3)=-6$$

Selma og Tobine arbeider med likningene ovenfor.



Selma

Høyresiden i den første likningen er lik null. Jeg er usikker, men kan vi da bare finne ut hva  $x$  må være for at det som står inne i en av parentesene skal bli lik null?

Setter vi  $x = -4$ , får vi  $(-4+4) \cdot (-4-1) = 0 \cdot (-5) = 0$

Setter vi  $x = 1$ , blir  $(x+4)(x-1)$  også lik null.

Løsningene er derfor  $x_1 = -4$  og  $x_2 = 1$

Dette stemmer, men jeg vet ikke hvorfor.

Vil det alltid være slik?

I den andre likningen er høyresiden lik minus seks. Da må det som står inne i en av parentesene, bli minus seks?

Er da løsningene  $x_1 = -8$  og  $x_2 = -3$ ?

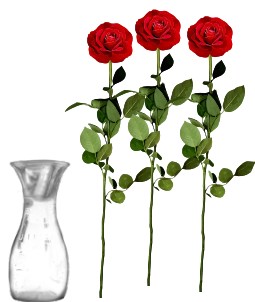


Tobine

Kommenter det Selma og Tobine sier, og løs likningen  $(x+2)(x-3)=-6$

## DEL 2 Med hjelpemidler

### Oppgave 1



261 kroner



474 kroner



747 kroner

Hvor mye koster en vase?  
Hvor mye koster en rose?

### Oppgave 2

Tabellen viser prisindeksen for sjokoladepålegg i perioden 2015–2022.

| År                             | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020  | 2021  | 2022  |
|--------------------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Prisindeks for sjokoladepålegg | 100  | 97,0 | 98,1 | 98,7 | 99,9 | 112,3 | 110,2 | 119,8 |

Prisen for ett bestemt merke sjokoladepålegg steg fra 35,90 kroner i 2019 til 39,90 kroner i 2022.

Gjør beregninger og finn ut om prisen for dette sjokoladepålegget steg mer enn prisindeksen for sjokoladepålegg fra 2019 til 2022.



## Oppgave 3

Nedenfor ser du de 11 fotballspillerne som skåret flest mål i eliteserien 2022.

| Rank | Spiller   | Klubb        | Mål |
|------|---|--------------|-----|
| 1    |  Amahl Pellegrino      | Bodø/Glimt   | 25  |
| 2    |  Hugo Vetlesen         | Bodø/Glimt   | 16  |
| 3    |  David Datro Fofana    | Molde        | 15  |
|      |  Casper Tengstedt      | Rosenborg    |     |
|      |  Tobias Heintz         | Sarpsborg 08 |     |
| 6    |  Ole Hammerfjell Sæter | Rosenborg    | 14  |
| 7    |  Eric Bugale Kitolano  | Tromsø       | 13  |
| 8    |  Runar Espejord        | Bodø/Glimt   | 12  |
|      |  Mohamed Ofkir         | Sandefjord   |     |
| 10   |  Ola Brynhildsen       | Molde        | 11  |
|      |  Johan Hove          | Strømsgodset |     |

a) Bestem typetallet, variasjonsbredden og medianen for antall mål.

b) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for antall mål.

For de 11 fotballspillerne som skåret flest mål i sesongen 2021, var medianen 11, gjennomsnittet 14,5 og standardavviket 6,7.

c) Hva kan du ut fra dette og beregningene i oppgave a) og b) si om de 11 fotballspillerne fra 2021 sammenliknet med de 11 fotballspillerne fra 2022?

## Oppgave 4

Adam har tatt opp et lån på 2 500 000 kroner for å kjøpe bolig.

Han skal betale tilbake lånet i månedlige terminer.

Renten er 0,33 % per måned. I tillegg må han betale et gebyr på 50 kroner per termin.

Terminbeløpet skal være 13 385 kroner.

Lag en oversikt som viser hvor stort lånet hans vil være måned for måned de to første årene.

## Oppgave 5

Læreren har bedt elevene tegne en trekant  $ABC$  slik at  $\angle B = 60^\circ$ ,  $BC = 8$  cm og  $AC = 6$  cm.

Trym og Torgeir mener begge at de har tegnet en trekant som er slik læreren har sagt den skal være, men de ser at trekantene de har tegnet, ikke er like.

Kan begge ha tegnet riktig?

Lag skisser og forklar.

## Oppgave 6

Nedenfor ser du en tabell som viser antall helsefagarbeidere i Norge i perioden 2015–2022, fordelt på kjønn.

|      | Helsefagarbeidere |         |
|------|-------------------|---------|
| År   | Menn              | Kvinner |
| 2015 | 2 232             | 17 493  |
| 2016 | 2 911             | 21 439  |
| 2017 | 3 558             | 24 785  |
| 2018 | 3 957             | 27 327  |
| 2019 | 4 698             | 30 733  |
| 2020 | 5 511             | 33 958  |
| 2021 | 6 447             | 37 357  |
| 2022 | 7 317             | 40 472  |

Tenk deg at du skal presentere dette datamaterialet i et foredrag. Gjør sammenlikninger og beregninger, og lag ulike fremstillinger som du kan bruke i en presentasjon. Presentasjonene skal inneholde både beregninger og diagrammer.

## Oppgave 7



Tenk deg at du skal tegne en serie med kvadrater der

- sidekantene i det største kvadratet er 10 cm
- sidekantene i det neste kvadratet alltid er 10 % kortere enn sidekantene i det forrige du tegnet

a) Vis at den samlede omkretsen av de tre første kvadratene i serien vil bli 108,4 cm.

Tenk deg at du har veldig mange kvadrater i serien.

b) Bruk programmering til å lage et program som finner samlet omkrets av alle kvadratene.

Tenk deg at du lager nye serier med kvadrater. Du endrer størrelsen på det største kvadratet i hver serie og lar alltid sidekantene i det neste kvadratet i serien være 10 % kortere enn sidekantene i det forrige du tegnet.

c) Undersøk og beskriv sammenhengen mellom lengden av sidekantene i det største kvadratet og den samlede omkretsen av alle kvadratene i hver serie.

Ole påstår at  $T = \frac{4 \cdot s}{p} \cdot 100$  er en formel for å regne ut den samlede omkretsen  $T$  av kvadratene i en serie når sidekanten i det største kvadratet er  $s$  og sidekantene i det neste kvadratet er  $p$  % kortere enn sidekantene i det forrige.

d) Undersøk om denne sammenhengen kan gjelde.

## Oppgave 8

- I 1990 var Norges klimagassutslipp på 51,3 millioner tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalenter.
- I 2022 var Norges klimagassutslipp på 48,9 millioner tonn CO<sub>2</sub>-ekvivalenter.

Norske myndigheter har satt som mål at klimagassutslippet skal reduseres med 55 % innen 2030, sammenliknet med hva utslippet var i 1990.



Arne ser for seg at utslippet reduseres med en fast prosent hvert år. Han ønsker å lage en modell som viser hvor mange prosent den årlige reduksjonen må være for å nå målet i 2030.

a) La  $x$  være antall år etter 2022 og lag modellen.

Norge har som mål å bli et lavutslippssamfunn innen 2050. Da må klimagassutslippet reduseres med 90–95 % sammenliknet med utslippet i 1990.

b) Bruk modellen du fant i oppgave a), og vurder den opp mot opplysningene om målet for klimagassutslipp i 2050.

**Blank side**

**Blank side**

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**