

# Eksamen

19.05.2021

MAT1015 Matematikk 2P



Se eksamenstips på baksiden!

# Nynorsk

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timar. Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
<b>Hjelpemiddel på Del 1</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
<b>Hjelpemiddel på Del 2</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Del 1 har 7 oppgåver. Del 2 har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast.
<b>Rettleiing om vurderinga</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>• gjennomfører logiske resonnement</li><li>• ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>• kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>• forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>• skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>• vurderer om svar er rimelege</li></ul>
<b>Andre opplysningar</b>	Kjelder for bilete, teikningar osv.: <ul style="list-style-type: none"><li>• Elsparkesykler: <a href="https://www.dagsavisen.no">https://www.dagsavisen.no</a> (22.10.2020)</li><li>• Damstredet: <a href="https://www.adressa.no">https://www.adressa.no</a> (23.10.2020)</li><li>• Kjøtt: <a href="https://landbruk24.no">https://landbruk24.no</a> (24.10.2020)</li><li>• BSU: <a href="https://www.sparebank1.no">https://www.sparebank1.no</a> (24.10.2020)</li></ul> Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

## DEL 1

### Utan hjelpemiddel

#### Oppgave 1 (3 poeng)



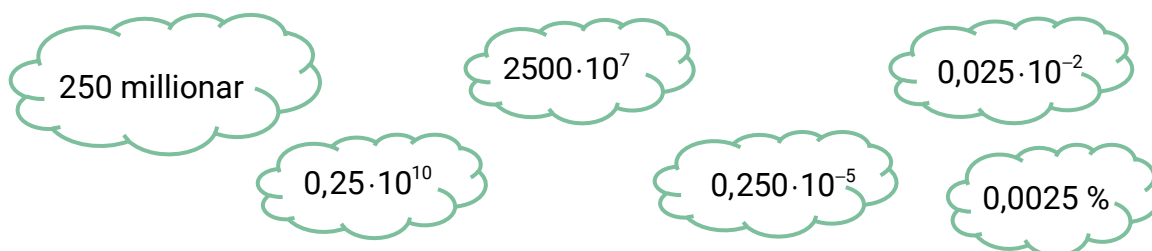
Petter har spurt 10 ungdommar kor mange gonger dei brukte elsparkesykkel i løpet av ei veke. Svara deira ser du nedanfor.

20    17    0    0    15    13    4    0    26    0

Bestem medianen, gjennomsnittet, typetalet og variasjonsbreidda for dette datamaterialet.

## Oppgave 2 (2 poeng)

Start med det minste talet, og sorter tala i stigande rekkjefølgje.



## Oppgave 3 (2 poeng)

Prisen for ei vare blei sett ned med 10 % og deretter med 20 %.  
No kostar vara 720 kroner.

Kva kosta vara før prisen blei sett ned første gongen?

## Oppgave 4 (4 poeng)

Ein skuleklasse skal ha våravslutning. Elevane i klassen må sjølve dekkje utgiftene. Dei får tilbod om å leige eit lokale for 3000 kroner. I tillegg vil maten koste 100 kroner per elev.

a) Set opp eit uttrykk som viser prisen kvar elev må betale.

«Eg håper det kjem så mange at prisen per elev blir mindre enn 130 kroner», seier Astrid.

b) Gjer berekningar og kommenter utsegna til Astrid.

## Oppgave 5 (4 poeng)



Lise har henta inn informasjon om høgda på husa i området der ho bur.

Høgd (meter)	Talet på hus
$[3,5)$	2
$[5,7)$	8
$[7,9)$	10
$[9,13)$	8

- Bestem gjennomsnittshøgda på husa i området der Lise bur.
- Framstill datamaterialet i eit histogram.

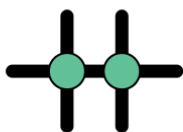
## Oppgave 6 (4 poeng)

- Forklar kva vi meiner med eksponentiell vekst.  
Gi eit døme på eksponentiell vekst.
- Lag eit reknestykke knytt til dømet ditt frå oppgave a), og forklar korleis du kan gå fram for å løyse reknestykket.

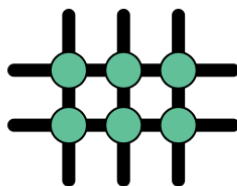
## Oppgave 7 (5 poeng)



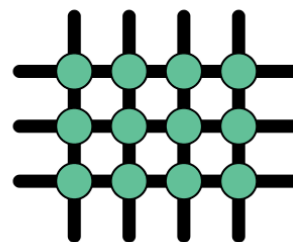
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Figur 4

Kristian er kunstnar. Han lagar små figurar ved å lime kuler på pinnar. Ovanfor ser du fire av figurane. For å lage figur 4 har Kristian brukt 7 pinnar og 12 kuler. Han vil halde fram med å lage figurar etter same mønster.

- Teikn figur 5.
- Kor mange pinnar og kor mange kuler vil det vere i figur 10?  
Vis korleis du har tenkt for å komme fram til svara dine.
- Bestem eit uttrykk for talet på pinnar og eit uttrykk for talet på kuler i figur  $n$ .

## DEL 2

### Med hjelpemiddel

#### Oppgave 1 (5 poeng)

År	2009	2010	2012	2013	2015	2018	2019
Sildebestand (1000 tonn)	10 150	8700	7102	6690	6249	5642	5317

Tabellen ovanfor viser bestanden av norsk vårgytande sild nokre utvalde år i perioden frå 2009 til 2019.

La  $x$  vere talet på år etter 2008.

Olav har komme fram til denne modellen for sildebestanden

$$S(x) = 10283 \cdot x^{-0,265}$$

- Bruk regresjon til å vise korleis Olav kan ha komme fram til denne modellen.
- Kor stor var sildebestanden i 2011 ifølgje modellen til Olav?

Dei førebels berekningane til Havforskningsinstituttet viser at sildebestanden vil vere 13 % lågare i 2020 enn året før.

- Vurder om modellen til Olav samsvarer med denne prognosen.

## Oppgave 2 (7 poeng)



Funksjonane  $f$  og  $g$  gitt ved

$$f(x) = 4,8x^3 - 78,4x^2 - 534x + 91043 \quad , \quad 0 \leq x \leq 20$$

$$g(x) = 3,2x^3 - 88,5x^2 + 693x + 23136 \quad , \quad 0 \leq x \leq 20$$

viser tilnærma årsproduksjon  $f(x)$  tonn storfekjøtt og  $g(x)$  tonn sauekjøtt i Noreg  $x$  år etter 1999.

- Teikn grafane til  $f$  og  $g$  i same koordinatsystem.
- Når var årsproduksjonen av storfekjøtt lågare enn 84 000 tonn?
- Bestem den momentane vekstfarten til  $f$  og den momentane vekstfarten til  $g$  når  $x = 3$ . Gi ei praktisk tolking av svara.

Funksjonen  $h$  er gitt ved

$$h(x) = f(x) - g(x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 20$$

- Bestem botnpunktet på grafen til  $h$ .  
Kva slags praktisk informasjon gir koordinatane til dette punktet?



### Oppgave 3 (5 poeng)

By	Talet på innbyggjarar
São Paulo	11 968 000
Mexico City	8 919 000
Lima	8 894 000
New York	8 550 000
Bogotá	7 862 000
Rio de Janeiro	6 477 000
Santiago	5 507 000
Los Angeles	3 972 000
Caracas	3 290 000
Buenos Aires	3 054 000
Salvador	2 921 000
Brasília	2 914 000
Toronto	2 826 000
Chicago	2 721 000

Tabellen ovanfor viser kor mange innbyggjarar det er i kvar av dei 14 største byane i Sør- og Nord-Amerika.

- a) Bestem gjennomsnittet, medianen, variasjonsbreidda og standardavviket for talet på innbyggjarar i desse byane.

Tabellen nedanfor viser gjennomsnittet, medianen, variasjonsbreidda og standardavviket for talet på innbyggjarar i dei 14 største byane i Europa.

Gjennomsnitt	4 808 000
Median	2 898 000
Variasjonsbreidd	13 662 000
Standardavvik	4 256 000

- b) Kva kan du seie om storleiken på byane i Europa samanlikna med storleiken på byane i Sør- og Nord-Amerika?

I berekningane ovanfor er Istanbul teken med som ein by i Europa. Istanbul har 15 519 000 innbyggjarar og er då den største byen i Europa.

- c) Bestem gjennomsnittet for talet på innbyggjarar i dei 13 byene i Europa som har flest innbyggjarar dersom vi ser bort frå Istanbul.

## Oppgave 4 (4 poeng)

Melinda har eidd ein bil i 10 år. Verdien har minka med 13 % per år. No er bilen verd 180 000 kroner.

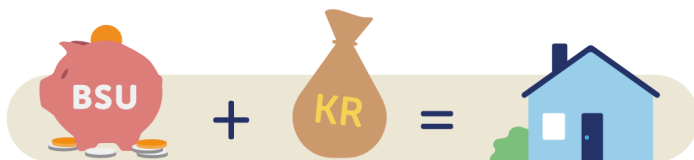
a) Kor mykje var han verd då ho kjøpte han?

Glennis kjøpte ein bil for to år sidan for 150 000 kroner. No er bilen verd 120 000 kroner.

b) Kor mange prosent har verdien gått ned med per år?

## Oppgave 5 (4 poeng)

BSU står for «Boligsparing for ungdom», men kunne like gjerne ha stått for «Beste sparing for ungdom» – for det er nettopp det det er!



Det året Silje fyller 22 år, vil ho opprette ein BSU-konto. Ho vil setje inn 25 000 kroner på kontoen 1. januar kvart år. Renta er 2,8 prosent per år.

a) Lag eit rekneark som viser kor mykje det vil vere på kontoen rett før og rett etter kvart innskot frå og med det året Silje fyller 22 år, til og med det året ho fyller 33 år.

b) Kor mykje vil ho til saman få i renter i løpet av desse åra?

## Oppgave 6 (6 poeng)

Nedanfor er fire ulike situasjonar skildra. Det er òg teikna seks grafar.

### Situasjon 1

Petter plukkar jordbær. Han får 100 kroner i fast lønn. I tillegg får han 20 kroner per kilogram han plukkar.

### Situasjon 2

Jens har fått ein infeksjon og skal ta tablettar med eit verkestoff mot infeksjonen éin gong i døgnet. Vi antek at talet på milligram verkestoff i kroppen går ned med 5 % kvar time.

### Situasjon 3

Stine har lånt pengar av foreldra. Ho vil betale tilbake 100 kroner kvar veke.

### Situasjon 4

På ei øy blir det sett ut eit rykte. Ryktet spreier seg blant dei som bur på øya.

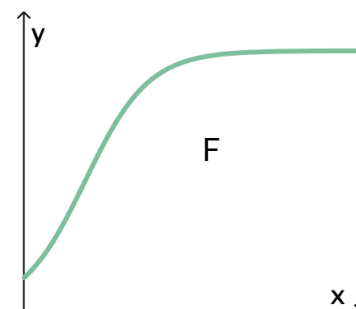
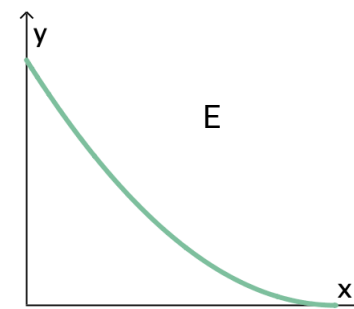
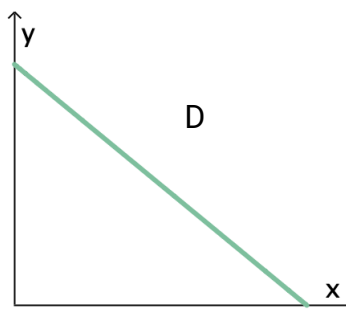
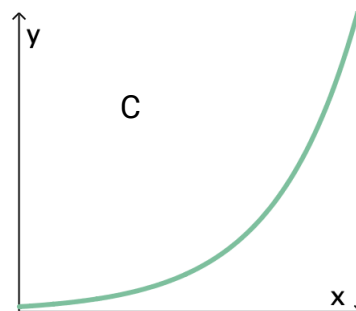
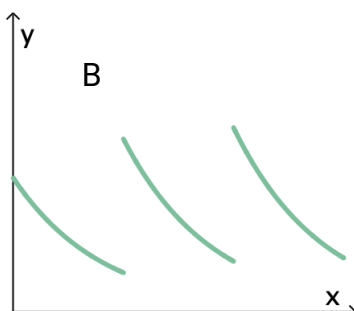
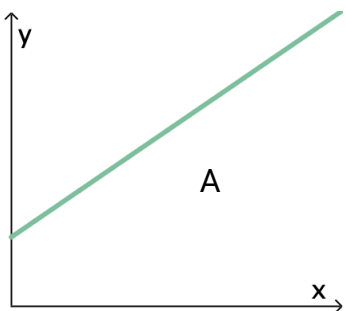
Kva for ein graf beskriv best situasjon 1?

Kva for ein graf beskriv best situasjon 2?

Kva for ein graf beskriv best situasjon 3?

Kva for ein graf beskriv best situasjon 4?

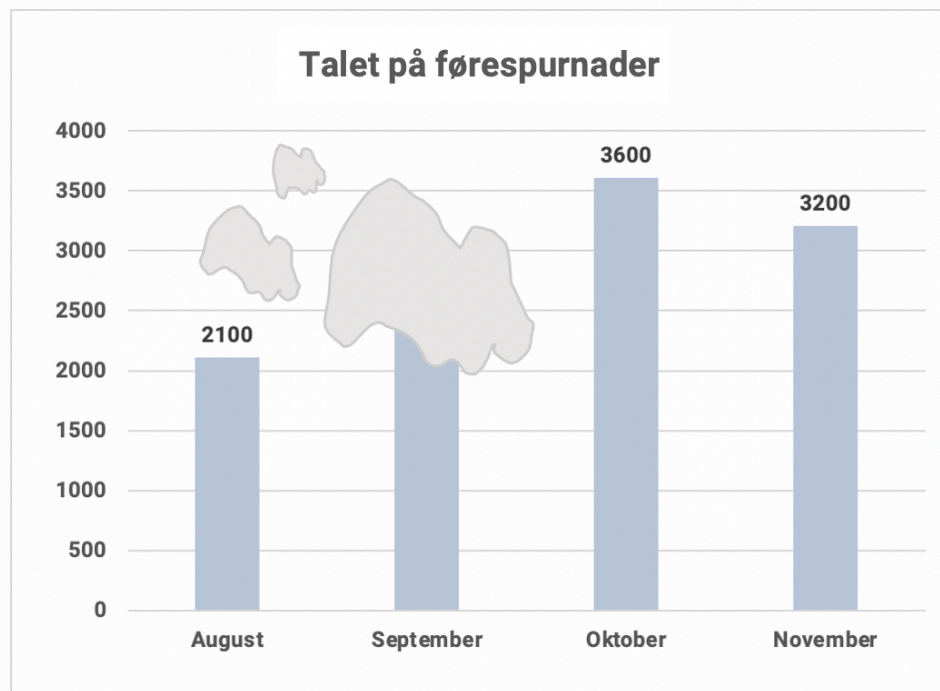
Grunngi svara dine.



## Oppgave 7 (5 poeng)

I mars 2020 starta ei gruppe ungdommar firmaet «Finn ein koronavenn». Dei oppmoda barn og unge som følte seg einsame, om å ta kontakt på telefon eller chat for å slå av ein prat.

Diagrammet nedanfor viser kor mange førespurnader firmaet fekk i august, september, oktober og november. Det har komme nokre flekkar på diagrammet.



Frå august til september auka talet på førespurnader med 30 %.

- Kor mange førespurnader fekk firmaet i september?
- Kor mange prosent gjekk talet på førespurnader ned med frå oktober til november?

Frå mars til august auka talet på førespurnader eksponentielt. I mars hadde firmaet 1000 førespurnader.

- Kor mange førespurnader hadde firmaet til saman i perioden frå og med mars til og med august?

# Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timer. Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
<b>Hjelpemidler på Del 1</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
<b>Hjelpemidler på Del 2</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Del 1 har 7 oppgaver. Del 2 har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres.
<b>Veiledning om vurderingen</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>• gjennomfører logiske resonnementer</li><li>• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>• forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>• vurderer om svar er rimelige</li></ul>
<b>Andre opplysninger</b>	Kilder for bilder, tegninger osv.: <ul style="list-style-type: none"><li>• Elsparkesykler: <a href="https://www.dagsavisen.no">https://www.dagsavisen.no</a> (22.10.2020)</li><li>• Damstredet: <a href="https://www.adressa.no">https://www.adressa.no</a> (23.10.2020)</li><li>• Kjøtt: <a href="https://landbruk24.no">https://landbruk24.no</a> (24.10.2020)</li><li>• BSU: <a href="https://www.sparebank1.no">https://www.sparebank1.no</a> (24.10.2020)</li></ul> Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (3 poeng)



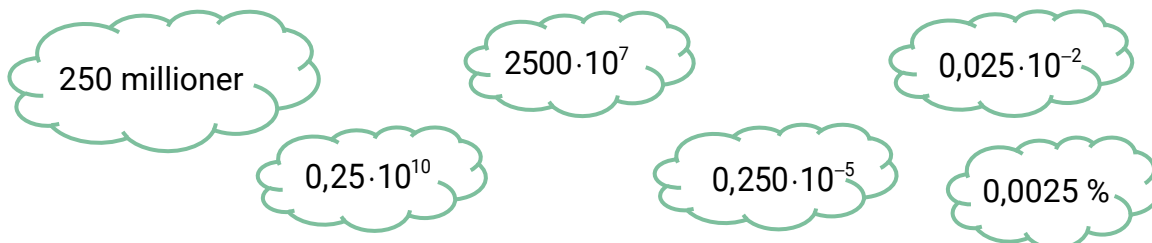
Petter har spurt 10 ungdommer hvor mange ganger de brukte elsparkesykkel i løpet av en uke. Svarene deres ser du nedenfor.

20    17    0    0    15    13    4    0    26    0

Bestem medianen, gjennomsnittet, typetallet og variasjonsbredden for dette datamaterialet.

## Oppgave 2 (2 poeng)

Start med det minste tallet, og sorter tallene i stigende rekkefølge.



## Oppgave 3 (2 poeng)

Prisen for en vare ble satt ned med 10 % og deretter med 20 %.  
Nå koster varen 720 kroner.

Hva kostet varen før prisen ble satt ned første gang?

## Oppgave 4 (4 poeng)

En skoleklasse skal ha våravslutning. Elevene i klassen må selv dekke utgiftene.  
De får tilbud om å leie et lokale for 3000 kroner. I tillegg vil maten koste 100 kroner per elev.

a) Sett opp et uttrykk som viser prisen hver elev må betale.

«Jeg håper det kommer så mange at prisen per elev blir mindre enn 130 kroner», sier Astrid.

b) Gjør beregninger og kommenter Astrids utsagn.

## Oppgave 5 (4 poeng)



Lise har hentet inn informasjon om høyden på husene i området der hun bor.

Høyde (meter)	Antall hus
$[3,5)$	2
$[5,7)$	8
$[7,9)$	10
$[9,13)$	8

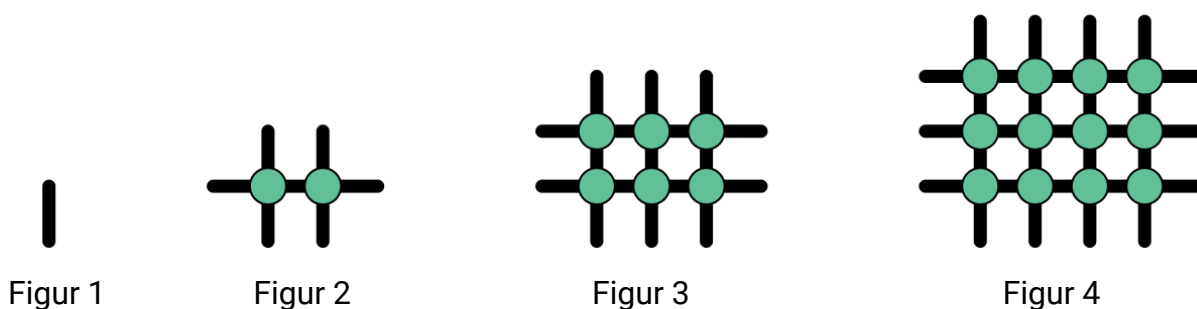
- Bestem gjennomsnittshøyden på husene i området der Lise bor.
- Framstill datamaterialet i et histogram.



## Oppgave 6 (4 poeng)

- Forklar hva vi mener med eksponentiell vekst.  
Gi et eksempel på eksponentiell vekst.
- Lag et regnestykke knyttet til eksemplet ditt fra oppgave a), og forklar hvordan du kan gå fram for å løse regnestykket.

## Oppgave 7 (5 poeng)



Kristian er kunstner. Han lager små figurer ved å lime kuler på pinner. Ovenfor ser du fire av figurene. For å lage figur 4 har Kristian brukt 7 pinner og 12 kuler. Han vil fortsette å lage figurer etter samme mønster.

- Tegn figur 5.
- Hvor mange pinner og hvor mange kuler vil det være i figur 10?  
Vis hvordan du har tenkt for å komme fram til svarene dine.
- Bestem et uttrykk for antall pinner og et uttrykk for antall kuler i figur  $n$ .

## DEL 2 Med hjelpemidler

### Oppgave 1 (5 poeng)

År	2009	2010	2012	2013	2015	2018	2019
Sildebestand (1000 tonn)	10 150	8700	7102	6690	6249	5642	5317

Tabellen ovenfor viser bestanden av norsk vårgytende sild noen utvalgte år i perioden fra 2009 til 2019.

La  $x$  være antall år etter 2008.

Olav har kommet fram til følgende modell for sildebestanden

$$S(x) = 10283 \cdot x^{-0,265}$$

- Bruk regresjon til å vise hvordan Olav kan ha kommet fram til denne modellen.
- Hvor stor var sildebestanden i 2011 ifølge Olavs modell?

Havforskningsinstituttets foreløpige beregninger viser at sildebestanden vil være 13 % lavere i 2020 enn året før.

- Vurder om Olavs modell samsvarer med denne prognosen.

## Oppgave 2 (7 poeng)



Funksjonene  $f$  og  $g$  gitt ved

$$f(x) = 4,8x^3 - 78,4x^2 - 534x + 91043 \quad , \quad 0 \leq x \leq 20$$

$$g(x) = 3,2x^3 - 88,5x^2 + 693x + 23136 \quad , \quad 0 \leq x \leq 20$$

viser tilnærmet årsproduksjon  $f(x)$  tonn storfekjøtt og  $g(x)$  tonn sauekjøtt i Norge  $x$  år etter 1999.

- b) Tegn grafene til  $f$  og  $g$  i samme koordinatsystem.
- c) Når var årsproduksjonen av storfekjøtt lavere enn 84 000 tonn?
- d) Bestem den momentane vekstfarten til  $f$  og den momentane vekstfarten til  $g$  når  $x = 3$ . Gi en praktisk tolkning av svarene.

Funksjonen  $h$  er gitt ved

$$h(x) = f(x) - g(x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 20$$

- e) Bestem bunnpunktet på grafen til  $h$ .  
Hvilken praktisk informasjon gir koordinatene til dette punktet?

### Oppgave 3 (5 poeng)

By	Antall innbyggere
São Paulo	11 968 000
Mexico City	8 919 000
Lima	8 894 000
New York	8 550 000
Bogotá	7 862 000
Rio de Janeiro	6 477 000
Santiago	5 507 000
Los Angeles	3 972 000
Caracas	3 290 000
Buenos Aires	3 054 000
Salvador	2 921 000
Brasília	2 914 000
Toronto	2 826 000
Chicago	2 721 000

Tabellen ovenfor viser hvor mange innbyggere det er i hver av de 14 største byene i Sør- og Nord-Amerika.

- a) Bestem gjennomsnittet, medianen, variasjonsbredden og standardavviket for antall innbyggere i disse byene.

Tabellen nedenfor viser gjennomsnittet, medianen, variasjonsbredden og standardavviket for antall innbyggere i de 14 største byene i Europa.

Gjennomsnitt	4 808 000
Median	2 898 000
Variasjonsbredde	13 662 000
Standardavvik	4 256 000

- b) Hva kan du si om størrelsen på byene i Europa sammenliknet med størrelsen på byene i Sør- og Nord-Amerika?

I beregningene ovenfor er Istanbul tatt med som en by i Europa. Istanbul har 15 519 000 innbyggere og er da Europas største by.

- c) Bestem gjennomsnittet for antall innbyggere i de 13 byene i Europa som har flest innbyggere dersom vi ser bort fra Istanbul.

## Oppgave 4 (4 poeng)

Melinda har eid en bil i 10 år. Verdien har avtatt med 13 % per år. Nå er bilen verdt 180 000 kroner.

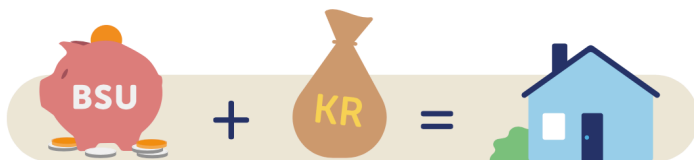
a) Hvor mye var den verdt da hun kjøpte den?

Glennis kjøpte en bil for to år siden for 150 000 kroner. Nå er den verdt 120 000 kroner.

b) Hvor mange prosent har verdien sunket med per år?

## Oppgave 5 (4 poeng)

BSU står for «Boligsparing for ungdom», men kunne like gjerne ha stått for «Beste sparing for ungdom» – for det er nettopp det det er!



Det året Silje fyller 22 år, vil hun opprette en BSU-konto. Hun vil sette inn 25 000 kroner på kontoen 1. januar hvert år. Renten er 2,8 % per år.

a) Lag et regneark som viser hvor mye det vil være på kontoen rett før og rett etter hvert innskudd fra og med det året Silje fyller 22 år til og med det året hun fyller 33 år.

b) Hvor mye vil hun til sammen få i renter i løpet av disse årene?

## Oppgave 6 (6 poeng)

Nedenfor er fire ulike situasjoner beskrevet. Det er også tegnet seks grafer.

### Situasjon 1

Petter plukker jordbær.  
Han får 100 kroner i fast lønn. I tillegg får han 20 kroner per kilogram han plukker.

### Situasjon 2

Jens har fått en infeksjon og skal ta tabletter med et virkestoff mot infeksjonen én gang i døgnet. Vi antar at antall milligram virkestoff i kroppen reduseres med 5 % hver time.

### Situasjon 3

Stine har lånt penger av foreldrene. Hun vil betale tilbake 100 kroner hver uke.

### Situasjon 4

På en øy blir det satt ut et rykte. Ryktet sprer seg blant dem som bor på øya.

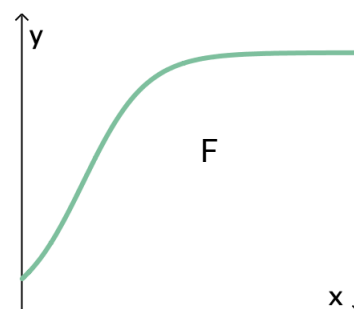
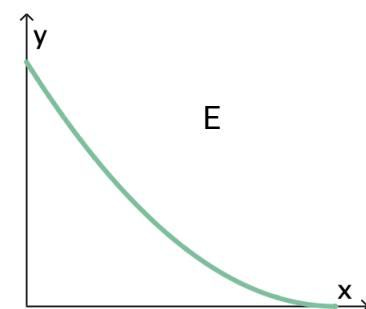
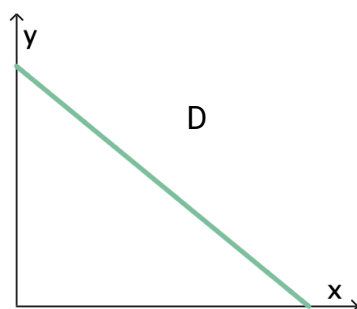
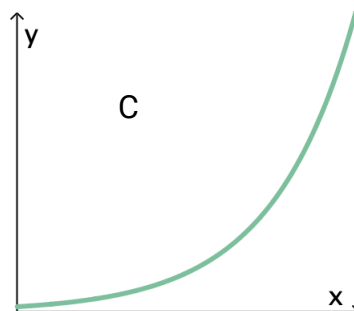
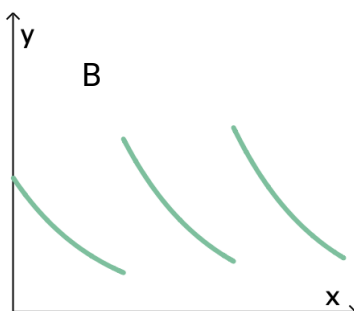
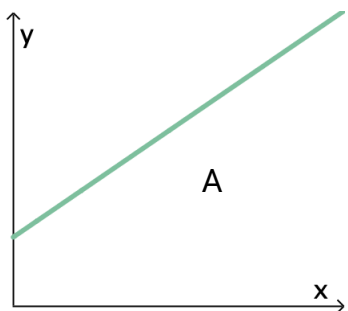
Hvilken graf beskriver best situasjon 1?

Hvilken graf beskriver best situasjon 2?

Hvilken graf beskriver best situasjon 3?

Hvilken graf beskriver best situasjon 4?

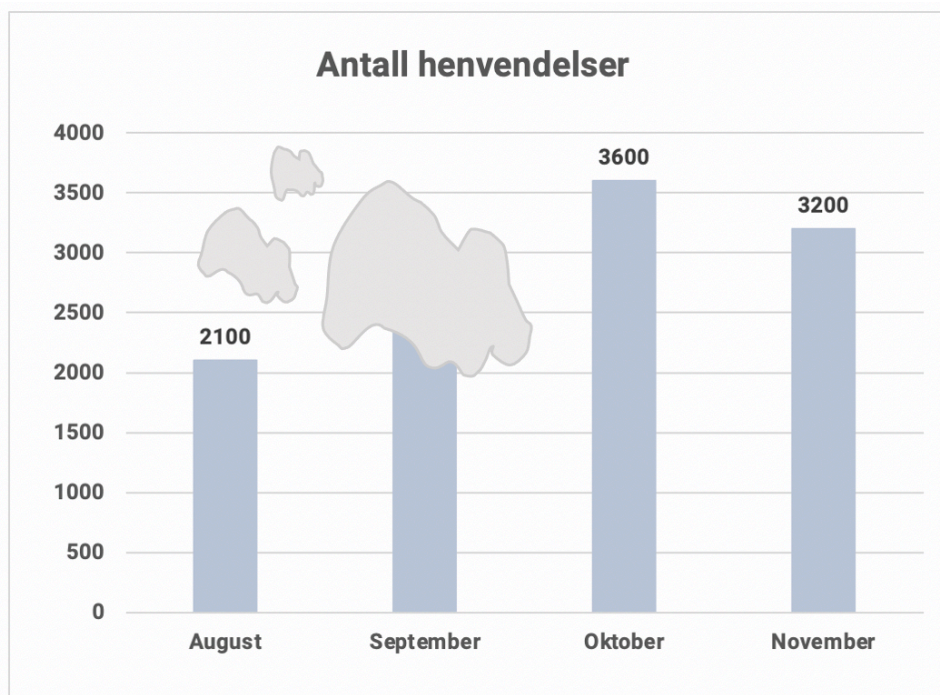
Husk å begrunne svarene dine.



## Oppgave 7 (5 poeng)

I mars 2020 startet en gruppe ungdommer firmaet «Finn en koronavenn». De oppfordret barn og unge som følte seg ensomme, til å ta kontakt på telefon eller chat for å slå av en prat.

Diagrammet nedenfor viser hvor mange henvendelser firmaet fikk i august, september, oktober og november. Det har kommet noen flekker på diagrammet.



Fra august til september økte antallet henvendelser med 30 %.

- Hvor mange henvendelser fikk firmaet i september?
- Hvor mange prosent gikk antallet henvendelser ned med fra oktober til november?

Fra mars til august økte antallet henvendelser eksponentielt. I mars hadde firmaet 1000 henvendelser.

- Hvor mange henvendelser hadde firmaet til sammen i perioden fra og med mars til og med august?

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**