Del 1

Oppgave 1

a) Deriver funksjonene

1) $f(x) = 3 \cdot e^{2x}$

2) $h(x) = x \cdot \ln x$

b) En rett linje l går gjennom punktene $A(1, 2)$ og $B(3, 7)$.

1) Sett opp en parameterframstilling for linja l.

2) Finn skjæringspunktene mellom l og koordinataksene.

c) Vi har gitt polynomfunksjonen $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

1) Vis at $f(x)$ er delelig med $x+1$. Faktoriser $f(x)$ i førstegradsfaktorer.

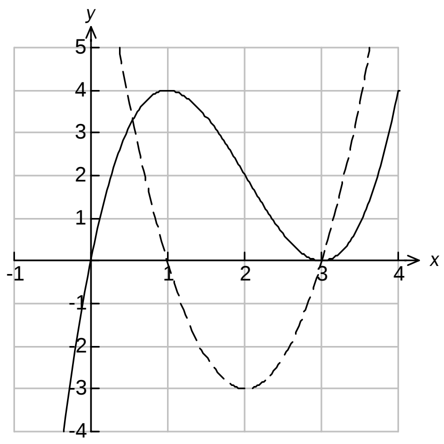
2) Løs ulikheten $f(x) \geq 0$

d) Hjørnene i trekanten ABC er gitt ved $A(2, 0)$, $B(4, 1)$ og $C(3, 5)$.

1) Bestem lengden av sidene i trekanten.

2) Undersøk om trekanten er rettvinklet.

e)



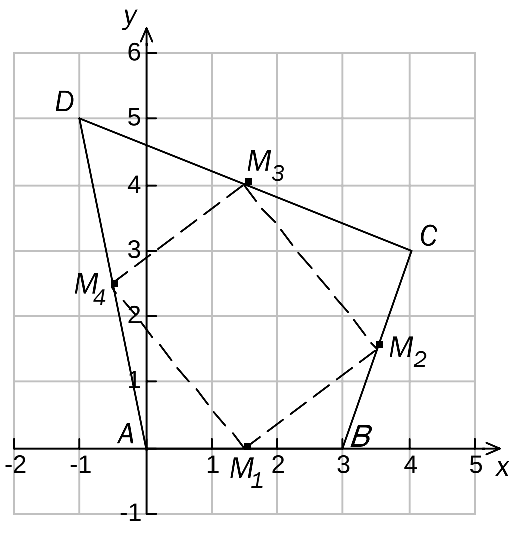
Figuren viser grafen til en funksjon f og grafen til den deriverte av funksjonen.

1) Forklar hvilken graf som er grafen til funksjonen f og hvilken som er grafen til den deriverte.

2) Bruk figuren til å tegne fortegnslinjene for $f(x)$, den førstederiverte og den andrederiverte.

Oppgave 2

Vi skal studere en firkant som er vist på figuren nedenfor.



Hjørnene i firkanten $ABCD$ er gitt ved $A(0,0)$, $B(3,0)$, $C(4,3)$ og $D(-1,5)$.

a) Regn ut koordinatene til midtpunktene M_1, M_2, M_3 og M_4 i sidekantene i firkanten. Se figuren.

b) Vis at firkanten $M_1M_2M_3M_4$ er et parallellogram.

Hjørnene i en vilkårlig firkant er gitt ved $E(0,0)$, $F(a,0)$, $G(b,c)$ og $H(d,e)$. Midtpunktene i sidekantene i firkanten er N_1, N_2, N_3 og N_4.

c) Vis at firkanten $N_1N_2N_3N_4$ er et parallellogram.

Del 2

Oppgave 3

I en bunke med kort er det 16 svarte og 14 røde kort.

a) Gunhild trekker tilfeldig ut to kort. Hva er sannsynligheten for at de to kortene er svarte?

b) Ali trekker tilfeldig ut 10 kort. Hva er sannsynligheten for at han trekker ut 7 svarte og 3 røde kort?

I en eske med mynter er 40 % av myntene laget før 1940. Av disse er 45 % kobbermynter og 55 % sølvmynter. Av dem som er laget etter 1940, er 35 % kobbermynter og 65 % sølvmynter. Det trekkes tilfeldig ut én mynt.

c) Hva er sannsynligheten for at mynten er en kobbermynt?

Mynten som ble trukket ut, var en kobbermynt.

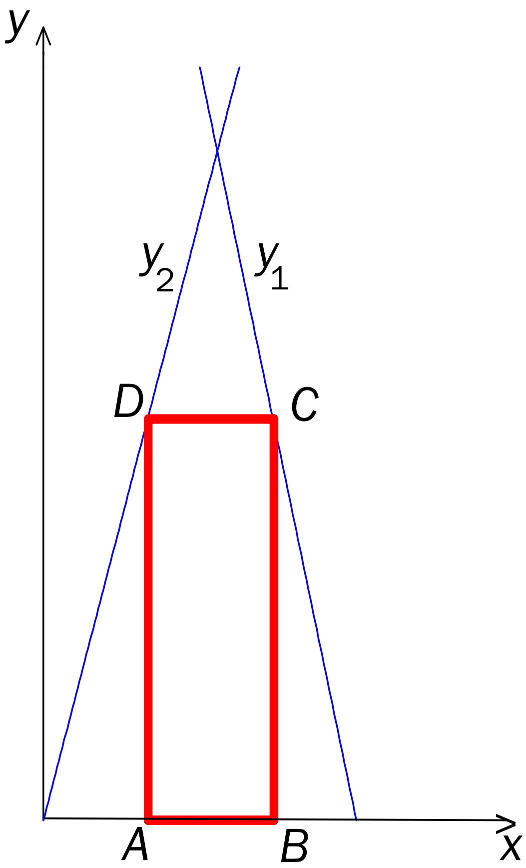
d) Hva er sannsynligheten for at mynten er laget før 1940?

Oppgave 4

Du skal besvare <u>enten</u> alternativ I <u>eller</u> alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.

(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

<u>Alternativ I</u>



Firkanten $ABCD$ er et rektangel. Hjørnene A og B ligger på den positive førsteaksen. Hjørnet C ligger på linja $y_1 = -5x + 6$. Hjørnet D ligger på linja $y_2 = 4x$. Se figuren.

Vi vil undersøke hvor stort arealet av rektanglet kan bli.

a) Sett førstekoordinaten til punktet A lik u. Forklar at $D(u,\, 4u)$, og at andrekoordinaten til C er 4u.

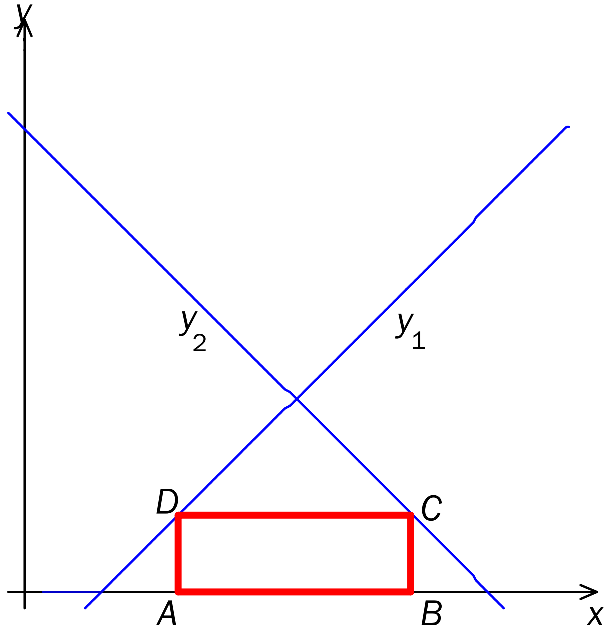
b) Sett førstekoordinaten til C lik x. Forklar at $x = \dfrac{6-4u}{5}$

c) Vis at arealet av rektanglet er gitt ved

$$F(u) = -\frac{36}{5}u^2 + \frac{24}{5}u$$

d) Finn ved regning hvor stort arealet av rektanglet $ABCD$ kan bli.

Alternativ II



Firkanten $ABCD$ er et rektangel. Hjørnene A og B ligger på den positive førsteaksen. Hjørnet C ligger på linja $y_2 = -x + 6$. Hjørnet D ligger på linja $y_1 = x - 1$. Se figuren.

Vi vil undersøke hvor stort arealet av rektanglet kan bli.

Vi ser først på tilfellet $A(2, 0)$.

a) Vis at da er $D(2, 1)$ og $C(5, 1)$.

b) Vis at arealet av rektanglet er lik 3.

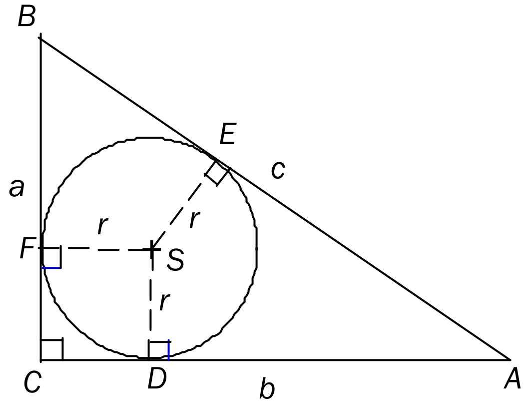
Sett førstekoordinaten til punktet A lik x. Arealet av rektanglet er da $F(x)$.

c) Skriv av tabellen i besvarelsen din. Fyll ut tabellen.

x	1,5	2,0	2,5	3,0
$F(x)$		3,0		

d) Arealet er en funksjon på formen $F(x) = ax^2 + bx + c$. Bestem konstantene *a, b* og *c*. Finn det største arealet til rektanglet og den tilhørende verdien av x. Bestem koordinatene til alle hjørnene for den x-verdien som gir størst areal.

Oppgave 5



Trekanten ABC er rettvinklet, med katetene a og b og hypotenusen c. I trekanten er det innskrevet en sirkel med sentrum i S og radius r. Tangeringspunktene mellom sirkelen og sidene i trekanten er D, E og F. Se figuren.

a) Forklar at $AD = AE$ og at $BF = BE$.

Vi setter nå $AD = AE = x$ og $BF = BE = y$

b) Finn sidene i trekanten uttrykt ved r, x og y.

c) Bruk resultatet i b) til å vise at

$$a + b - c = 2r$$

Formuler denne egenskapen ved rettvinklede trekanter med egne ord.

d) Trekk ei linje fra hvert av hjørnene i trekanten til sentrum S i den innskrevne sirkelen. Forklar at disse linjene halverer $\angle A, \angle B$ og $\angle C$.

e) Konstruer en tilsvarende figur som den ovenfor med passer og linjal eller med dynamisk programvare når $r = 2$ cm og $a = 5$ cm. Gi en forklaring på konstruksjonen.