DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (24 poeng)

a) Deriver funksjonene

1) $f(t) = 0{,}02t^3 + 0{,}6t^2 + 4{,}1$

2) $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

3) $h(x) = x^2 \cdot e^{2x}$

b) Vi har gitt polynomfunksjonen

$$P(x) = x^3 - 4x^2 - 4x + 16$$

1) Vis at $x = 2$ er et nullpunkt.

2) Skriv $P(x)$ som et produkt av førstegradsfaktorer.

3) Løs ulikheten $P(x) \leq 0$

c) Lag en formel for x når

$$y = a - b^x$$

Forklar hvorfor $y < a$

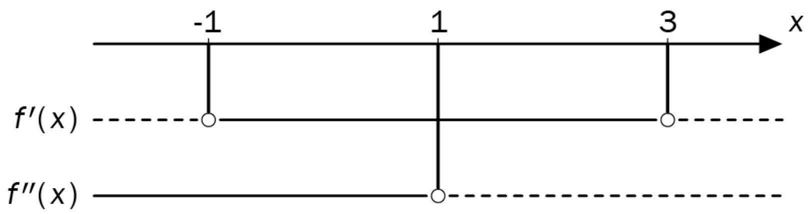
d) Vi har gitt punktene $A(1, 0)$, $B(3, 4)$ og $C(2, t)$

1) Bestem vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$.

2) Bestem t slik at $\angle A = 90^\circ$

3) En sirkel har AB som diameter. Bestem likningen til sirkelen.

e) Fortegnslinjene til $f'(x)$ og $f''(x)$ til en funksjon f er gitt nedenfor.



1) Bestem hvor grafen til f stiger og synker.

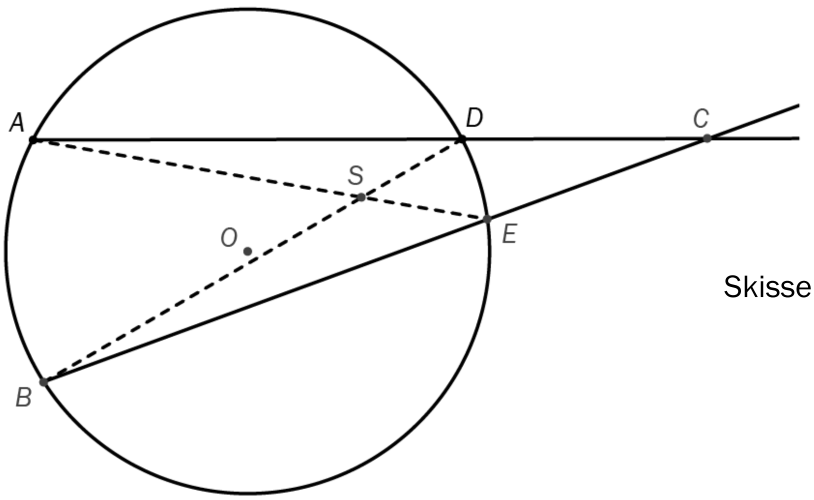
2) Bestem x-verdiene til eventuelle bunn-, topp- og vendepunkter på grafen til f.

3) Tegn en skisse av hvordan grafen til f *kan* se ut.

f) Funksjonen f er gitt som $f(x) = x^2 + 1$

Bruk at $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ til å vise at $f'(x) = 2x$

g) En sirkel har sentrum i O. AB skjærer av en bue på 60°, mens DE skjærer av en bue på 20°. Se skissen nedenfor.



Skisse

1) Bestem $\angle ADB$

2) Bestem $\angle DBE$

3) Vis at $\angle ACB = 20^\circ$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 2 (12 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x\,, \quad x \in \langle -1,\, 3 \rangle$$

a) Bestem nullpunktene til f ved regning. Forklar hvordan vi av utregningen kan se at grafen til f tangerer *x*-aksen i ett av nullpunktene.

b) Tegn fortegnslinjen til f', og bruk denne til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

c) Tegn fortegnslinjen til f'', og bruk denne til å bestemme eventuelle vendepunkter på grafen til f.

d) Vis ved regning at likningen til tangenten i punktet $P\big(1,\, f(1)\big)$ er gitt ved

$$y = -x + 2$$

e) Tegn grafen til f og tangenten i samme koordinatsystem.

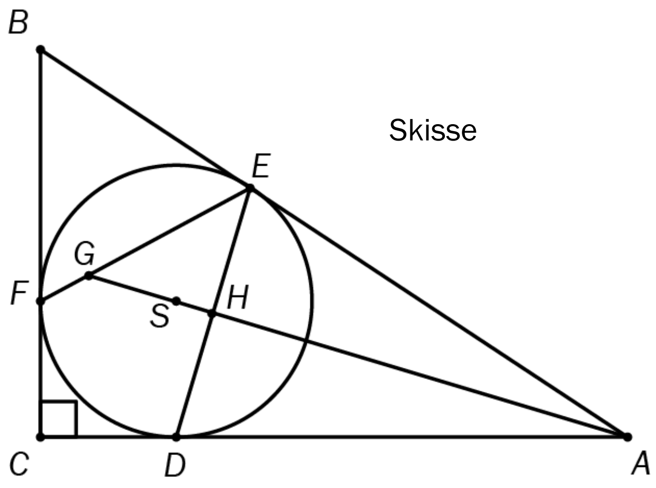
f) Grafen til f skjærer tangenten i et annet punkt Q.

Forklar at x-verdien til Q kan bestemmes av likningen

$$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

Bestem koordinatene til Q.

Oppgave 3 (6 poeng)



En sirkel med sentrum i S er innskrevet i en rettvinklet ΔABC. Sidene i trekanten tangerer sirkelen i D, E og F. Linjen AS skjærer EF i G og ED i H.

En setning i geometrien sier at da er $AD = AE$.

a)

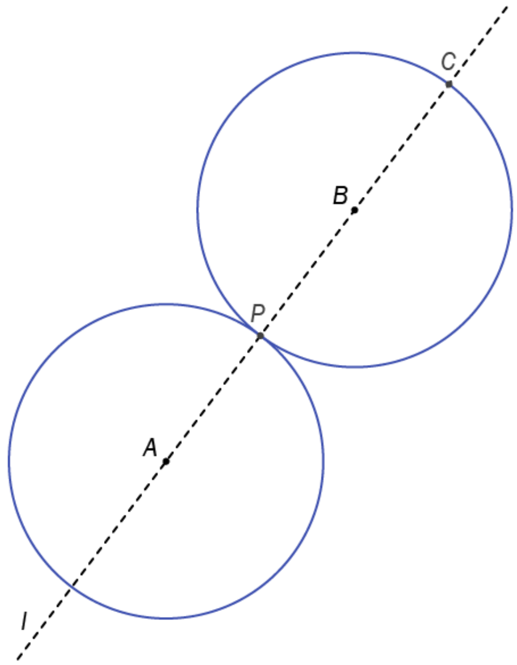
1) Forklar at $\angle GHE = 90°$

2) Bestem $\angle HEG$ og $\angle HGE$

b) I vedlegget er det tegnet en sirkel med to vilkårlige korder.
Lag en konstruksjon på vedlegget med passer og linjal slik at du finner plasseringen til sentrum S i sirkelen.

Oppgave 4 (9 poeng)

Skisse



To sirkler med samme radius har sentrum i henholdsvis A og B. Sirklene tangerer hverandre i punktet P.

Sirkelen med sentrum i A har likningen

$$x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 = 0$$

Sirkelen med sentrum i B har likningen

$$x^2 + y^2 - 6x - 12y + 20 = 0$$

a) Vis ved regning at sentrum i sirklene har koordinatene $A(-3, -2)$ og $B(3, 6)$.

b) Forklar at punktene A, P og B alle ligger på en rett linje l.

Vis at punktet P har koordinatene $P(0, 2)$.

c) Finn en parameterframstilling til l.

d) Linjen l skjærer sirkelen med sentrum i B også i punktet C.

Bestem koordinatene til punktet C.

Oppgave 5 (5 poeng)

På en skole går det 120 jenter og 80 gutter. Halvparten av jentene går med bukser, mens den andre halvparten går med skjørt. Alle guttene går med bukser.

Hendelsene J og B er definert ved:

J: Eleven er en jente.

B: Eleven går med bukse.

a) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev går med bukse.

b) Bestem $P(B|J)$. Avgjør om hendelsene J og B er uavhengige.

c) Bruk Bayes' setning, og bestem $P(J|B)$.

Oppgave 6 (4 poeng)

Vi vil se på summen av alle faktorer som går opp i 12. Vi tar med 1, men ikke tallet 12 selv.

Faktorene til 12 blir da

$$1, 2, 3, 4 \text{ og } 6.$$

Summen av faktorene blir

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$$

For tallet 6 får vi på samme måte

$$1 + 2 + 3 = 6$$

> Når summen av faktorene er lik tallet selv, sier vi at tallet er perfekt.

Dermed er 6 et perfekt tall, mens 12 ikke er det.

a) Vis at 28 er et perfekt tall.

b) Summen av faktorene i 220 er

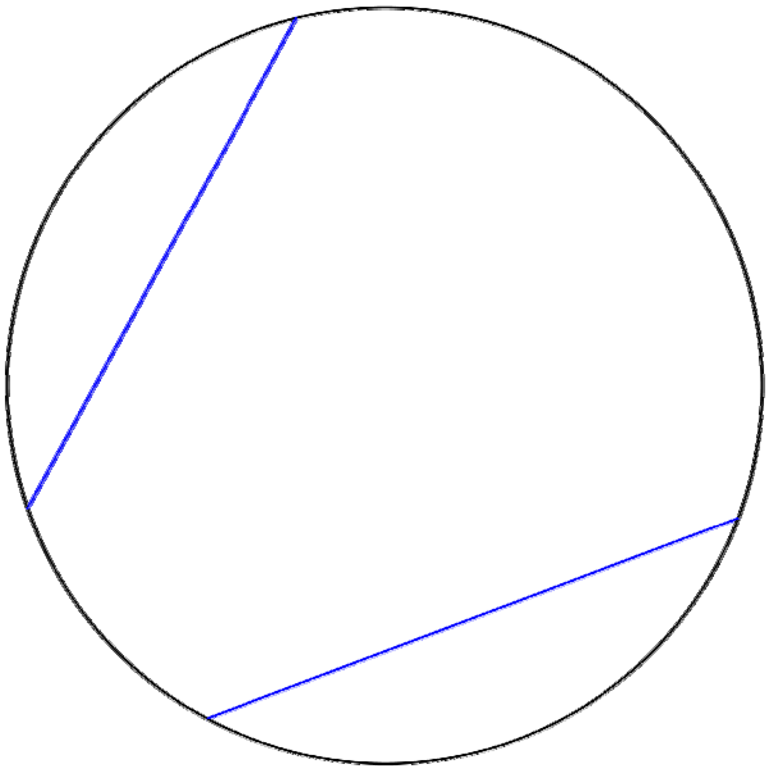
$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

Finn summen av faktorene i 284.

Blank side.

Vedlegg 1 til Oppgåve 3 b) / Oppgave 3 b)
Eksamen, REA3022 Matematikk R1, 28.11.2011

Skole:	Kandidatnr.:



Hugs å levere inn dette vedlegget saman med svaret ditt.
Husk å levere inn dette vedlegget sammen med besvarelsen din.