DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = (2x-1)^2$

b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

c) $h(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

Oppgave 2 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + kx + 3$$

a) Bestem k slik at divisjonen $f(x):(x-3)$ går opp.

b) Bruk polynomdivisjon til å skrive $f(x)$ som et produkt av lineære faktorer (førstegradsfaktorer) når k har verdien du fant i oppgave 2 a).

Oppgave 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

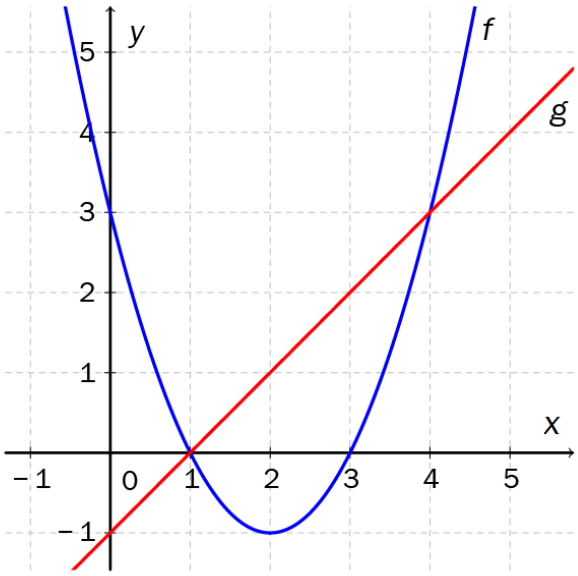
a) Bestem vendepunktet på grafen til f.

b) Bestem likningen til vendetangenten.

Oppgave 4 (3 poeng)

På figuren er det tegnet grafene til funksjonene f og g gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x-3) \quad \text{og} \quad g(x) = x-1$$



En elev skulle bestemme skjæringspunktene mellom grafene ved regning.

Eleven besvarte oppgaven slik:

$$f(x) = g(x)$$
$$(x-1)(x-3) = x-1$$
$$\cancel{(x-1)} \cdot (x-3) = \cancel{(x-1)}$$
$$(x-3) = 1$$
$$x = 4$$
$$y = 4-1 = 3$$

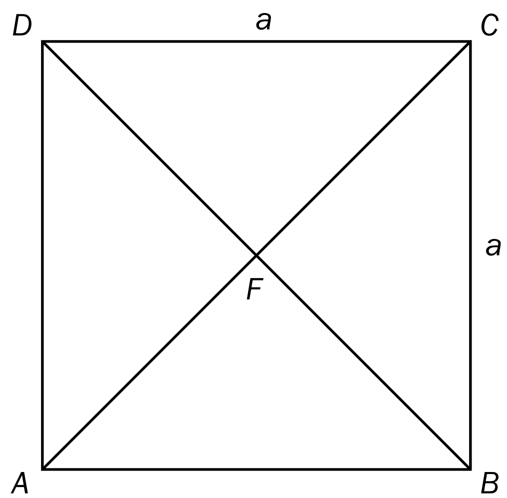
Skjæringspunktet er $(4, 3)$

a) Kommenter elevens besvarelse.

b) Bestem skjæringspunktene mellom grafene ved regning slik du mener oppgaven bør løses.

Oppgave 5 (3 poeng)

Figuren viser et kvadrat $ABCD$ med side a. Diagonalene AC og BD skjærer hverandre i punktet F.



a) Forklar at $AC \perp BD$

b) Forklar at arealet av kvadratet er $\frac{1}{2} AC \cdot BD$

Oppgave 6 (3 poeng)

Løs likningene

a) $3^{4x} + 7 = 34$

b) $\lg x + \lg(x-1) = \lg 2$

Oppgave 7 (3 poeng)

Vi har gitt punktene $A(3, 0)$, $B(7, 3)$ og $C(0, t)$.

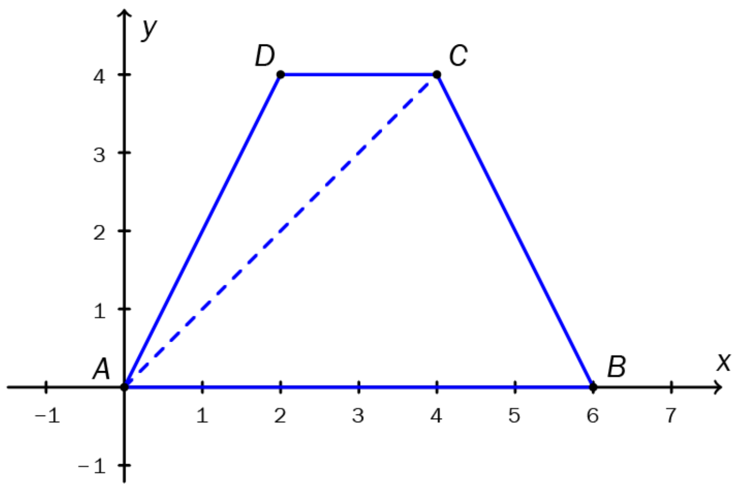
a) Bestem t slik at $\angle BAC = 90^\circ$

b) Bestem den minste avstanden fra A til BC for denne t-verdien.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Punktene $A(0,0)$, $B(6,0)$, $C(4,4)$ og $D(t,4)$ er hjørner i $\square ABCD$.



a) Bruk skalarprodukt til å bestemme $\angle BAC$.

b) Bestem t slik at $\square ABCD$ blir et parallellogram.

c) Bestem t ved regning slik at $AC \perp BD$.

Oppgave 2 (5 poeng)

En skole har 350 elever, 182 gutter og 168 jenter. Av disse tar 71 gutter og 94 jenter bussen til skolen. En elev blir trukket ut tilfeldig. Vi lar hendelsene J og B være gitt ved

J: Eleven er en jente.

B: Eleven tar buss til skolen.

a) Bestem $P(J \cap B)$

b) Bestem $P(B)$ og $P(B \mid J)$. Er J og B uavhengige hendelser? Begrunn svaret ditt.

c) Bestem $P(J \mid B)$

Oppgave 3 (7 poeng)

Posisjonen til en partikkel ved tiden t er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[\frac{1}{4}t^2 - 3t\ ,\ \ t + \frac{4}{t} - 5\right]$$

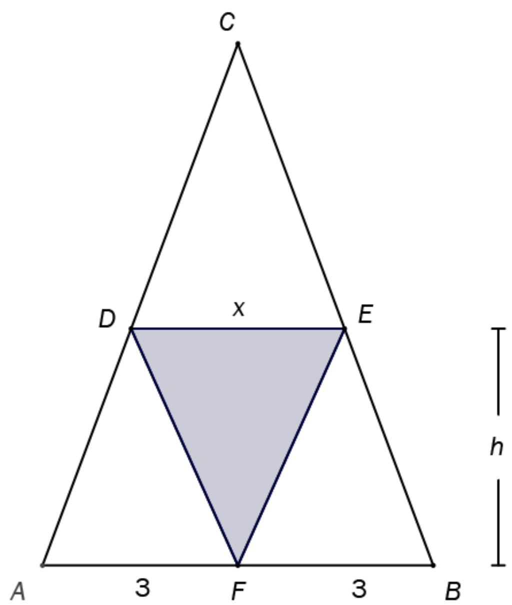
a) Tegn grafen til $\vec{r}$ når $t \in \langle 0, 20]$.

b) Bestem skjæringspunktene mellom banen til partikkelen og koordinataksene.

c) Bestem farten $v = |\vec{v}(t)|$ når $t = 5$.

Oppgave 4 (8 poeng)

$\triangle DEF$ er innskrevet i $\triangle ABC$. Begge trekantene er likebeinte, og $DE \parallel AB$. Vi setter $DE = x$. Høyden fra C til AB er 8, og høyden fra F til DE er h. Videre er $AF = FB = 3$. Se figuren.



a) Forklar at $\triangle ABC \sim \triangle DEC$. Bruk dette til å vise at

$$h = 8 - \frac{4}{3}x$$

b) Bestem et uttrykk $T(x)$ for arealet av $\triangle DEF$.

c) Bestem den største verdien av $T(x)$. Forklar at $\triangle ABC$ i dette tilfellet består av fire kongruente trekanter.

Oppgave 5 (4 poeng)

a) En sirkel er gitt ved

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

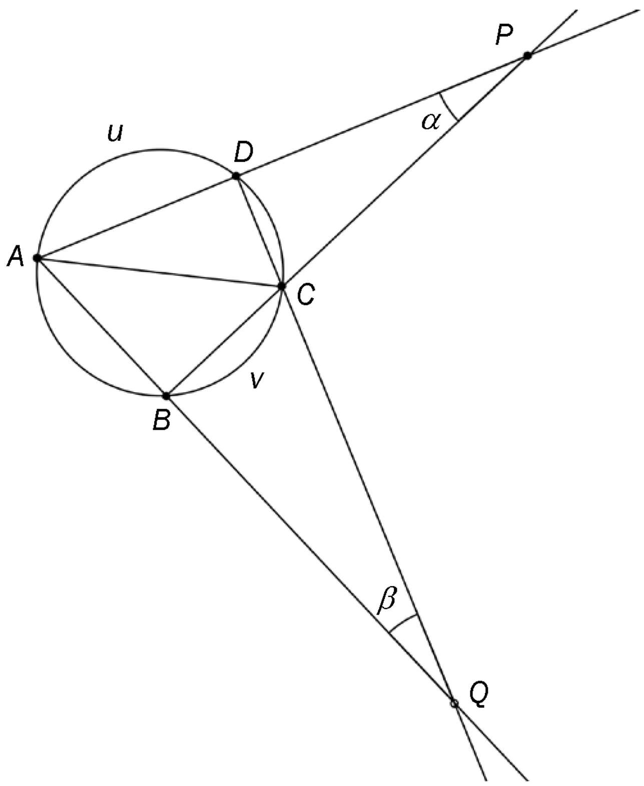
Bestem sentrum og radius i sirkelen ved regning.

b) En annen sirkel er gitt ved

$$x^2 + 2t\,x + y^2 - 4y + 9 = 0\,, \quad t \in \mathbb{R}$$

Bestem t slik at sirkelen har akkurat ett punkt felles med $x-$aksen.

Oppgave 6 (6 poeng)



$\square ABCD$ er innskrevet i en sirkel der AC er diameter. Buen $\overset{\frown}{AD} = u$ og buen $\overset{\frown}{BC} = v$. Forlengelsene av AD og BC skjærer hverandre i P. Vi setter $\angle P = \alpha$. Tilsvarende skjærer forlengelsene av AB og DC hverandre i Q, og vi setter $\angle Q = \beta$.

a) La $u = 120°$ og $v = 90°$. Forklar at da er $\angle BAD = 75°$

b) Vis at $\alpha = \beta = 15°$ i dette tilfellet.

c) Vis at $\alpha = \beta$ for alle verdier av u og v (når $u \neq v$).