Utdanningsdirektoratet

Eksamen

10.11.2022 | REA3056 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgåve 1

Avgjer for kvar av funksjonane nedanfor om den har ein omvend funksjon.
Hugs å grunngi svaret.

a) $f(x) = x^4 \ , \ D_f = \mathbb{R}$

b) $g(x) = \mathrm{e}^{-(x-2)^2}, \quad D_g = [2, \rightarrow\rangle$

Oppgåve 2

Bestem grenseverdien

$$\lim_{h \to 0} \frac{(4+h)^2 - 4^2}{h}$$

Oppgåve 3

Kva for nokre av tala er mindre enn 10? Hugs å grunngi svara.

$$3\sqrt{11} \qquad 10\lg 9 \qquad 5\ln 9$$

Oppgåve 4

Vi har gitt punkta $A(1, 1)$, $B(9, 7)$ og $P(5, 9)$.

a) Vis at $\angle APB = 90^\circ$.

Ei linje ℓ er parallell med $\overrightarrow{AB}$ og går gjennom punktet P.

Det er òg eit anna punkt Q på ℓ som er slik at $\angle AQB = 90^\circ$.

b) Bestem koordinatane til Q.

Oppgåve 5

Marianne har skrive følgjande program:

```
1  def f(x):
2      return (6*x-3)/(x-1)    # Definerer funksjonen f(x) = (6x-3)/(x-1)
3
4  h = 0.00001
5  def Df(x):
6      return (f(x+h)-f(x))/h
7
8  a = 1.5                     # En startverdi
9  while Df(a)< -3:
10     a = a+0.001
11
12 b = f(a) - Df(a)*a          # Regner ut konstantleddet
13
14 print("y = -3x +", b)
```

Bestem verdien av variabelen b som blir definert på linje 12.

Del 2

Oppgåve 1

Tabellen nedanfor viser kor mykje elektrisk energi Noreg produserte nokre utvalde år.

År	1950	1960	1970	1981	1990	2000	2012	2020
Produksjon (GWh)	16 924	31 121	57 606	93 397	121 848	142 816	147 716	154 197

a) Bruk tala frå tabellen til å lage ein logistisk modell g som viser oss Noreg sin energiproduksjon x år etter 1950.

b) I kva for eit år auka produksjonen raskast ifølgje modellen g?

Tabellen nedanfor viser forbruket av elektrisk energi i Noreg nokre utvalde år.

År	1950	1960	1970	1981	1990	2000	2012	2020
Forbruk (GWh)	16 924	31 253	56 770	88 168	105 941	123 761	129 900	133 725

c) Bruk tala frå tabellen til å lage ein modell som du meiner vi kan bruke til å vurdere om vi på sikt vil vere sjølvforsynte med elektrisk energi.

Oppgåve 2

Når du bruker blitsen på eit fotokamera, vil batteriet lade han opp igjen.
Ladninga Q i blitsen t sekund etter at han går av, er gitt ved

$$Q(t) = Q_0(1 - e^{-2{,}3t}) \;,\quad t \geq 0$$

Her er Q_0 den maksimale ladninga i blitsen.

a) Bestem den omvende funksjonen til Q.

b) Kor lang tid tek det før blitsen har fått 90 prosent av den maksimale ladninga?

Oppgåve 3

Vi har gitt punkta $A(0,0)$, $B(9,1)$ og $C(24,10)$. Ein stråle ℓ er gitt ved parameterframstillinga

$$\ell:\begin{cases} x = 12t \\ y = 5t \end{cases}, \quad t > 0$$

a) Vis at C ligg på ℓ.

b) Bruk vektorrekning til å bestemme $\angle BAC$.

Eit anna punkt D ligg på ℓ slik at $\angle ADB = 120°$.

c) Bruk vektorrekning til å bestemme koordinatane til D.

Eit punkt E ligg på ℓ slik at arealet til $\triangle ABE$ er 11.

d) Bestem dei eksakte koordinatane til E.

Oppgåve 4

Nedanfor ser du tre påstandar. Avgjer i kvart tilfelle om påstanden er sann.
Hugs å argumentere!

a) Viss $f(a) = f(b)$ for ein funksjon f, så er $a = b$.

b) Viss $0 < a < b$, så er $\ln a < \ln b$.

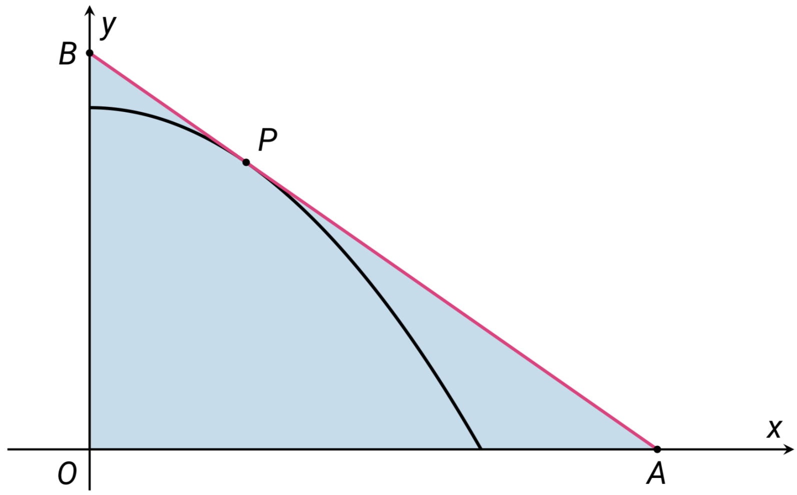
c) Viss $a > 0$ og $x > 0$, så er $(\ln x)' = (\ln(ax))'$.

Oppgåve 5

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 1 - x^2 \quad , \quad D_f = [0\,,1]$$

La $a \in \langle 0\,,1 \rangle$ og O vere origo. Tangenten til grafen til f i punktet $P(a, f(a))$ skjer x-aksen i punktet A og y-aksen i punktet B som vist på figuren.



a) Bestem arealet av $\triangle OAB$ når $P = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

b) Bestem det minste arealet $\triangle OAB$ kan ha.

Oppgåve 6

Tyngdepunktet T i ein trekant ABC er gitt ved

$$\overrightarrow{OT} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$$

der O er origo.

Lag eit program der du oppgir koordinatane til punkta A, B og C. Programmet skal skrive ut koordinatane til tyngdepunktet.

Oppgåve 7

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2x + 5 + \frac{1}{x-1}$$

a) For kva verdiar av k har likninga $f'(x) = k$ løysing?

b) Vel ulike verdiar av k, og beskriv symmetrien i løysingane til likninga $f'(x) = k$ for kvar av desse verdiane.

La g vere ein funksjon som kan skrivast på forma

$$g(x) = a \cdot x + b + \frac{1}{x+d}$$

c) For kva verdiar av a har likninga $g'(x) = 4$ løysing?

La no $a = 3$.

d) Utforsk og beskriv løysingane til likninga $g'(x) = k$ for ulike verdiar av k.

e) Bestem b og d slik at $g'(-1) = g'(5)$ og $g(1) = 7$.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1

Avgjør for hver av funksjonene nedenfor om den har en omvendt funksjon.
Husk å begrunne svaret.

a) $f(x) = x^4$, $D_f = \mathbb{R}$

b) $g(x) = e^{-(x-2)^2}$, $D_g = [2, \rightarrow\rangle$

Oppgave 2

Bestem grenseverdien

$$\lim_{h \to 0} \frac{(4+h)^2 - 4^2}{h}$$

Oppgave 3

Hvilke av tallene er mindre enn 10? Husk å begrunne svarene.

$3\sqrt{11}$ $\quad$ $10\lg 9$ $\quad$ $5\ln 9$

Oppgave 4

Vi har gitt punktene $A(1,1)$, $B(9,7)$ og $P(5,9)$.

a) Vis at $\angle APB = 90^\circ$.

En linje ℓ er parallell med $\overrightarrow{AB}$ og går gjennom punktet P.

Det er også et annet punkt Q på ℓ som er slik at $\angle AQB = 90^\circ$.

b) Bestem koordinatene til Q.

Oppgave 5

Marianne har skrevet følgende program:

```
1  def f(x):
2      return (6*x-3)/(x-1)    # Definerer funksjonen f(x) = (6x-3)/(x-1)
3
4  h = 0.00001
5  def Df(x):
6      return (f(x+h)-f(x))/h
7
8  a = 1.5                     # En startverdi
9  while Df(a)< -3:
10     a = a+0.001
11
12 b = f(a) - Df(a)*a          # Regner ut konstantleddet
13
14 print("y = -3x +", b)
```

Bestem verdien av variabelen b som defineres på linje 12.

Del 2

Oppgave 1

Tabellen nedenfor viser hvor mye elektrisk energi Norge produserte noen utvalgte år.

År	1950	1960	1970	1981	1990	2000	2012	2020
Produksjon (GWh)	16 924	31 121	57 606	93 397	121 848	142 816	147 716	154 197

a) Bruk tallene fra tabellen til å lage en logistisk modell g som viser oss Norges energiproduksjon x år etter 1950.

b) I hvilket år økte produksjonen raskest ifølge modellen g?

Tabellen nedenfor viser forbruket av elektrisk energi i Norge noen utvalgte år.

År	1950	1960	1970	1981	1990	2000	2012	2020
Forbruk (GWh)	16 924	31 253	56 770	88 168	105 941	123 761	129 900	133 725

c) Bruk tallene fra tabellen til å lage en modell som du mener vi kan bruke til å vurdere om vi på sikt vil være selvforsynte med elektrisk energi.

Oppgave 2

Når du bruker blitsen på et fotokamera, vil batteriet lade den opp igjen.
Ladningen Q i blitsen t sekunder etter at den går av, er gitt ved

$$Q(t) = Q_0(1 - e^{-2,3t}) \ , \quad t \geq 0$$

Her er Q_0 den maksimale ladningen i blitsen.

a) Bestem den omvendte funksjonen til Q.

b) Hvor lang tid tar det før blitsen har fått 90 prosent av den maksimale ladningen?

Oppgave 3

Vi har gitt punktene $A(0,0)$, $B(9,1)$ og $C(24,10)$. En stråle ℓ er gitt ved parameterframstillingen

$$\ell : \begin{cases} x = 12t \\ y = 5t \end{cases}, \ t > 0$$

a) Vis at C ligger på ℓ.

b) Bruk vektorregning til å bestemme $\angle BAC$.

Et annet punkt D ligger på ℓ slik at $\angle ADB = 120°$.

c) Bruk vektorregning til å bestemme koordinatene til D.

Et punkt E ligger på ℓ slik at arealet til $\triangle ABE$ er 11.

d) Bestem de eksakte koordinatene til E.

Oppgave 4

Nedenfor ser du tre påstander. Avgjør i hvert tilfelle om påstanden er sann.
Husk å argumentere!

a) Hvis $f(a) = f(b)$ for en funksjon f, så er $a = b$.

b) Hvis $0 < a < b$, så er $\ln a < \ln b$.

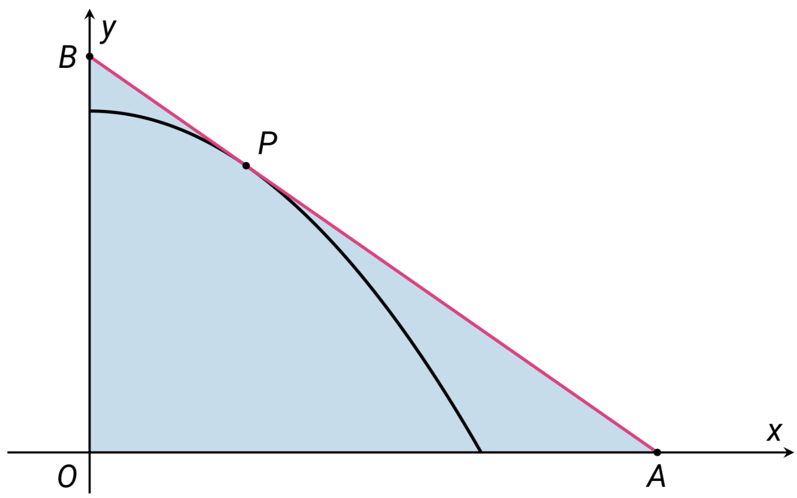
c) Hvis $a > 0$ og $x > 0$, så er $(\ln x)' = (\ln(ax))'$.

Oppgave 5

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 1 - x^2 \quad , \quad D_f = [0\,,1]$$

La $a \in \langle 0\,,1 \rangle$ og O være origo. Tangenten til grafen til f i punktet $P(a, f(a))$ skjærer x-aksen i punktet A og y-aksen i punktet B som vist på figuren.



a) Bestem arealet av $\triangle OAB$ når $P = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

b) Bestem det minste arealet $\triangle OAB$ kan ha.

Oppgave 6

Tyngdepunktet T i en trekant ABC er gitt ved

$$\overrightarrow{OT} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$$

der O er origo.

Lag et program hvor du oppgir koordinatene til punktene A, B og C.
Programmet skal skrive ut koordinatene til tyngdepunktet.

Oppgave 7

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2x + 5 + \frac{1}{x-1}$$

a) For hvilke verdier av k har likningen $f'(x) = k$ løsning?

b) Velg ulike verdier av k, og beskriv symmetrien i løsningene til likningen $f'(x) = k$ for hver av disse verdiene.

La g være en funksjon som kan skrives på formen

$$g(x) = a \cdot x + b + \frac{1}{x+d}$$

c) For hvilke verdier av a har likningen $g'(x) = 4$ løsning?

La nå $a = 3$.

d) Utforsk og beskriv løsningene til likningen $g'(x) = k$ for ulike verdier av k.

e) Bestem b og d slik at $g'(-1) = g'(5)$ og $g(1) = 7$.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!