Utdanningsdirektoratet

Eksamen

14.11.2024

REA3056 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgåve 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

Oppgåve 2 (2 poeng)

Bruk ein eigna strategi til å bestemme verdien som blir skriven ut når programmet nedanfor køyrer.

```
def O(x):
    return -0.1*x**2 + 2000*x - 50000

x = 0

while O(x + 1) > O(x):
    x = x + 1

print(x)
```

Oppgåve 3 (2 poeng)

Løys likninga

$$100^x - 3 \cdot 10^x = 4$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Finn grenseverdien dersom han eksisterer.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+x-12}{2x^2-18}$$

Oppgåve 5 (4 poeng)

Fire vektorar er gitt ved $\vec{u}=[3,-2]$, $\vec{v}=[4,-6]$, $\vec{w}=[2,-3]$ og $\vec{p}=[8,12]$

a) Avgjer om nokon av vektorane er
   - like lange
   - ortogonale

Ein vektor er gitt ved $\vec{q}=[2a-3,\ 1+3b]$

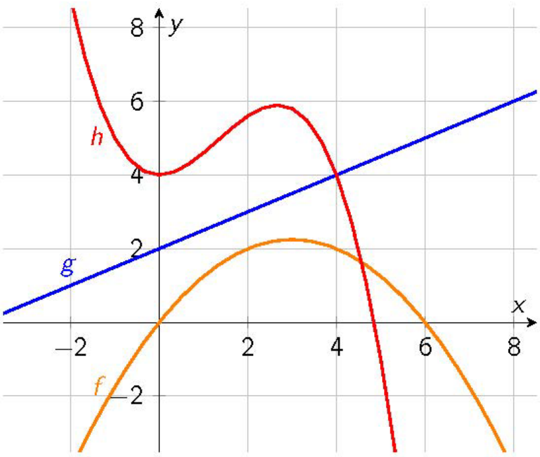
b) Bestem *a* og *b* slik at $\vec{u}+2\vec{q}=[7,5]$

Oppgåve 6 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedanfor ser du grafane til tre funksjonar, *f*, *g* og *h*.

Ein av funksjonane har gjennomsnittleg vekstfart lik $\frac{1}{2}$ i intervallet $\left[0, 4\right]$, og derivert lik 1 når x=1.

Kva for ein av funksjonane er dette? Hugs å grunngi svaret ditt.



Del 2

Oppgåve 1 (6 poeng)

Eit gammalt vassreservoar lek vatn. Mengda vatn i reservoaret V er gitt ved

$$V(t) = 10000 \cdot e^{-0{,}07t} + 500$$

Her er t antal timar etter lekkasjen starta, og mengda vatn er målt i antal liter.

a) Kor lang tid vil det gå før vassmengda er halvert?

b) Bestem $V'(12)$ og $V''(12)$. Gi ei praktisk tolking av svara.

c) Undersøk om V har asymptotar, og gi ei praktisk tolking av verdien til eventuelle asymptotar.

Oppgåve 2 (6 poeng)

Avgjer om kvar enkelt påstand nedanfor er sann eller usann.
Forklar tydeleg korleis du har resonnert.

a) **Påstand:** Dersom $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ og $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ så er $f(x) = g(x)$.

b) **Påstand:** Funksjonen $f(x) = |x|$ er deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$, bortsett frå i $x = 0$.

c) **Påstand:** For likninga $a^x = a^y$, der $a \in \mathbb{R}$, er løysinga alltid $x = y$.

Oppgåve 3 (8 poeng)

Forskarar har registrert ein ny fiskeart i ein innsjø. I tabellen nedanfor ser du kor mange fisk av arten det var i innsjøen nokre månader etter at arten først blei registrert.

Månader etter første registrering	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Antal tusen fisk	1	2,5	5,5	9	14	22	32	45	60

Fiskepopulasjonen kan beskrivast med ein modell på forma

$$A(t) = A_0 \cdot k^t$$

der $A(t)$ er antal tusen fisk t månader etter første registrering.

a) Bestem A_0 og k, og gi ei praktisk tolking av desse verdiane.

Fiskepopulasjonen kan også beskrivast med ein logistisk modell på forma

$$N(t) = \frac{B}{1 + \frac{B - N_0}{N_0} e^{-r \cdot t}}$$

B er bereevna, N_0 er antal tusen fisk ved t = 0 og r er vekstparameteren.

b) Bestem N_0, B og r.

c) Bestem den deriverte til funksjonane du fann i oppgåvene a) og b).
Forklar korleis vekstfarten endrar seg ifølgje kvar av dei to modellane.

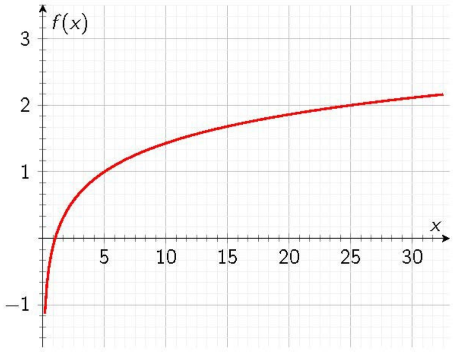
d) Kva for ein modell meiner du beskriv den praktiske situasjonen best?
Kor mange fisk vil det vere 12 månader etter første registrering, ifølgje denne modellen?

Oppgåve 4 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedanfor ser du grafen til ein funksjon f gitt ved

$$f(x) = \log_a(x)$$

Bestem *a*.
Hugs å argumentere for at svaret ditt er riktig.

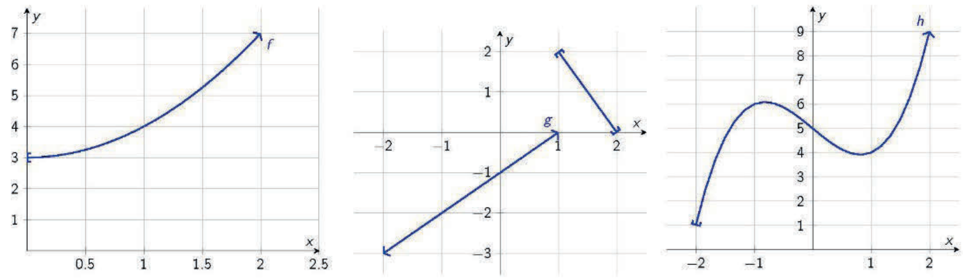


Oppgåve 5 (4 poeng)

Nedanfor ser du grafane til funksjonane *f*, *g* og *h*.

a) Avgjer og grunngi for kvar av funksjonane om dei har ein omvend funksjon.

b) Bestem funksjonsuttrykket og definisjonsmengda til den omvende funksjonen i dei tilfella han eksisterer.



Oppgåve 6 (8 poeng)

To småfuglar er ute og flyg. Posisjonen til dei to fuglane er gitt ved

$$\vec{r_1}(t) = [-10 + 6t,\ 35 - 3t] \quad \text{og} \quad \vec{r_2}(t) = [2 + 5t,\ 4t]$$

Tida t er målt i sekund, og einingane langs aksane er målt i meter.

a) Kor fort flyg kvar av dei to småfuglane?

b) Kor stor er avstanden mellom småfuglane når $t = 0$?

c) På kva for eit tidspunkt er småfuglane nærmast kvarandre, og kor langt unna kvarandre er dei då?

Ein rovfugl er også ute og flyg og oppdagar småfuglane ved tidspunktet $t = 0$. Posisjonen til rovfuglen dei første 6 sekunda er gitt ved

$$\vec{r_R}(t) = [7t - 10,\ 2t^2 - 6t + 5]$$

d) Gjer nødvendige berekningar og beskriv jakta rovfuglen har på småfuglane.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bruk en egnet strategi til å bestemme verdien som skrives ut når programmet nedenfor kjøres.

```
def O(x):
    return -0.1*x**2 + 2000*x - 50000

x = 0

while O(x + 1) > O(x):
    x = x + 1

print(x)
```

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningen

$$100^x - 3 \cdot 10^x = 4$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Finn grenseverdien hvis den eksisterer.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-12}{2x^2-18}$$

Oppgave 5 (4 poeng)

Fire vektorer er gitt ved $\vec{u}=[3,-2]$, $\vec{v}=[4,-6]$, $\vec{w}=[2,-3]$ og $\vec{p}=[8,12]$

a) Avgjør om noen av vektorene er
- like lange
- ortogonale

En vektor er gitt ved $\vec{q}=[2a-3,\ 1+3b]$

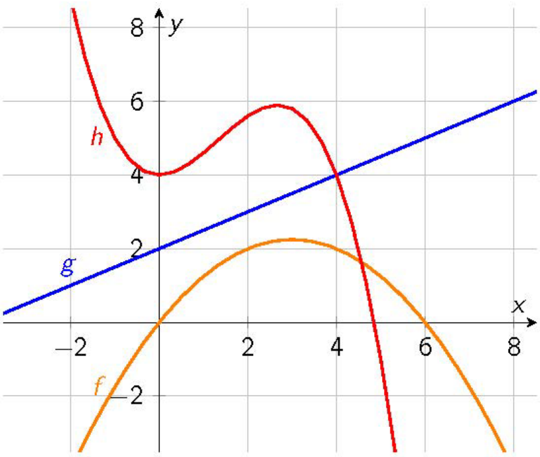
b) Bestem *a* og *b* slik at $\vec{u}+2\vec{q}=[7,5]$

Oppgave 6 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor ser du grafene til tre funksjoner, *f*, g og h.

En av funksjonene har gjennomsnittlig vekstfart lik $\frac{1}{2}$ i intervallet $\left[0, 4\right]$, og derivert lik 1 når x=1.

Hvilken av funksjonene er dette? Husk å begrunne svaret ditt.



Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Et gammelt vannreservoar lekker vann. Mengden vann i reservoaret V er gitt ved

$$V(t) = 10000 \cdot e^{-0{,}07t} + 500$$

Her er t antall timer etter lekkasjen startet, og mengden vann er målt i antall liter.

a) Hvor lang tid vil det gå før vannmengden er halvert?

b) Bestem $V'(12)$ og $V''(12)$. Gi en praktisk tolkning av svarene.

c) Undersøk om V har asymptoter, og gi en praktisk tolkning av verdien til eventuelle asymptoter.

Oppgave 2 (6 poeng)

Avgjør om hver enkelt påstand nedenfor er sann eller usann.
Forklar tydelig hvordan du har resonnert.

a) **Påstand:** Hvis $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ og $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ så er $f(x) = g(x)$.

b) **Påstand:** Funksjonen $f(x) = |x|$ er deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$, bortsett fra i $x = 0$.

c) **Påstand:** For likningen $a^x = a^y$, der $a \in \mathbb{R}$, er løsningen alltid $x = y$.

Oppgave 3 (8 poeng)

Forskere har registrert en ny fiskeart i en innsjø. I tabellen nedenfor ser du hvor mange fisk av arten det var i innsjøen noen måneder etter at arten først ble registrert.

Måneder etter første registrering	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Antall tusen fisk	1	2,5	5,5	9	14	22	32	45	60

Fiskepopulasjonen kan beskrives med en modell på formen

$$A(t) = A_0 \cdot k^t$$

der $A(t)$ er antall tusen fisk t måneder etter første registrering.

a) Bestem A_0 og k, og gi en praktisk tolkning av disse verdiene.

Fiskepopulasjonen kan også beskrives med en logistisk modell på formen

$$N(t) = \frac{B}{1 + \frac{B - N_0}{N_0} e^{-r \cdot t}}$$

B er bæreevnen, N_0 er antall tusen fisk ved $t = 0$ og r er vekstparameteren.

b) Bestem N_0, B og r.

c) Bestem den deriverte til funksjonene du fant i oppgavene a) og b).
Forklar hvordan vekstfarten endrer seg ifølge hver av de to modellene.

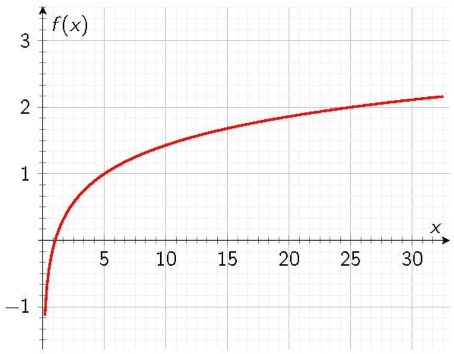
d) Hvilken modell mener du beskriver den praktiske situasjonen best?
Hvor mange fisk vil det være 12 måneder etter første registrering, ifølge denne modellen?

Oppgave 4 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor ser du grafen til en funksjon f gitt ved

$$f(x) = \log_a(x)$$

Bestem *a*.
Husk å argumentere for at svaret ditt er riktig.

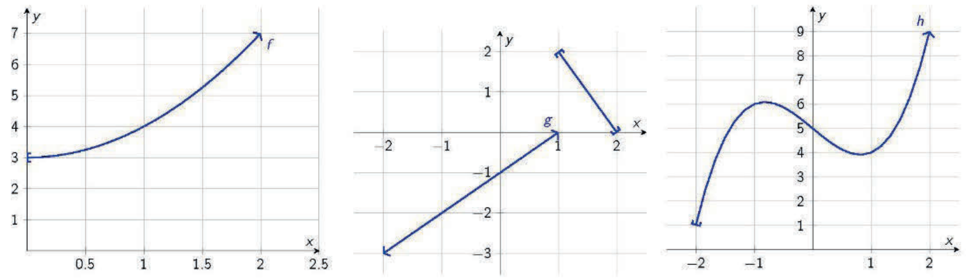


Oppgave 5 (4 poeng)

Nedenfor ser du grafene til funksjonene *f*, *g* og *h*.

a) Avgjør og begrunn for hver av funksjonene om de har en omvendt funksjon.

b) Bestem funksjonsuttrykket og definisjonsmengden til den omvendte funksjonen i de tilfellene den eksisterer.



Oppgave 6 (8 poeng)

To småfugler er ute og flyr. Posisjonen til de to fuglene er gitt ved

$$\vec{r_1}(t) = [-10 + 6t,\ 35 - 3t] \quad \text{og} \quad \vec{r_2}(t) = [2 + 5t,\ 4t]$$

Tiden t er målt i sekunder, og enhetene langs aksene er målt i meter.

a) Hvor fort flyr hver av de to småfuglene?

b) Hvor stor er avstanden mellom småfuglene når $t = 0$?

c) På hvilket tidspunkt er småfuglene nærmest hverandre, og hvor langt unna hverandre er de da?

En rovfugl er også ute og flyr og oppdager småfuglene ved tidspunktet $t = 0$. Posisjonen til rovfuglen de første 6 sekundene er gitt ved

$$\vec{r_R}(t) = [7t - 10,\ 2t^2 - 6t + 5]$$

d) Gjør nødvendige beregninger og beskriv jakten rovfuglen har på småfuglene.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!