# Del 1

## Oppgave 1

a) Deriver funksjonene:

1) $f(x) = (x^2+1)^4$

2) $g(x) = x \cdot e^{2x}$

b) Regn ut grenseverdien hvis den eksisterer

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-2x}{x-2}$$

c) Trekk sammen

$$\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{4x}{x^2-4}$$

d) Gitt punktene $A(-2, -1)$, $B(5, 4)$ og $C(4, 7)$.

1) Bestem $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ og $\overrightarrow{BC}$.

2) Undersøk om noen av vektorene står vinkelrett på hverandre.

e) Gitt polynomfunksjonen $f(x) = 2x^3 + 8x^2 + 2x - 12$.

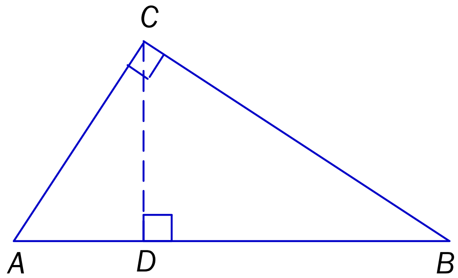
1) Regn ut $f(1)$. Faktoriser $f(x)$.

2) Løs ulikheten $f(x) \leq 0$.

f) Skriv så enkelt som mulig

$$\lg\left(\frac{1}{a^2}\right) + 3 \cdot \lg a$$

## Oppgave 2




I denne oppgaven skal du bevise Pytagoras' setning. På figuren ovenfor har vi tegnet en trekant $ABC$ der $\angle C = 90^\circ$. Fotpunktet for høyden fra hjørnet $C$ til siden $AB$ kalles $D$.

a) Forklar at $\Delta ABC$, $\Delta ACD$ og $\Delta CBD$ er formlike.

b) Bruk a) til å vise at $AC^2 = AB \cdot AD$ og at $BC^2 = AB \cdot DB$.

c) Bruk b) til å bevise Pytagoras' setning.

# Del 2

## Oppgave 3

a) I en trekant $ABC$ er $AB = 10$ cm, $AC = 7$ cm og $\angle C = 90^\circ$.

1) Bruk passer og linjal eller dynamisk programvare til å konstruere trekanten $ABC$.

2) Konstruer den innskrevne sirkelen i trekanten.

b) Finn den eksakte løsningen til likningen ved regning

$(\ln x)^2 + \ln x^2 = 3$

c) En bedrift produserer mobiltelefoner. Avdeling A står for 70 % av produksjonen, og avdeling B står for de resterende 30 %. Det har vist seg at 5 % av produksjonen fra avdeling A har feil, mens 10 % av produksjonen fra B har feil.

1) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt telefon har feil.

2) Hva er sannsynligheten for at en telefon som har feil, er produsert i avdeling A?

## Oppgave 4

***Du skal besvare enten alternativ I eller alternativ II.***
***De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.***

*(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,*
*vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)*

## Alternativ I

Funksjonen $f$ er gitt ved $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx - 11$ .

Grafen til funksjonen $f$ har et bunnpunkt i $(-1, -16)$.

a) Vis at $a = 3$ og $b = 9$ .

b) Finn $f'(x)$ , og bruk denne til å tegne fortegnslinja for $f'(x)$ . Bruk fortegnslinja til å finne ut hvor grafen stiger og hvor den synker. Hva blir koordinatene til eventuelle toppunkter på grafen til $f$ ?

c) Finn $f''(x)$ , og bruk denne til å tegne fortegnslinja for $f''(x)$ . Bruk fortegnslinja til å finne eventuelle vendepunkter på grafen til *f*.

d) Finn likningene for tangentene med stigningstall 9.

e) Tegn grafen til $f$ . Bruk grafen og resultatene i d) til å avgjøre for hvilke verdier av $b$ likningen $f(x) = 9x + b$ har tre forskjellige løsninger.

# Alternativ II

*I deler av denne oppgaven er det en fordel å bruke digitalt verktøy.*

I denne oppgaven skal du studere fjerdegradsfunksjoner som har to vendepunkter.

Funksjonen $f$ er gitt ved $f(x)=\frac{1}{12}\left(x^4-2x^3-12x^2\right)$ .
La $S$ og $T$ være de to vendepunktene, med $S$ lengst til venstre på grafen.

a) Tegn grafen til $f$ .

b) Finn $f''(x)$ og tegn fortegnslinja for denne. Bestem koordinatene til vendepunktene $S$ og $T$ .

c) Finn likningen for den rette linja gjennom punktene $S$ og $T$ . Bestem koordinatene til de to andre skjæringspunktene mellom grafen til $f$ og linja. Bruk gjerne digitalt verktøy.

d) Vi lar $Q$ være skjæringspunktet lengst til høyre. Regn ut $\frac{ST}{TQ}$ .

En annen fjerdegradsfunksjon $g$ er gitt ved $g(x)=x^4-6x^2$ .
La $S_1$ og $T_1$ være de to vendepunktene, med $S_1$ lengst til venstre på grafen.

Du skal gjennomføre tilsvarende oppgaver som i a), b), c) og d):

e)

1) Tegn grafen til $g$.

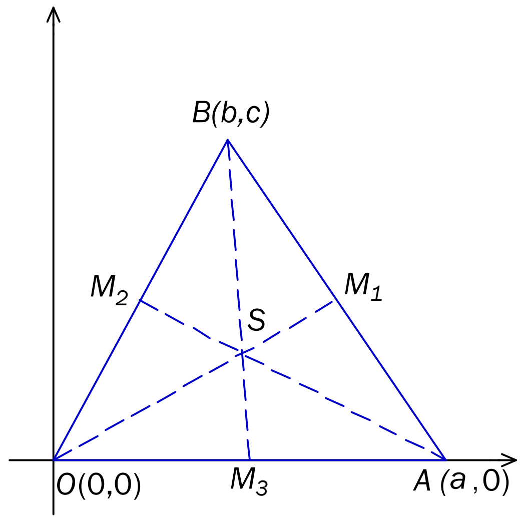
2) Finn $g''(x)$ og tegn fortegnslinja for denne. Bestem koordinatene til vendepunktene $S_1$ og $T_1$ .

3) Finn likningen for den rette linja gjennom punktene $S_1$ og $T_1$ . Bestem koordinatene til de to andre skjæringspunktene mellom grafen til $g$ og linja. Bruk gjerne digitalt verktøy.

4) Vi lar $Q_1$ være skjæringspunktet lengst til høyre. Regn ut $\frac{S_1T_1}{T_1Q_1}$ .

   Kommenter resultatet.

## Oppgave 5




En vilkårlig trekant $OAB$ settes inn i et koordinatsystem med siden $OA$ langs $x$-aksen. Koordinatene til hjørnene er
$O(0,0)$, $A(a,0)$ og $B(b,c)$.

Medianene $OM_1$, $AM_2$ og $BM_3$ skjærer hverandre i $S$. Se figuren.

a) Vis at koordinatene til midtpunktene er

$$M_1\left(\frac{a+b}{2},\frac{c}{2}\right) \;,\; M_2\left(\frac{b}{2},\frac{c}{2}\right) \text{ og } M_3\left(\frac{a}{2},0\right)$$

b) Forklar at det finnes tall $x$ og $y$ slik at

$$\overrightarrow{OS}=x\cdot\overrightarrow{OM_1} \quad \text{og} \quad \overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OA}+y\cdot\overrightarrow{AM_2}$$

c) Vis at spørsmål b) gir oss likningssettet

$$x\cdot\frac{a+b}{2}=a+y\cdot\left(\frac{b}{2}-a\right) \quad \text{og} \quad x\cdot\frac{c}{2}=y\cdot\frac{c}{2}$$

Finn $x$ og $y$.

d) Forklar at koordinatene til skjæringspunktet mellom medianene er $S\left(\frac{a+b}{3},\frac{c}{3}\right)$

e) Bestem forholdene

$$\frac{\left|\overrightarrow{OS}\right|}{\left|\overrightarrow{OM_1}\right|}\;,\;\frac{\left|\overrightarrow{AS}\right|}{\left|\overrightarrow{AM_2}\right|} \text{ og } \frac{\left|\overrightarrow{BS}\right|}{\left|\overrightarrow{BM_3}\right|}$$

Kommenter.

f) Bestem koordinatene til punktet $B$ i det tilfellet at $O(0,0)$, $A(6,0)$ og $S(1,4)$.