Utdanningsdirektoratet

Eksamen

27.05.2024

REA3058 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarande er ikkje tillate.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digital verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Vekting av oppgåvene	Alle deloppgavene blir vektet likt. Oppgave 2, del 2, blir vektet som to deloppgaver.
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet.

Del 1

Oppgåve 1 (4 poeng)

Ein funksjon *f* er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + 3x\ .$$

a) Rekn ut integralet.

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$$

b) Bestem arealet av området som er avgrensa av grafen til *f*, *x*-aksen og linjene $x = -1$ og $x = 1$.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Rekn ut integralet.

$$\int \sin^3(x) \cdot \cos(x)\,\mathrm{d}x$$

Oppgåve 3 (4 poeng)

Ein elev har laga programmet til høgre.

```
n = 0
S = 0

while S <= 200:
    n = n + 1
    S = S + 4*n - 2

print(n)
```

a) Forklar kva eleven prøver å finne ut.

b) Finn verdien eleven får skrive ut når programmet blir køyrt.

Oppgåve 4 (8 poeng)

Vi har gitt punkta $A(1,1,0)$, $B(4,1,1)$ og $C(2,0,-1)$.

a) Bestem arealet av trekanten ΔABC.

b) Bestem avstanden frå punktet C til linja gjennom A og B.

A, B og C ligg i planet α. Punktet P har koordinatane $P(-2,1,4)$.

c) Lag ei parameterframstilling for linja ℓ som går gjennom punktet P og står vinkelrett på planet α.

Ei rett linje m går gjennom punktet P, er parallell med planet α og skjer z-aksen i punktet D.

d) Bestem koordinatane til D.

Oppgåve 5 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{3}\right) - 1, \quad D_f = \langle 0, 20 \rangle \ .$$

a) Løys likninga $f(x) = 0$.

b) Finn amplituden, likevektslinja, perioden og forskyvinga langs likevektslinja.

Del 2

Oppgåve 1 (6 poeng)

Ein fotballspelar skal ta eit hjørnespark (corner) på ei fotballbane. Posisjonen r til ballen etter t sekund er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[30t,\ 5t,\ 7t - 4{,}9t^2\right].$$

Her er posisjonen gitt i meter, og koordinatsystemet er lagt slik at origo er i hjørnet av fotballbanen, x-aksen går langs kortsida og y-aksen går langs langsida.

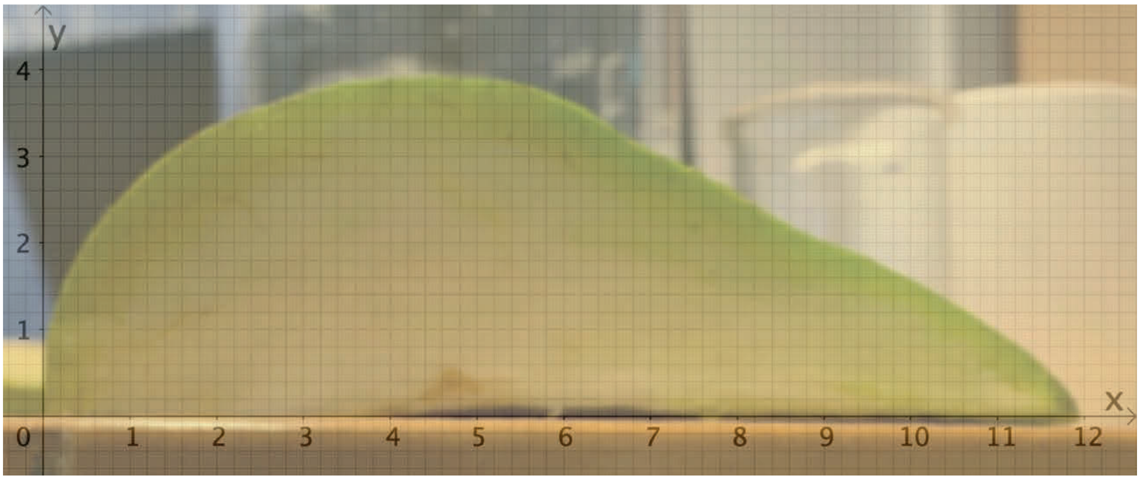
a) Kor stor er farten til ballen idet han blir skoten?

b) Kor langt frå hjørnemerket er ballen når han treffer fotballbanen att?

c) Kor stor er farten til ballen når han er på sitt høgaste? Kor høgt over fotballbanen er ballen då?

Oppgåve 2 (2 poeng)

Biletet nedanfor viser halve snittflata til ei pære som er skoren over på midten. Biletet er sett inn i eit koordinatsystem. Eininga langs begge aksane er centimeter. Bruk informasjonen i biletet til å bestemme det omtrentlege volumet av pæra.



Oppgåve 3 (6 poeng)

Ein sensor skal slå på utelyset framfor ytterdøra til eit hus. Lyset blir slått på $T(x)$ timar etter midnatt. $T(x)$ er gitt ved

$$T(x) = 4 \cdot \sin(0{,}0055\pi \cdot x - 0{,}5\pi) + 19 \ .$$

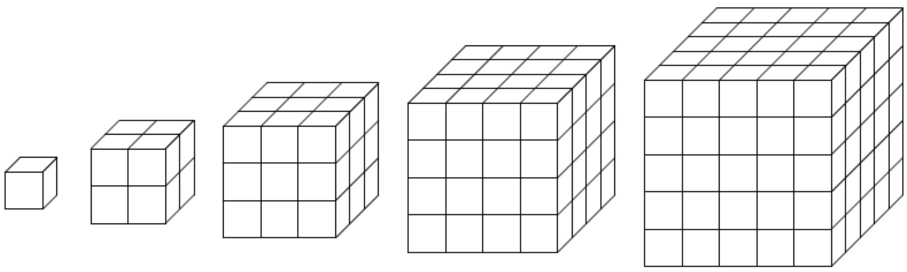
x er talet på dagar etter 31. desember 2023 slik at $x = 1$ svarer til 1. januar 2024. Tidspunktet sensoren slår på utelyset, varierer frå kl. 15:00 til kl. 23:00, og det varierer periodisk i løpet av eit år. Den 1. april slår lyset seg på kl. 19:00.

a) Forklar korleis dei ulike verdiane i modellen $T(x)$ passar med opplysningane gitt ovanfor.

b) Når i 2024 vil tidspunktet då lyset slår seg på, flytte seg 3 minutt per dag?

c) Når endrar dette tidspunktet seg raskast, og kor stor er endringa då?

Oppgåve 4 (6 poeng)



Dei fem første kubikktala er 1^3, 2^3, 3^3, 4^3 og 5^3. Sjå figurane ovanfor.
La S_n vere summen av dei n første kubikktala.

a) Beskriv den rekursive samanhengen mellom S_n og S_{n+1}. Bestem ein eksplisitt formel for S_n.

b) Lag eit program som reknar ut S_{50} ved å bruke den rekursive samanhengen du fann i oppgåve a.

c) Bruk induksjonsbevis til å bevise den eksplisitte formelen for S_n.

Oppgåve 5 (4 poeng)

Punkta $A(1,2,1)$ og $B(3,0,-3)$ ligg på ei kuleflate. AB er ein diameter til kuleflata. Planet γ er gitt ved likninga $x+2y+2z=14$.

a) Finn den minste avstanden frå kuleflata til planet.

Eit plan α har same avstand til kuleflata og er parallelt med planet γ .

b) Bestem ei likning for planet α .

Oppgåve 6 (2 poeng)

La $a_1>0$ og la $S(x)$ vere summen av ei rekkje gitt ved

$$S(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_1\cdot\left(\int_0^x e^{-t}\mathrm{d}t\right)^n \quad .$$

Bestem a_1 slik at den minste moglege summen blir 1.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende teknologi er ikke tillatt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Vekting av oppgavene	Alle deloppgavene blir vektet likt. Oppgave 2, del 2, blir vektet som to deloppgaver.
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet.

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

En funksjon *f* er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + 3x\ .$$

a) Regn ut integralet.

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$$

b) Bestem arealet av området som er avgrenset av grafen til *f*, *x*-aksen og linjene $x = -1$ og $x = 1$.

Oppgave 2 (2 poeng)

Regn ut integralet.

$$\int \sin^3(x) \cdot \cos(x)\,\mathrm{d}x$$

Oppgave 3 (4 poeng)

En elev har laget programmet til høyre.

```
n = 0
S = 0

while S <= 200:
    n = n + 1
    S = S + 4*n - 2

print(n)
```

a) Forklar hva eleven prøver å finne ut.

b) Finn verdien eleven får skrevet ut når programmet kjøres.

Oppgave 4 (8 poeng)

Vi har gitt punktene $A(1,1,0)$, $B(4,1,1)$ og $C(2,0,-1)$.

a) Bestem arealet av trekanten ΔABC.

b) Bestem avstanden fra punktet *C* til linja gjennom *A* og *B*.

A, *B* og *C* ligger i planet α. Punktet *P* har koordinatene $P(-2,1,4)$.

c) Lag en parameterframstilling for linja ℓ som går gjennom punktet *P* og står vinkelrett på planet α.

En rett linje *m* går gjennom punktet *P*, er parallell med planet α og skjærer *z*-aksen i punktet *D*.

d) Bestem koordinatene til *D*.

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{3}\right) - 1, \quad D_f = \langle 0, 20 \rangle \ .$$

a) Løs likningen $f(x) = 0$.

b) Finn amplituden, likevektslinja, perioden og forskyvningen langs likevektslinja.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

En fotballspiller skal ta et hjørnespark (corner) på en fotballbane. Posisjonen *r* til ballen etter *t* sekunder er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[30t,\ 5t,\ 7t - 4{,}9t^2\right].$$

Her er posisjonen gitt i meter, og koordinatsystemet er lagt slik at origo er i hjørnet av fotballbanen, *x*-aksen går langs kortsiden og *y*-aksen går langs langsiden.

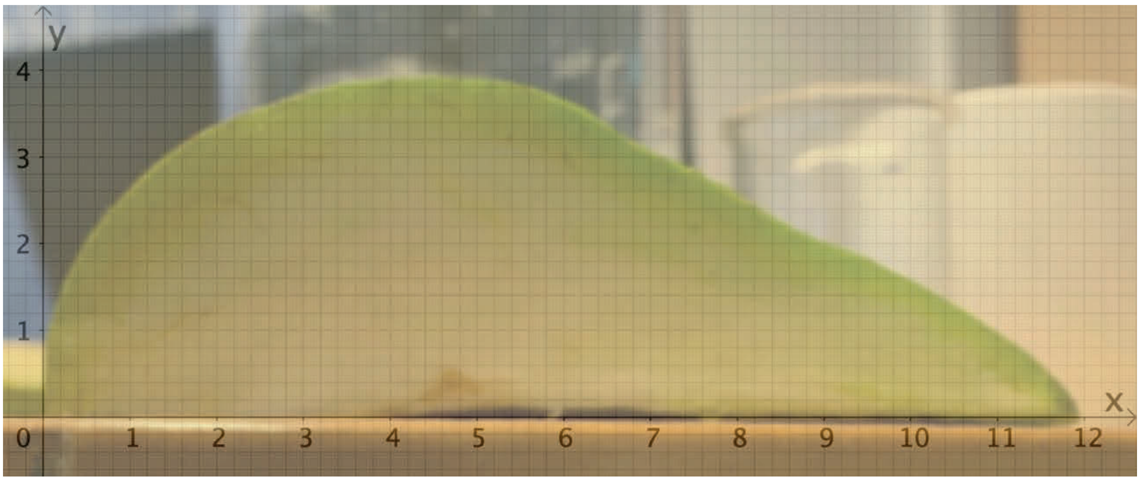
a) Hvor stor er farten til ballen idet den blir skutt?

b) Hvor langt fra hjørnemerket er ballen når den treffer fotballbanen igjen?

c) Hvor stor er farten til ballen når den er på sitt høyeste? Hvor høyt over fotballbanen er ballen da?

Oppgave 2 (2 poeng)

Bildet nedenfor viser halve snittflaten til en pære som er skåret over på midten. Bildet er satt inn i et koordinatsystem. Enheten langs begge aksene er centimeter. Bruk informasjonen i bildet til å bestemme det omtrentlige volumet av pæra.



Oppgave 3 (6 poeng)

En sensor skal slå på utelyset foran ytterdøra til et hus. Lyset blir slått på $T(x)$ timer etter midnatt. $T(x)$ er gitt ved

$$T(x) = 4 \cdot \sin(0{,}0055\pi \cdot x - 0{,}5\pi) + 19 \; .$$

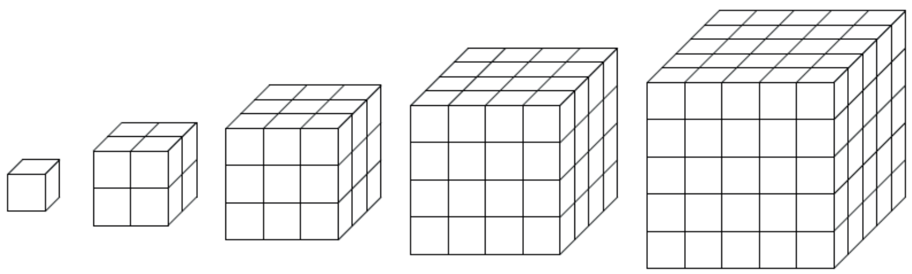
x er antall dager etter 31. desember 2023 slik at $x = 1$ svarer til 1. januar 2024. Tidspunktet sensoren slår på utelyset, varierer fra kl. 15:00 til kl. 23:00, og det varierer periodisk i løpet av et år. Den 1. april slår lyset seg på kl. 19:00.

a) Forklar hvordan de ulike verdiene i modellen $T(x)$ passer med opplysningene gitt ovenfor.

b) Når i 2024 vil tidspunktet da lyset slår seg på, flytte seg 3 minutter per dag?

c) Når endrer dette tidspunktet seg raskest, og hvor stor er endringen da?

Oppgave 4 (6 poeng)



De fem første kubikktallene er 1^3, 2^3, 3^3, 4^3 og 5^3. Se figurene ovenfor.
La S_n være summen av de n første kubikktallene.

a) Beskriv den rekursive sammenhengen mellom S_n og S_{n+1}. Bestem en eksplisitt formel for S_n.

b) Lag et program som regner ut S_{50} ved å bruke den rekursive sammenhengen du fant i oppgave a.

c) Bruk induksjonsbevis til å bevise den eksplisitte formelen for S_n.

Oppgave 5 (4 poeng)

Punktene $A(1,2,1)$ og $B(3,0,-3)$ ligger på en kuleflate. AB er en diameter til kuleflaten. Planet γ er gitt ved likningen $x+2y+2z=14$.

a) Finn den minste avstanden fra kuleflaten til planet.

Et plan α har samme avstand til kuleflaten og er parallelt med planet γ.

b) Bestem en likning for planet α.

Oppgave 6 (2 poeng)

La $a_1 > 0$ og la $S(x)$ være summen av en rekke gitt ved

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_1 \cdot \left(\int_0^x e^{-t} \mathrm{d}t \right)^n .$$

Bestem a_1 slik at den minste mulige summen blir 1.

(Blank side)

(Blank side)

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!