Del 1

Oppgave 1

a) Gitt funksjonen $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

1) Finn gjennomsnittlig veksthastighet mellom $x = 1$ og $x = 3$.

2) Finn momentan vekst i $x = 2$.

b) Omkretsen av et rektangel er 40. Vi lar lengden av den ene siden være x..

1) Vis at arealet av rektanglet er gitt ved $A(x) = -x^2 + 20x$.

2) Bruk derivasjon til å bestemme det største arealet rektanglet kan ha.

c) Skriv så enkelt som mulig

$$1 - \frac{2x-2}{x^2-1}$$

d) Løs ulikheten

$$x^2 < x + 6$$

e) Skriv så enkelt som mulig

$$3\lg x^2 + \lg \frac{2}{x^3}$$

f) Løs likningen

$$\frac{x}{x-2} + \frac{x-3}{x-5} = 2$$

g) Løs likningen

$$10^{2x} - 10^x - 6 = 0$$

h) Skriv opp de syv første radene av Pascals talltrekant. Marker hvor du finner binomialkoeffisientene $\binom{5}{1}$, $\binom{5}{2}$ og $\binom{5}{4}$ i trekanten.

i)

Formel for binomisk fordeling: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$
Antall uavhengige forsøk er n. X er antall ganger A inntreffer. $P(A) = p$ i hvert forsøk.

Regn ut sannsynligheten for å få 2 kron når vi kaster en mynt 5 ganger.

Del 2

Oppgave 2

I en klasse er det 25 elever, 14 jenter og 11 gutter. Det skal trekkes ut 6 elever til å rydde etter klassefesten.

a) Hva er sannsynligheten for at det trekkes ut 4 jenter og 2 gutter?

b) Hva er sannsynligheten for at det trekkes ut like mange gutter og jenter?

c) Hva er sannsynligheten for at det trekkes ut flere jenter enn gutter?

d) Hva er sannsynligheten for at begge kjønn blir representert i ryddegjengen?

Oppgave 3

En fabrikk produserer en vare. Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom antall produserte enheter x og totalkostnaden $K(x)$ målt i kroner.

x	0	100	250	400
$K(x)$	6 000	12 500	29 750	56 000

a) Vis at funksjonen $K(x) = 0,2x^2 + 45x + 6\,000$ passer med dataene i tabellen ovenfor.

Grensekostnaden ved produksjon av x enheter er definert som $K'(x)$.

b) Bestem grensekostnaden når $x = 200$. Forklar hva grensekostnaden forteller oss.

Enhetskostnaden G ved produksjon av x enheter er definert som $G(x) = \dfrac{K(x)}{x}$.

c) Tegn grafen til G. Bruk denne til å finne hvilken produksjonsmengde som gir den laveste enhetskostnaden.

Det kan vises at vi har den laveste enhetskostnaden når grensekostnaden er lik enhetskostnaden.

d) Bruk dette til å kontrollere svaret i c).

Oppgave 4

Du skal besvare enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.

(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ I

En produsent av gassovner produserer tre ulike modeller av en gassovn, modellene M40, M30 og M20. Produksjonen skjer på to ulike steder, avdeling A og avdeling B. Produksjonen per uke i de to avdelingene er gitt i tabellen nedenfor.

Avdeling/modell	M40	M30	M20
Avdeling A	80	6	38
Avdeling B	18	15	20

På sted A er produksjonskostnaden $24\,000$ kr per uke, og på sted B $20\,000$ kr per uke. Produsenten fikk en bestilling på 162 av modell M40, 60 av modell M30 og 140 av modell M20. I forbindelse med bestillingen må avdeling A arbeide i x uker, og avdeling B må arbeide i y uker.

a) Forklar at produsentens samlede utgifter er gitt ved $f(x, y) = 24\,000x + 20\,000y$.

b) Bruk opplysningene ovenfor til å sette opp de ulikhetene som x og y må oppfylle.

c) Tegn et koordinatsystem, og skraver det området som tilfredsstiller ulikhetene i b).

d) Hvor mange uker må avdeling A og avdeling B jobbe for at produksjonskostnaden skal bli lavest mulig?

Alternativ II

I denne oppgaven kan du bruke programvare som løser optimeringsproblemer.

En bedrift produserer to typer sykler, cross og racer.

	Cross	Racer
Fortjeneste i kroner per sykkel	600	500

Produksjonen er begrenset av kapasiteten i to avdelinger.

Timeforbruk i sveiseavdelingen	2 timer per sykkel	4 timer per sykkel
Timeforbruk i lakkeringsavdelingen	3 timer per sykkel	2 timer per sykkel

Kapasiteten per måned er 1200 timer i sveiseavdelingen og 1000 timer i lakkeringsavdelingen.

Bedriften regner med at den maksimalt kan selge 160 crossykler og 300 racersykler.

Bedriften ønsker å maksimere fortjenesten.

a) Forklar at fortjenesten er gitt ved uttrykket $600x + 500y$, der x er antall crossykler og y er antall racersykler som selges.

b) Bruk opplysningene ovenfor til å sette opp de ulikhetene som x og y må oppfylle.

c) Bruk programvare eller en annen metode til å bestemme hvilke verdier av x og y som gjør fortjenesten størst mulig.

Bedriften starter også produksjon av hybridsykler. Fortjenesten ved produksjon av hybridsykler er 700 kroner per sykkel. Timeforbruket i sveiseavdelingen er 4 timer per sykkel. Timeforbruket i lakkeringsavdelingen er 3 timer per sykkel. Bedriften regner med at den maksimalt kan selge 200 hybridsykler. La z være antall hybridsykler som produseres og selges.

d) Bestem hvilke verdier av x, y og z som gjør fortjenesten størst mulig.