DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 + 2x = 8$

b) $3 \cdot 3^x = 27$

c) $2 \lg(x+1) = 4$

Oppgave 2 (4 poeng)

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = x^3 - 3x$$

a) Bestem eventuelle null-, topp- og bunnpunkter på grafen til f.

b) Lag en skisse av grafen til f.

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y - 10x = x^2 + 28 \\ y - 2x = 12 \end{bmatrix}$$

Oppgave 4 (1 poeng)

Lag en formel for x uttrykt ved y når $3y = \dfrac{4x^2}{3}$

Oppgave 5 (2 poeng)

Harald kjøpte i alt 20 sekker med bjørkeved og granved. En sekk med bjørkeved kostet 83 kroner, og en sekk med granved kostet 65 kroner. Til sammen betalte han 1570 kroner for sekkene.

Bestem hvor mange sekker med bjørkeved og hvor mange sekker med granved Harald kjøpte.

Oppgave 6 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\lg(ab)^2 + 3\lg b - \lg\left(\dfrac{a}{b^5}\right)$

b) $(2x+3)^2 - (2x-1)(2x+1) + (x-3)(x-1)$

Oppgave 7 (4 poeng)

a) Skriv opp de åtte første radene i Pascals trekant.

b) Bruk Pascals trekant til å bestemme binomialkoeffisientene

$$\binom{4}{0}, \binom{5}{2}, \binom{5}{4} \text{ og } \binom{7}{5}$$

c) I en eske er det åtte papirlapper nummerert fra og med 1 til og med 8.

Hvor mange ulike tall med tre siffer kan vi lage med de åtte nummererte lappene?

Oppgave 8 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

Vis at $f'(x) = 4x$ ved å bruke definisjonen av den deriverte.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Kilde: Utdanningsdirektoratet

Et utleiefirma har 20 kajakker på lager. Av disse er sju gule, åtte røde og fem hvite. Maria og tre venner vil leie hver sin kajakk. Firmaet velger ut fire kajakker tilfeldig fra lageret.

a) Bestem sannsynligheten for at Maria og vennene får utdelt to gule, én rød og én hvit kajakk.

b) Bestem sannsynligheten for at firmaet velger ut fire gule kajakker.

c) Bestem sannsynligheten for at ingen av de fire kajakkene er gule.

Oppgave 2 (9 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$$

a) Bestem ved regning skjæringspunktene mellom grafen til f og koordinataksene.

b) Tegn grafen til f når $x\in\left\langle -2\,,\ 5\right\rangle$. Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $\left[\,0,\,3\,\right]$.

c) Bruk $f'(x)$ til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

d) For hvilke verdier av x er den momentane vekstfarten lik $-1{,}5$?

Oppgave 3 (7 poeng)

Kostnadene f, målt i kroner, ved å produsere en bestemt vare er gitt ved funksjonen

$$f(x)=3^{0{,}4\,x}+2000$$

der x er antall hundre produserte enheter. For eksempel svarer $x=20$ til 2 000 enheter.

Produsenten selger hele produksjonen. Prisen per enhet er 5,00 kroner.

a) Forklar at inntektsfunksjonen g er gitt ved

$$g(x)=500\,x$$

Tegn grafene til f og g i samme koordinatsystem når $x\in\left[\,0,\ 22\,\right]$.

b) Bestem hvor mange enheter som må produseres og selges for at driften skal gå i balanse.

c) Bestem den produksjonsmengden som gir størst overskudd.
Hvor stort er det største overskuddet?

Oppgave 4 (8 poeng)

En bedrift produserer x enheter av en vare A og y enheter av en annen vare B. Bedriften har funnet ut at det er følgende begrensninger i forbindelse med produksjonen:

$$3x + 9y \leq 132$$
$$4x + 2y \geq 50$$
$$2x + 3y \geq 44$$
$$5y - 4 \geq x$$

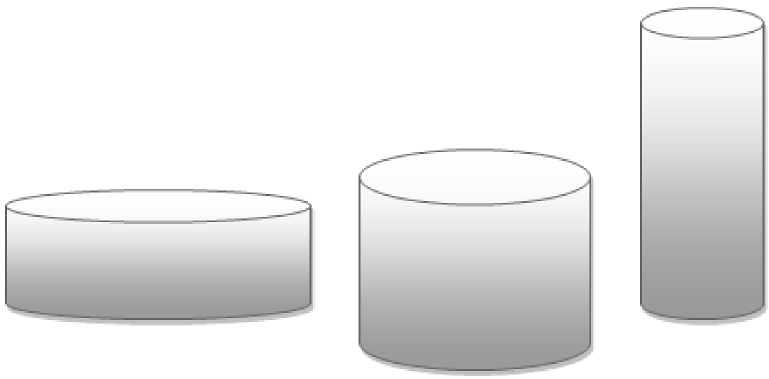
a) Lag et koordinatsystem og marker på figuren det området som er avgrenset av de fire ulikhetene.

Bedriften regner med at vare A kan selges for 840,00 kroner per enhet, mens vare B kan selges for 1 500,00 kroner per enhet.

b) Hvor mange enheter bør produseres og selges av hvert vareslag dersom salgsinntekten skal bli størst mulig? Hvor stor er den maksimale inntekten bedriften kan oppnå?

c) Vis at bedriften er sikret en minsteinntekt på 19 440,00 kroner.

Oppgave 5 (6 poeng)



En produsent skal lage en rett, lukket sylinder. Høyden h og diameteren d kan variere, men $d + h = 6$. Vi setter radius i sylinderen lik x.

a) Vis at volumet V av sylinderen da kan skrives som

$$V(x) = 6\pi x^2 - 2\pi x^3$$

Vis at i denne oppgaven må $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

b) Bruk $V'(x)$ til å vise at det største volumet sylinderen kan få, er nøyaktig lik 8π.