

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3x^2 - 3x + 1, \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bestem $f'(2)$.

Oppgave 2 (3 poeng)

Løs likningene

a) $x(x+5) - 10 = 4$

b) $10^{3x} - 100000 = 0$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssettet ved regning

$$\begin{cases} y = x^2 + 2 \\ y + x^2 = 4 \end{cases}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

En bevegelse foregår langs en rett linje. Startfarten var v_0 , og akselerasjonen er konstant lik a . Etter tida t er farten v blitt $v = v_0 + at$.

a) Bestem en formel for t uttrykt ved v , v_0 og a .

b) Hvor lang tid tar det før farten v er blitt 25 når akselerasjonen $a = 3$ og startfarten $v_0 = 1$?

Oppgave 5 (4 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{9^2 \cdot a^2 \cdot b^3}{(3ab^2)^2}$$

b) Vis at

$$\lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right) + \lg\left(\frac{b^2}{a}\right) + \lg(a+b) = \lg(a^2 + ab)$$

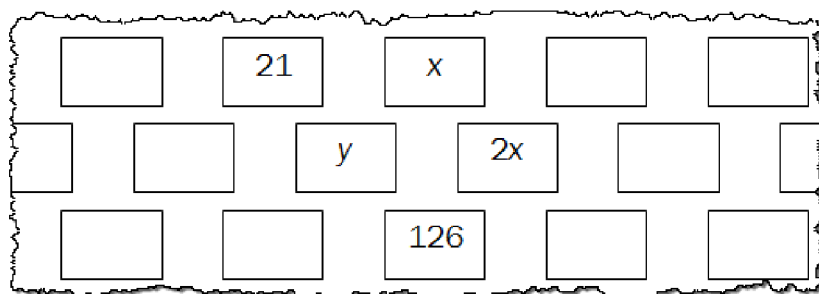
Oppgave 6 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 + 2x \geq x + 6$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Figuren nedenfor viser et utsnitt av tre påfølgende rader av Pascals talltrekant.



Bruk figuren til å bestemme x og y ved å sette opp og løse et likningssystem.

Oppgave 8 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2, \quad D_f = \mathbb{R}$$

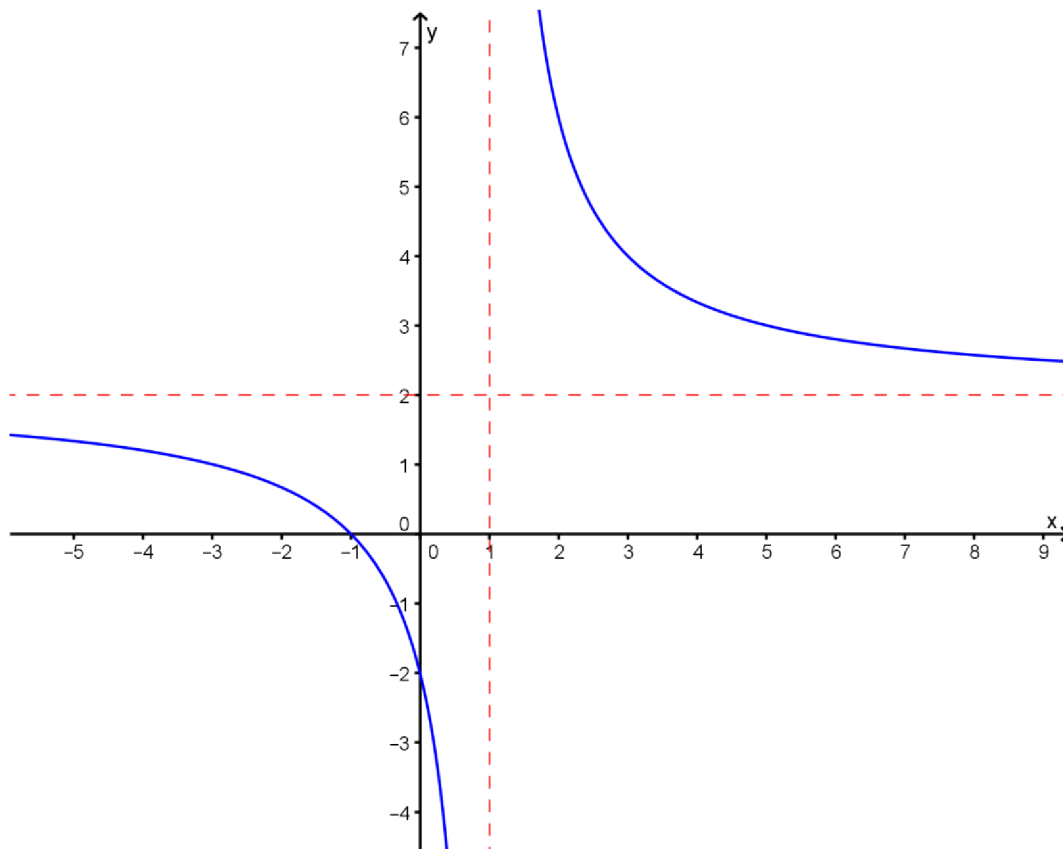
a) Bestem nullpunktene til f .

b) Bruk $f'(x)$ til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

c) Lag en skisse av grafen til f .

Oppgave 9 (2 poeng)

Grafen til funksjonen $f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$ er tegnet nedenfor.



Bruk figuren til å bestemme verdiene til a , b og c .

Oppgave 10 (1 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2, \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x$.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

I en eske ligger 50 lyspærer. Av disse er 7 defekte.

Du velger tilfeldig ut 10 lyspærer fra esken.

- Bestem sannsynligheten for at akkurat 2 av lyspærene er defekte.
- Bestem sannsynligheten for at du velger ut minst 3 defekte lyspærer.

Oppgave 2 (5 poeng)

En fabrikk produserer lyspærer. Fabrikken garanterer at det er 75 % sannsynlighet for at en lyspære vil lyse i 1000 h (timer).

En kunde kjøper 20 slike lyspærer.

- Bestem sannsynligheten for at akkurat 18 lyspærer lyser når det er gått 1000 h.
- Bestem sannsynligheten for at minst 15 lyspærer lyser i 1000 h.

Kunden ønsker at det skal være en sannsynlighet på 95 % eller mer for at minst 15 av 20 lyspærer fremdeles lyser når det er gått 1000 h.

- Bestem hvilken sannsynlighet hver lyspære da må ha for å lyse i 1000 h.

Oppgave 3 (2 poeng)

Vi har gitt likningen

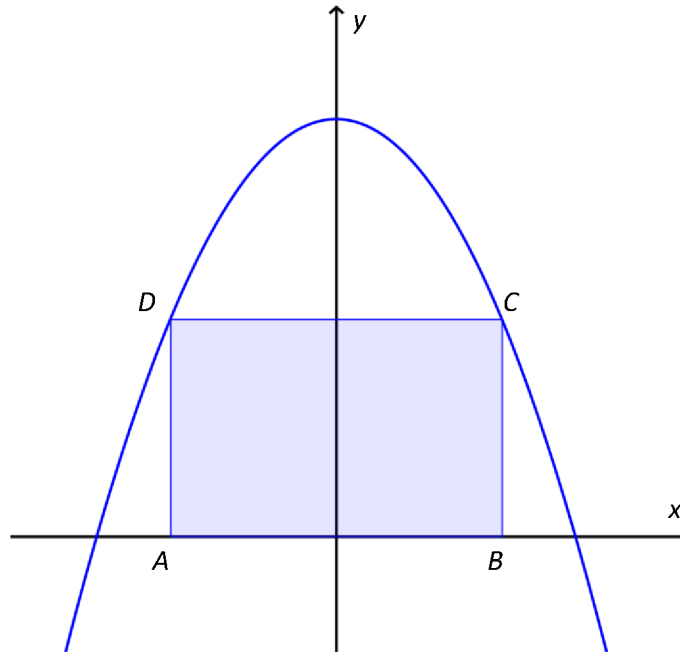
$$900 \cdot 1,10^x = 1500 \cdot k^x$$

Bestem k slik at $x = 10$ er en løsning av likningen.

Oppgave 4 (8 poeng)

Figuren viser grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 6 - \frac{1}{2}x^2, \quad D_f = \mathbb{R}$$



Under grafen og over x -aksen er det skrevet inn et rektangel $ABCD$ slik figuren viser. Punktene A og B ligger på x -aksen, og C og D ligger på grafen. Punktet B har førstekoordinaten x , der $x > 0$.

- a) Forklar at arealet F av rektangelet kan skrives som en funksjon av x gitt ved

$$F(x) = 12x - x^3$$

Bestem D_F .

- b) Det fins to verdier av x som gjør at arealet av rektangelet blir lik 9. Bestem disse to verdiene.
- c) Bestem den verdien av x som gjør at arealet av rektangelet blir størst mulig. Hva blir det største arealet?
- d) Bestem et uttrykk for omkretsen av rektangelet. Bestem den verdien av x som gjør at omkretsen av rektangelet blir størst mulig. Kommenter svaret.

Oppgave 5 (2 poeng)

- a) Avgjør om implikasjonen nedenfor er riktig.

$$x^2 < 4 \Rightarrow x > -2$$

- b) Avgjør om den motsatte implikasjonen er riktig.

Oppgave 6 (8 poeng)

Et bakeri lager x kaker per dag, i tillegg til andre bakervarer. Bakeriet har funnet ut at de totale kostnadene $K(x)$ i kroner ved kakeproduksjonen avhenger av antall kaker, slik tabellen viser.

Antall kaker x	0	50	90	150	180	250
Totale kostnader $K(x)$	0	900	1000	1100	1500	4400

- a) Bruk regresjon til å bestemme en polynomfunksjon av tredje grad som passer best mulig med tallene i tabellen.

I resten av oppgaven vil vi bruke kostnadsfunksjonen K gitt ved

$$K(x) = 0,001x^3 - 0,3x^2 + 30x, \quad x \in [0, 250]$$

Bakeriet selger alle kakene for 15 kroner per stykk. Inntektsfunksjonen I er da gitt ved

$$I(x) = 15x$$

- b) Tegn grafene til K og I i samme koordinatsystem. Bestem hvilke produksjonsmengder som gir overskudd, og hvilke som gir underskudd.
- c) Bruk derivasjon til å bestemme hvor mange kaker som bør produseres dersom overskuddet skal bli størst mulig.

Hva er det største overskuddet bakeriet kan oppnå per dag når vi bare ser på kakeproduksjonen?

Som et ekstra tilbud til kundene vurderer bakeriet å sette ned prisen per kake.

- d) La prisen per kake være p kroner. Bestem den minste verdien p kan ha dersom det skal være mulig å oppnå balanse mellom kostnader og inntekter.

Hvor mange kaker bør lages og selges per dag når p har denne verdien?

Oppgave 7 (7 poeng)

Silje lager to typer syltetøy.

Type 1 inneholder 90 % bær og 10 % sukker.

Type 2 inneholder 40 % bær og 60 % sukker.

Syltetøyet skal fylles på glass, og et fullt glass skal inneholde 1 kg syltetøy.

Hun har 20 kg bær og 5 kg sukker som hun skal lage syltetøy av.

a) Hvor mange glass av hver type må hun lage for å få brukt opp 20 kg bær og 5 kg sukker?

b) Hun kan selge syltetøyet av type 1 for 80 kroner per glass og syltetøyet av type 2 for 40 kroner per glass. Hvilken inntekt får hun i dette tilfellet?

Forklar ved å bruke lineær optimering at dette er den største inntekten hun kan oppnå.

Helsemyndighetene foreslår å øke sukkerprisen slik at syltetøy av type 2 blir dyrest.

c) Når Silje skal lage mer syltetøy, kjøper hun bær for 30 kroner per kilogram. Det skal koste 5 kroner mer per glass å lage syltetøy av type 2 enn av type 1.

Undersøk hva prisen per kilogram sukker da må være.

