

Eksamen

13.11.2019

REA3026 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar: Del 1 skal levarast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1: Skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Alle hjelpemiddel er tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre er ikkje tillate.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	– Ståande skiskyting: https://www.visitvoss.no (29.05.2019) – Liggjande skiskyting: https://web.spoortz.no (29.05.2019) – Andre grafar og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på Utdanningsdirektoratets nettsider
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

Løys likningane

a) $x^2 + 4x - 12 = 0$

b) $\lg(5 - 2x) = 1$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 - 2x < 0$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$x^2 + 4y = 4x$$

$$4x - 2y = 6$$

Oppgave 4 (6 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

a) $(a + 2)^3 - a \cdot (a + 2)^2$

b) $\frac{x+1}{x+2} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+5}{x^2+x-2}$

c) $2\lg(2x^2) + \lg\left(\frac{5}{x}\right) - \lg(2x^3)$

Oppgave 5 (6 poeng)

I ei S1-gruppe kjem 7 elevar frå klasse A og 5 elevar frå klasse B. Blant desse 12 elevane skal det veljast tilfeldig ein komité som skal bestå av 3 elevar frå klasse A og 2 elevar frå klasse B.

a) Kor mange slike komitear er det mogleg å setje saman?

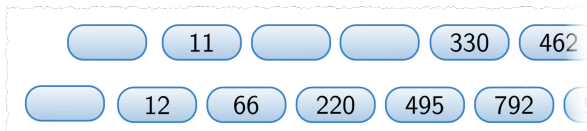
Anne og Jens er elevar i S1-gruppa. Anne går i klasse A, og Jens går i klasse B.

b) Bestem sannsynet for at både Anne og Jens blir med i komiteen.

c) Bestem sannsynet for at berre éin av dei blir med i komiteen.

Oppgave 6 (2 poeng)

Nedanfor ser du eit utsnitt av Pascals taltrekant. Skriv av tala, og fyll inn dei fire tala som manglar.



Oppgave 7 (3 poeng)

Ein organisasjon driv u-hjelp. Familien til Kari gir pengar til organisasjonen. Pengane går til skolegang og barneheims plassar for barn.

Ein månad gav familien 700 kroner. Dette finansierte skolegang for to barn i éin månad og barneheims plass for eitt barn i éin månad.

Ein annan månad gav dei 1700 kroner. Dette finansierte skolegang for fire barn i éin månad og barneheims plass for tre barn i éin månad.

Klassen til Kari bestemmer seg for å støtte organisasjonen slik at 20 barn får skolegang og 20 barn får barneheims plass.

Kor mykje pengar må dei samle inn kvar månad?

Oppgave 8 (7 poeng)

Ei bedrift produserer og sel ei vare. Dei totale kostnadene K (i kroner) ved produksjon og sal av x einingar per dag er gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 50x + 2000, \quad 0 \leq x \leq 400$$

a) Bestem $K'(100)$. Kva fortel denne verdien oss?

Overskotet O (i kroner) ved produksjon og sal av x einingar per dag er gitt ved

$$O(x) = -0,3x^2 + 90x - 2000, \quad 0 \leq x \leq 400$$

b) Bestem den produksjonsmengda som gir størst overskot.

c) Bestem inntekta ved produksjon og sal av 100 einingar per dag.

Auka konkurranse gjer at inntektene til bedrifta endrar seg. Inntekta I (i kroner) ved produksjon og sal av x einingar per dag vil no vere gitt ved

$$I(x) = -0,1x^2 + a \cdot x$$

der a er ein konstant.

For ein verdi av a får bedrifta størst overskot når dei produserer og sel 100 einingar per dag.

d) Bestem denne verdien til a .

Oppgave 9 (4 poeng)

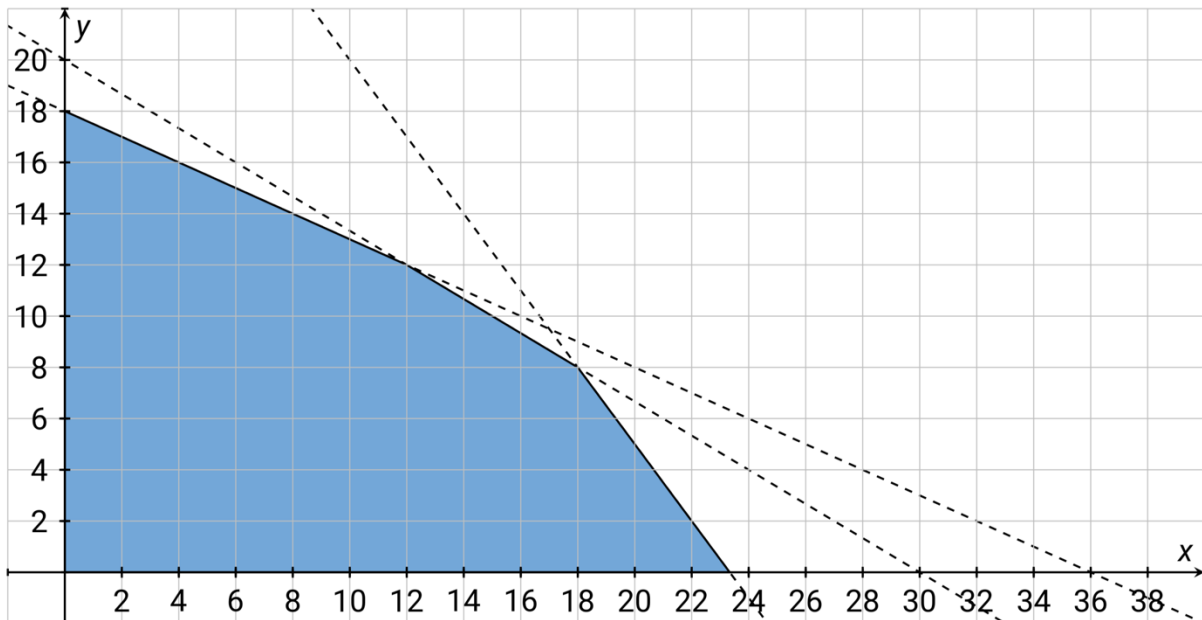
Før jul bestemmer klassen til Kari seg for å lage gavepakker til barneheimen dei støttar. Dei har kjøpt inn 70 esker med fargestiftar, 72 sprettballar og 60 hoppestrikkar.

Dei ønskjer å lage to typar gavepakker.

- Pakke A skal innehalde 3 esker med fargestiftar, 2 sprettballar og 2 hoppestrikkar.
- Pakke B skal innehalde 2 esker med fargestiftar, 4 sprettballar og 3 hoppestrikkar.

La x vere talet på gavepakker av type A og y talet på gavepakker av type B som dei kan lage.

a) Forklar at dei moglege verdiane for x og y må ligge i det farga området nedanfor.



b) Kva er det maksimale talet på gavepakker dei til saman kan lage av type A og B?

Del 2

Oppgave 1 (8 poeng)

Tabellen nedanfor viser folketalet i Oslo 1. januar i perioden 2012–2017.

År	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Folketalet i tusen	613,3	624,0	634,4	647,7	658,4	666,8

- a) Bruk regresjon til å bestemme ein god modell g for folketalet i Oslo etter 1. januar 2012. La x vere talet på år etter 1. januar 2012.

Ein modell f for folketalet (i tusen) i Oslo x år etter 1. januar 2018 er gitt ved

$$f(x) = 678 \cdot 1,015^x$$

- b) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f .
- c) Kor mange år går det før folketalet i Oslo passerer 1 million, ifølgje modellen f ?

1. januar 2018 var folketalet i Stockholm 961 609. Vi tenkjer oss at byen får ein prosentvis vekst i folketalet på p prosent per år frå og med 2018.

I Oslo tenkjer vi oss at folketalet følgjer modellen f ovanfor.

- d) Kva må p vere dersom Oslo skal ha same folketal som Stockholm i januar 2050?

Oppgave 2 (3 poeng)

Ein bilforhandlar sel elbilar og bensinbilar. I 2017 selde han til saman 60 bilar. Året etter auka salet av elbilar med 40 %, medan salet av bensinbilar fall med 15 %. Han selde til saman 62 bilar i 2018.

Set opp eit likningssystem, og bruk CAS til å finne kor mange elbilar og bensinbilar forhandlaren selde i 2018.

Oppgave 3 (6 poeng)



I skiskyting blir det skote på blink frå ståande og liggjande stilling. Jonas er skiskyttar.

- Sannsynet for at han treffer blink på eit skot frå ståande stilling, er 84 %.
- Sannsynet for at han treffer blink på eit skot frå liggjande stilling, er 90 %.

I denne oppgåva går vi ut frå at sannsynet for at han treffer blink på eit skot, ikkje påverkar sannsynet for at han treffer blink på det neste skotet.

I ein konkurranse skal han først skyte 10 skot frå liggjande stilling og deretter 10 skot frå ståande stilling.

- a) Bestem sannsynet for at han treffer blink på minst 8 av dei 10 skota frå liggjande stilling.
- b) Bestem sannsynet for at Jonas treffer blink på nøyaktig 9 skot frå liggjande stilling og nøyaktig 8 skot frå ståande stilling.
- c) Bestem sannsynet for at han treffer blink på minst 19 av de 20 skota.

Oppgave 4 (7 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x$$

a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f .

I to punkt A og B på grafen til f er tangenten parallell med x -aksen.

b) Bestem koordinatane til A og B .

Grafen til f har to tangentar som er parallelle med linja gitt ved

$$y = 9x + 4$$

c) Bestem likninga for kvar av dei to tangentane.

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + b^2 \cdot x$$

der a og b er konstantar og $a \neq 0$ og $b \neq 0$.

d) Bestem a slik at grafen til g berre har éin tangent som er parallell med x -aksen.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: Skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Alle hjelpemidler er tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	– Stående skiskyting: https://www.visitvoss.no (29.05.2019) – Liggende skiskyting: https://web.spoortz.no (29.05.2019) – Andre grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 + 4x - 12 = 0$

b) $\lg(5 - 2x) = 1$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 - 2x < 0$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$x^2 + 4y = 4x$$

$$4x - 2y = 6$$

Oppgave 4 (6 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $(a + 2)^3 - a \cdot (a + 2)^2$

b) $\frac{x+1}{x+2} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+5}{x^2+x-2}$

c) $2\lg(2x^2) + \lg\left(\frac{5}{x}\right) - \lg(2x^3)$

Oppgave 5 (6 poeng)

I en S1-gruppe kommer 7 elever fra klasse A og 5 elever fra klasse B. Blant disse 12 elevene skal det velges tilfeldig en komité som skal bestå av 3 elever fra klasse A og 2 elever fra klasse B.

a) Hvor mange slike komiteer er det mulig å sette sammen?

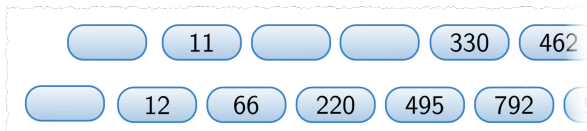
Anne og Jens er elever i S1-gruppen. Anne går i klasse A, og Jens går i klasse B.

b) Bestem sannsynligheten for at både Anne og Jens blir med i komiteen.

c) Bestem sannsynligheten for at bare én av dem blir med i komiteen.

Oppgave 6 (2 poeng)

Nedenfor ser du et utsnitt av Pascals talltrekant. Skriv av tallene, og fyll inn de fire tallene som mangler.



Oppgave 7 (3 poeng)

En organisasjon driver u-hjelp. Familien til Kari gir penger til organisasjonen. Pengene går til skolegang og barnehjems plasser for barn.

En måned ga familien 700 kroner. Dette finansierte skolegang for to barn i én måned og barnehjems plass for ett barn i én måned.

En annen måned ga de 1700 kroner. Dette finansierte skolegang for fire barn i én måned og barnehjems plass for tre barn i én måned.

Klassen til Kari bestemmer seg for å støtte organisasjonen slik at 20 barn får skolegang og 20 barn får barnehjems plass.

Hvor mye penger må de samle inn hver måned?

Oppgave 8 (7 poeng)

En bedrift produserer og selger en vare. De totale kostnadene K (i kroner) ved produksjon og salg av x enheter per dag er gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 50x + 2000, \quad 0 \leq x \leq 400$$

a) Bestem $K'(100)$. Hva forteller denne verdien oss?

Overskuddet O (i kroner) ved produksjon og salg av x enheter per dag er gitt ved

$$O(x) = -0,3x^2 + 90x - 2000, \quad 0 \leq x \leq 400$$

b) Bestem den produksjonsmengden som gir størst overskudd.

c) Bestem inntekten ved produksjon og salg av 100 enheter per dag.

Økt konkurranse gjør at bedriftens inntekter endrer seg. Inntekten I (i kroner) ved produksjon og salg av x enheter per dag vil nå være gitt ved

$$I(x) = -0,1x^2 + a \cdot x$$

der a er en konstant.

For en verdi av a får bedriften størst overskudd når de produserer og selger 100 enheter per dag.

d) Bestem denne verdien til a .

Oppgave 9 (4 poeng)

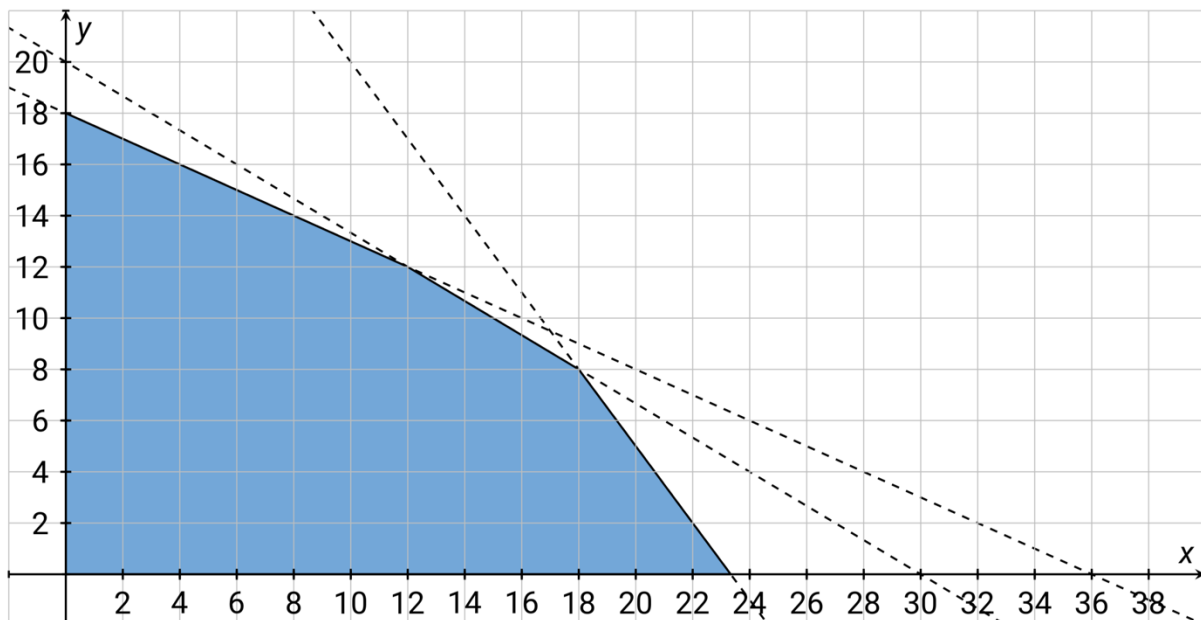
Før jul bestemmer klassen til Kari seg for å lage gavepakker til barnehjemmet de støtter. De har kjøpt inn 70 esker med fargestifter, 72 sprettballer og 60 hoppestrikker.

De ønsker å lage to typer gavepakker.

- Pakke A skal inneholde 3 esker med fargestifter, 2 sprettballer og 2 hoppestrikker.
- Pakke B skal inneholde 2 esker med fargestifter, 4 sprettballer og 3 hoppestrikker.

La x være antall gavepakker av type A og y antall gavepakker av type B som de kan lage.

a) Forklar at de mulige verdiene for x og y må ligge i det fargede området nedenfor.



b) Hva er det maksimale antallet gavepakker de til sammen kan lage av type A og B?

Del 2

Oppgave 1 (8 poeng)

Tabellen nedenfor viser folketallet i Oslo 1. januar i perioden 2012–2017.

År	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Folketallet i tusen	613,3	624,0	634,4	647,7	658,4	666,8

- a) Bruk regresjon til å bestemme en god modell g for folketallet i Oslo etter 1. januar 2012. La x være antall år etter 1. januar 2012.

En modell f for folketallet (i tusen) i Oslo x år etter 1. januar 2018 er gitt ved

$$f(x) = 678 \cdot 1,015^x$$

- b) Bruk graftegner til å tegne grafen til f .
- c) Hvor mange år går det før folketallet i Oslo passerer 1 million, ifølge modellen f ?

1. januar 2018 var folketallet i Stockholm 961 609. Vi tenker oss at byen får en prosentvis vekst i folketallet på p prosent per år fra og med 2018.

I Oslo tenker vi oss at folketallet følger modellen f ovenfor.

- d) Hva må p være dersom Oslo skal ha samme folketall som Stockholm i januar 2050?

Oppgave 2 (3 poeng)

En bilforhandler selger elbiler og bensinbiler. I 2017 solgte han til sammen 60 biler. Året etter økte salget av elbiler med 40 %, mens salget av bensinbiler falt med 15 %. Han solgte til sammen 62 biler i 2018.

Sett opp et likningssystem, og bruk CAS til å finne antall elbiler og bensinbiler som forhandleren solgte i 2018.

Oppgave 3 (6 poeng)



I skiskyting skytes det på blink fra stående og liggende stilling. Jonas er skiskytter.

- Sannsynligheten for at han treffer blink på et skudd fra stående stilling, er 84 %.
- Sannsynligheten for at han treffer blink på et skudd fra liggende stilling, er 90 %.

Vi antar i denne oppgaven at sannsynligheten for at han treffer blink på et skudd, ikke påvirker sannsynligheten for at han treffer blink på det neste skuddet.

I en konkurranse skal han først skyte 10 skudd fra liggende stilling og deretter 10 skudd fra stående stilling.

- Bestem sannsynligheten for at han treffer blink på minst 8 av de 10 skuddene fra liggende stilling.
- Bestem sannsynligheten for at Jonas treffer blink på nøyaktig 9 skudd fra liggende stilling og nøyaktig 8 skudd fra stående stilling.
- Bestem sannsynligheten for at han treffer blink på minst 19 av de 20 skuddene.

Oppgave 4 (7 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f .

I to punkter A og B på grafen til f er tangenten parallell med x -aksen.

b) Bestem koordinatene til A og B .

Grafen til f har to tangenter som er parallelle med linjen gitt ved

$$y = 9x + 4$$

c) Bestem likningen for hver av de to tangentene.

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + b^2 \cdot x$$

der a og b er konstanter og $a \neq 0$ og $b \neq 0$.

d) Bestem a slik at grafen til g bare har én tangent som er parallell med x -aksen.

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!