

# Eksamen

10.11.2022

REA3060 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

# Nynorsk

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	<p>Eksamen varer i 5 timar.</p> <p>Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes.</p> <p>Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time.</p> <p>Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel.</p> <p>Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.</p>
<b>Del utan hjelpemiddel</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
<b>Del med hjelpemiddel</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	<p>Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver.</p> <p>Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver.</p> <p>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing.</p> <p>Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.</p>
<b>Rettleiing om vurderinga</b>	<p>Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li></ul>
<b>Andre opplysningar</b>	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

## Del 1

### Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig

$$(2a^{-2}b)^{-1} \cdot \left(\frac{b^2}{a}\right)^2$$

### Oppgave 2

Funksjonen  $O$  gitt ved

$$O(x) = -0,05x^2 + 100x - 10\,000$$

er ein god modell for overskotet i kroner som ei bedrift har kvar veke, dersom ho produserer og sel  $x$  einingar av ei vare.

- Bestem  $O'(500)$ . Gi ei tolking av svaret i denne situasjonen.
- Kva er det maksimale overskotet denne bedrifta kan ha kvar veke, ifølgje modellen  $O$ ?

### Oppgave 3

Løys likninga

$$\lg(x-3) + \lg x = 1$$

## Oppgave 4

Bestem grenseverdien

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^2 - 4^2}{h}$$

## Oppgave 5

I ei krukke er det 2 kvite og 6 svarte kuler. Du skal tilfeldig trekkje 2 kuler utan tilbakelegging.

a) Bestem sannsynet for at minst éi av kulene er kvit.

I ei anna krukke ligg det eit ukjent tal kuler. Her er 2 av kulene kvite, mens resten av kulene er svarte. Du skal tilfeldig trekkje 2 kuler utan tilbakelegging. Du ønskjer at sannsynet for at du trekkjer 2 svarte kuler, skal være minst 50 prosent.

b) Lag ein algoritme som du kan bruke for å bestemme det minste talet på svarte kuler som det da må vere i krukka. Ta med nødvendige formlar som du må bruke for å følgje algoritmen.

## Del 2

### Oppgave 1

Undersøkingar viser at 70 prosent av kundane til ein butikk er turistar.

Ein dag hadde butikken til saman 145 kundar.

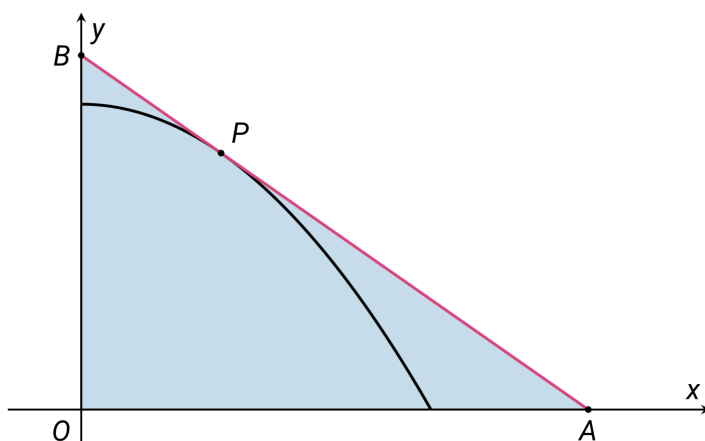
Legg nødvendige føresetnader til grunn, og bestem sannsynet for at minst 100 av desse kundane var turistar.

### Oppgave 2

Ein funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = 1 - x^2, \quad D_f = [0, 1]$$

La  $a \in \langle 0, 1 \rangle$  og  $O$  vere origo. Tangenten til grafen til  $f$  i punktet  $P(a, f(a))$  skjer  $x$ -aksen i punktet  $A$  og  $y$ -aksen i punktet  $B$  som vist på figuren.



- Bestem arealet av  $\triangle OAB$  når  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ .
- Bestem det minste arealet  $\triangle OAB$  kan ha.

### Oppgave 3

Tabellen nedanfor viser verdien av den totale vareeksporten frå Noreg for nokre år i perioden 1980–2018.

År	1980	1990	2000	2010	2018
Verdien av vareeksporten (i milliardar kroner)	91,7	211,6	529,8	788,1	1000,3

- a) Bruk tala frå tabellen til å lage to ulike modellar som kan brukast til å anslå verdien av norsk vareeksport i åra framover. Grunngi kva for ein av modellane du meiner passar best i denne situasjonen. Kall denne modellen for  $g$ .
- b) Anslå den gjennomsnittlege årlege veksten av norsk vareeksport frå 2015 til 2025 for kvar av dei to modellane du fann i oppgave a).

Funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = 91 \cdot 1,057^x$$

er ein modell for verdien av den totale vareimporten til Noreg i milliardar kroner,  $x$  år etter 1980.

- c) Når vil verdien av vareimporten til Noreg vere 10 gonger større enn det han var i 1980?

Dersom verdien av vareeksporten i eit land er større enn verdien av vareimporten, seier vi at landet har eit handelsoverskot.

- d) Bruk modellane  $f$  og  $g$  til å vurdere når Noreg har eit handelsoverskot.

### Oppgave 4

Tenk deg at du har ein terning med  $n$  sider der talet på auge på sidene er  $1, 2, \dots, n$ . Når du kastar terningen, er alle utfalla like sannsynlege.

Du kastar terningen to gonger. La  $X$  vere produktet av talet på auge i dei to kasta. Dersom til dømes første kast gir 7 og andre kast gir 3, blir  $X$  lik  $3 \cdot 7 = 21$ .

- a) La  $n = 10$ . Lag eit program som kan brukast til å anslå  $P(X > 60)$ .
- b) Kva er den minste verdien for  $n$  som gjer at  $P(X > 60)$  er større enn 0,5?

## Oppgave 5

Arnt har fått ein sjukdom og må ta ein tablett som inneheld 100 mg av eit verkestoff.

Funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(t) = 100 \cdot e^{-0,012t}$$

er ein modell for kor mykje av verkestoffet til tablettene som er igjen i kroppen  $t$  timar etter at han tok den.

a) Kor mykje verkestoff er igjen i kroppen 24 timar etter at han tok ein tablett?

Arnt tek ein tablett kvar morgon klokka åtte.

La  $g$  vere ein funksjon som beskriv mengda verkestoff han har i kroppen  $t$  timar etter at han tok den første tablettene.

b) Avgjer om  $g$  er ein kontinuerleg funksjon. Hugs å grunngi svaret.

c) Kor mykje verkestoff har Arnt i kroppen like før han tek den sjette tablettene?

d) Kva er den maksimale mengda verkestoff Arnt vil ha i kroppen dersom han tek éin tablett i døgnet over lang tid?

## Oppgave 6

Ein funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = 2x + 5 + \frac{1}{x-1}$$

- For kva verdier av  $k$  har likninga  $f'(x) = k$  løysing?
- Vel ulike verdier av  $k$ , og beskriv symmetrien i løysingane av likninga  $f'(x) = k$  for kvar av desse verdiane.

La  $g$  vere ein funksjon som kan skrivast på forma

$$g(x) = a \cdot x + b + \frac{1}{x+d}$$

- For kva verdier av  $a$  har likninga  $g'(x) = 4$  løysing?

La no  $a = 3$ .

- Utforsk og beskriv løysingane til likninga  $g'(x) = k$  for ulike verdier av  $k$ .
- Bestem  $b$  og  $d$  slik at  $g'(-1) = g'(5)$  og  $g(1) = 7$ .



# Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
<b>Del uten hjelpemidler</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
<b>Del med hjelpemidler</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
<b>Veiledning om vurderingen</b>	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li></ul>
<b>Andre opplysninger</b>	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

# Del 1

## Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig

$$(2a^{-2}b)^{-1} \cdot \left(\frac{b^2}{a}\right)^2$$

## Oppgave 2

Funksjonen  $O$  gitt ved

$$O(x) = -0,05x^2 + 100x - 10\,000$$

er en god modell for overskuddet i kroner som en bedrift har hver uke, dersom den produserer og selger  $x$  enheter av en vare.

- Bestem  $O'(500)$ . Gi en tolkning av svaret i denne situasjonen.
- Hva er det maksimale overskuddet denne bedriften kan ha hver uke, ifølge modellen  $O$ ?

## Oppgave 3

Løs likningen

$$\lg(x-3) + \lg x = 1$$

## Oppgave 4

Bestem grenseverdien

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^2 - 4^2}{h}$$

## Oppgave 5

I en krukke er det 2 hvite og 6 svarte kuler. Du skal tilfeldig trekke 2 kuler uten tilbakelegging.

a) Bestem sannsynligheten for at minst én av kulene er hvit.

I en annen krukke ligger det et ukjent antall kuler. Her er 2 av kulene hvite, mens resten av kulene er svarte. Du skal tilfeldig trekke 2 kuler uten tilbakelegging. Du ønsker at sannsynligheten for at du trekker 2 svarte kuler, skal være minst 50 prosent.

b) Lag en algoritme som du kan bruke for å bestemme det minste antallet svarte kuler som det da må være i krukken. Ta med nødvendige formler som du må bruke for å følge algoritmen.

## Del 2

### Oppgave 1

Undersøkelser viser at 70 prosent av kundene til en butikk er turister.

En dag hadde butikken til sammen 145 kunder.

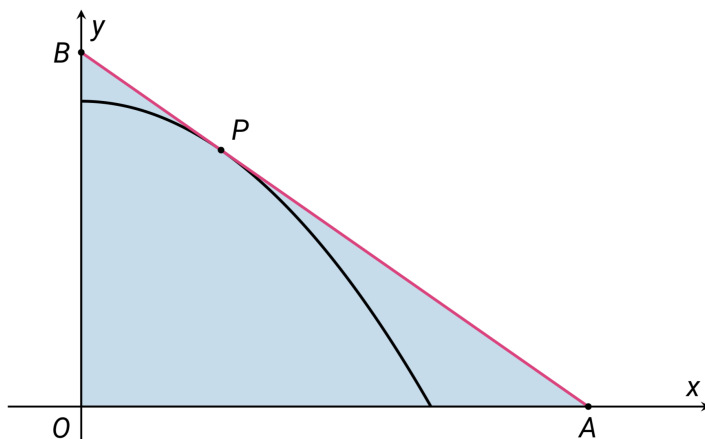
Legg nødvendige forutsetninger til grunn, og bestem sannsynligheten for at minst 100 av disse kundene var turister.

### Oppgave 2

En funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = 1 - x^2, \quad D_f = [0, 1]$$

La  $a \in \langle 0, 1 \rangle$  og  $O$  være origo. Tangenten til grafen til  $f$  i punktet  $P(a, f(a))$  skjærer  $x$ -aksen i punktet  $A$  og  $y$ -aksen i punktet  $B$  som vist på figuren.



- Bestem arealet av  $\triangle OAB$  når  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ .
- Bestem det minste arealet  $\triangle OAB$  kan ha.

### Oppgave 3

Tabellen nedenfor viser verdien av den totale vareeksporten fra Norge for noen år i perioden 1980–2018.

År	1980	1990	2000	2010	2018
Verdien av vareeksporten (i milliarder kroner)	91,7	211,6	529,8	788,1	1000,3

- a) Bruk tallene fra tabellen til å lage to ulike modeller som kan brukes til å anslå verdien av norsk vareeksport i årene framover. Begrunn hvilken av modellene du mener passer best i denne situasjonen. Kall denne modellen for  $g$ .
- b) Anslå den gjennomsnittlige årlige veksten av norsk vareeksport fra 2015 til 2025 for hver av de to modellene du fant i oppgave a).

Funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = 91 \cdot 1,057^x$$

er en modell for verdien av den totale vareimporten til Norge i milliarder kroner,  $x$  år etter 1980.

- c) Når vil verdien av vareimporten til Norge være 10 ganger større enn det den var i 1980?

Dersom verdien av vareeksporten i et land er større enn verdien av vareimporten, sier vi at landet har et handelsoverskudd.

- d) Bruk modellene  $f$  og  $g$  til å vurdere når Norge har et handelsoverskudd.

### Oppgave 4

Tenk deg at du har en terning med  $n$  sider der antall øyne på sidene er  $1, 2, \dots, n$ . Når du kaster terningen, er alle utfallene like sannsynlige.

Du kaster terningen to ganger. La  $X$  være produktet av antall øyne i de to kastene. Dersom for eksempel første kast gir 7 og andre kast gir 3, blir  $X$  lik  $3 \cdot 7 = 21$ .

- a) La  $n = 10$ . Lag et program som kan brukes til å anslå  $P(X > 60)$ .
- b) Hva er den minste verdien for  $n$  som gjør at  $P(X > 60)$  er større enn 0,5?

## Oppgave 5

Arnt har fått en sykdom og må ta en tablett som inneholder 100 mg av et virkestoff.

Funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(t) = 100 \cdot e^{-0,012t}$$

er en modell for hvor mye av tablettens virkestoff som er igjen i kroppen  $t$  timer etter at han tok den.

a) Hvor mye virkestoff er igjen i kroppen 24 timer etter at han tok en tablett?

Arnt tar en tablett hver morgen klokken åtte.

La  $g$  være en funksjon som beskriver mengden virkestoff han har i kroppen  $t$  timer etter at han tok den første tablett.

b) Avgjør om  $g$  er en kontinuerlig funksjon. Husk å begrunne svaret.

c) Hvor mye virkestoff har Arnt i kroppen like før han tar den sjette tablett?

d) Hva er den maksimale mengden virkestoff Arnt vil ha i kroppen dersom han tar én tablett i døgnet over lang tid?

## Oppgave 6

En funksjon  $f$  er gitt ved

$$f(x) = 2x + 5 + \frac{1}{x-1}$$

- For hvilke verdier av  $k$  har likningen  $f'(x) = k$  løsnings?
- Velg ulike verdier av  $k$ , og beskriv symmetrien i løsningene av likningen  $f'(x) = k$  for hver av disse verdiene.

La  $g$  være en funksjon som kan skrives på formen

$$g(x) = a \cdot x + b + \frac{1}{x+d}$$

- For hvilke verdier av  $a$  har likningen  $g'(x) = 4$  løsnings?

La nå  $a = 3$ .

- Utforsk og beskriv løsningene til likningen  $g'(x) = k$  for ulike verdier av  $k$ .
- Bestem  $b$  og  $d$  slik at  $g'(-1) = g'(5)$  og  $g(1) = 7$ .

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**