

Eksamen

14.11.2024 | REA3060 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende er ikkje tillate.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Tegningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bruk ein eigna strategi til å bestemme verdien som blir skriven ut når programmet nedanfor køyrer.

```
1 def O(x):
2     return -0.1*x**2 + 2000*x - 50000
3
4 x = 0
5
6 while O(x + 1) > O(x):
7     x = x + 1
8
9 print(x)
```

Oppgave 3 (2 poeng)

Løys likninga

$$100^x - 3 \cdot 10^x = 4$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Finn grenseverdien dersom han eksisterer.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 18}$$

Oppgave 5 (4 poeng)

I ein kasse ligg det 4 raude, 3 blå og 2 gule kuler. Audun tek tilfeldig to kuler frå kassen.

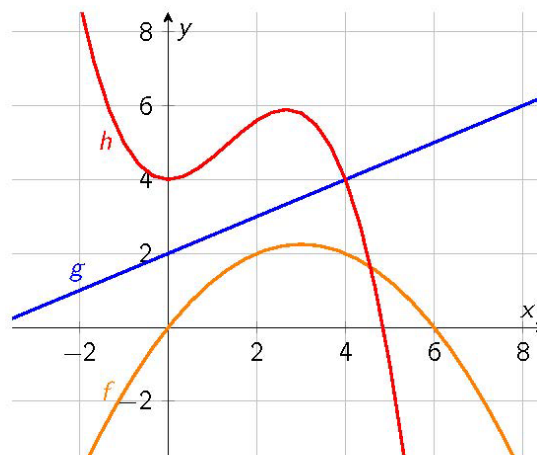
- Bestem sannsynet for at han tek to kuler med same farge.
- Bestem sannsynet for at han tek nøyaktig éi gul kule.

Oppgave 6 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedanfor ser du grafane til tre funksjonar, f , g og h .

Ein av funksjonane har gjennomsnittleg vekstfart lik $\frac{1}{2}$ i intervallet $[0, 4]$, og derivert lik 1 når $x=1$.

Kva for ein av funksjonane er dette? Hugs å grunngi svaret ditt.



Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Bedrifta Drakt & Søm leiger ut komplette antrekk. Eit antrekk består av eit hovudplagg, ei skjorte, ei jakke, ei bukse og eit par sko. Bedrifta har 10 hovudplagg, 20 skjorter, 15 jakker, 15 bukser og 5 par sko. Alle plagg og skopar som bedrifta leiger ut, er ulike.

a) Kor mange ulike antrekk er det mogleg å lage?

Tore leiger eit antrekk. Han har det litt travelt når han skal hente antrekket, og tek med seg 3 tilfeldige sko.

b) Bestem sannsynet for at Tore får med seg eit skopar.

I byen Draktenburg bur det 542 000 menneske.

c) Kva er det minste antalet nye plagg og/eller skopar Drakt & Søm må skaffe seg for at dei skal ha fleire moglege antrekk enn antalet menneske i Draktenburg?

Oppgave 2 (6 poeng)

Avgjer om kvar enkelt påstand nedanfor er sann eller usann. Forklar tydeleg korleis du har resonnert.

a) **Påstand:** Den gjennomsnittlege vekstfarten til funksjonen $f(x) = x^2 + 2$ i intervallet $[1, 4]$ er 5.

b) **Påstand:** Viss $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ og $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, så er $f(x) = g(x)$.

c) **Påstand:** For likninga $a^x = a^y$, der $a \in \mathbb{R}$, er løysinga alltid $x = y$.

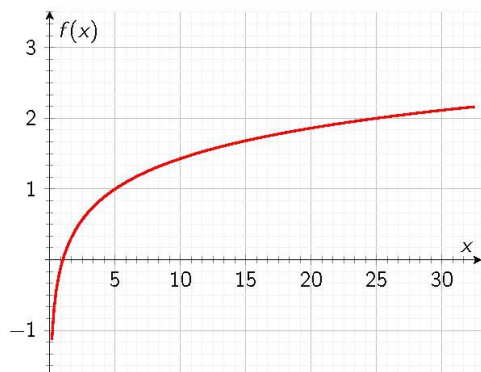
Oppgave 3 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedanfor ser du grafen til ein funksjon f gitt ved

$$f(x) = \log_a(x)$$

Bestem a .

Hugs å argumentere for at svaret ditt er rett.



Oppgave 4 (6 poeng)

Trollmat AS sel pakker med knekkebrød. I éi av 1000 pakker som blir selde, ligg det eit gåvekort. Ein kunde som finn eit gåvekort, vinn ei reise. Kvar reise har ein verdi på 5000 kroner. Knekkbrøda blir selde for 40 kroner per pakke, og dei kostar 10 kroner per pakke å produsere.

Hassan kjøper éi pakke knekkebrød kvar dag.

- a) Kor mange dagar tek det før sannsynet for at Hassan har vunne minst éi reise, er 20 %? Hugs å grunngi valet av sannsynsmodell.

Trollmat AS lanserer ei ny knekkebrødpakke som dei kallar «Gullknekk». I éi av 100 pakker med Gullknekk ligg det eit gåvekort. Det kostar 10 kroner å produsere ei pakke Gullknekk.

- b) Kva for ein pris må Trollmat AS ta betalt per pakke Gullknekk for å ha same overskot per pakke som for dei vanlege knekkebrøda?

Hassan endrar vanane sine og kjøper vanlege knekkebrødpakker på kvardagar og ei pakke Gullknekk kvar laurdag og sundag.

- c) Bruk simulering til å bestemme sannsynet for at Hassan vinn minst éi reise i løpet av 52 veker med dei nye kjøpsvanane sine.

Oppgave 5 (4 poeng)

Stephanie leiger ut parkeringsplassar. Ho leiger ut plassar for 1000 kroner per plass per månad. Med denne prisen er alle plassane utleigde. Dersom ho aukar prisen, vil antalet utleigde plassar minke med éin for kvar gong prisen aukar med 50 kroner. Dersom ho aukar prisen til 1500 kroner per plass, vil ho ha same inntekt som no.

- Vis at Stephanie har 30 parkeringsplassar.
- Kva er den største moglege månadlege inntekta som Stephanie kan få?

Oppgave 6 (6 poeng)

Bedrifta Skipsmotor AS ønskjer å optimalisere produksjonen av båtmotorar i Noreg. Inntektene og kostnadene ved produksjon og sal av x båtmotorar per år er gitt ved

$$I(x) = 250x - 0,5x^2$$

$$K(x) = 70x + 600$$

$I(x)$ og $K(x)$ er gitt i 1000 kroner.

- Bestem $I'(15)$. Gi ei praktisk tolking av svaret.
- Kor mange båtmotorar må Skipsmotor AS selje for at overskotet skal bli størst mogleg? Kor stort er dette overskotet?

Skipsmotor AS fryktar at høg produksjon vil føre til dårlegare kvalitet. Dei antek at dei 50 første motorane blir produserte utan feil, og at 10 % av motorane etter dette ikkje kan seljast.

- Bestem det største overskotet Skipsmotor AS kan få dersom denne antakinga er riktig.

Oppgave 7 (2 poeng)

Ein test for covid-19 har desse eigenskapane:

- Dersom ein person er smitta, så er det 99 % sikkert at testen vil vise dette.
- Dersom ein person ikkje er smitta, så er det 98 % sikkert at testen vil vise dette.

Gå ut frå at 99 % av befolkninga ikkje er smitta.

Ein tilfeldig vald person tek ein test, og testen viser at personen er smitta.

Bestem sannsynet for at personen faktisk har covid-19.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende teknologi er ikke tillatt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bruk en egnet strategi til å bestemme verdien som skrives ut når programmet nedenfor kjøres.

```
1  def O(x):
2      return -0.1*x**2 + 2000*x - 50000
3
4  x = 0
5
6  while O(x + 1) > O(x):
7      x = x + 1
8
9  print(x)
```

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningen

$$100^x - 3 \cdot 10^x = 4$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Finn grenseverdien hvis den eksisterer.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 18}$$

Oppgave 5 (4 poeng)

I en kasse ligger det 4 røde, 3 blå og 2 gule kuler. Audun tar tilfeldig to kuler fra kassen.

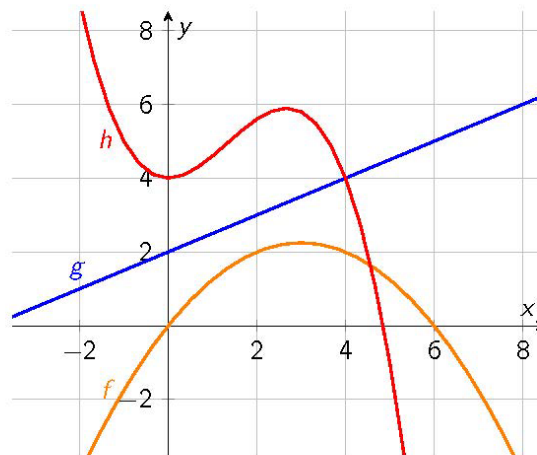
- Bestem sannsynligheten for at han tar to kuler med samme farge.
- Bestem sannsynligheten for at han tar nøyaktig én gul kule.

Oppgave 6 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor ser du grafene til tre funksjoner, f , g og h .

En av funksjonene har gjennomsnittlig vekstfart lik $\frac{1}{2}$ i intervallet $[0, 4]$, og derivert lik 1 når $x=1$.

Hvilken av funksjonene er dette? Husk å begrunne svaret ditt.



Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Bedriften Drakt & Søm leier ut komplette antrekk. Et antrekk består av et hodeplagg, en skjorte, en jakke, en bukse og et par sko. Bedriften har 10 hodeplagg, 20 skjorter, 15 jakker, 15 bukser og 5 par sko. Alle plagg og skopar som bedriften leier ut, er ulike.

a) Hvor mange forskjellige antrekk er det mulig å lage?

Tore leier et antrekk. Han har det litt travelt når han skal hente antrekket, og tar med seg 3 tilfeldige sko.

b) Bestem sannsynligheten for at Tore får med seg et skopar.

I byen Draktenburg bor det 542 000 mennesker.

c) Hva er minste antall nye plagg og/eller skopar Drakt & Søm må anskaffe for at de skal ha flere mulige antrekk enn antall mennesker i Draktenburg?

Oppgave 2 (6 poeng)

Avgjør om hver enkelt påstand nedenfor er sann eller usann. Forklar tydelig hvordan du har resonnert.

a) **Påstand:** Den gjennomsnittlige vekstfarten til funksjonen $f(x) = x^2 + 2$ i intervallet $[1, 4]$ er 5.

b) **Påstand:** Hvis $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ og $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, så er $f(x) = g(x)$.

c) **Påstand:** For likningen $a^x = a^y$, der $a \in \mathbb{R}$, er løsningen alltid $x = y$.

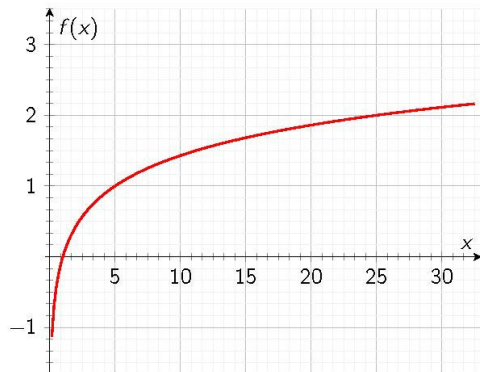
Oppgave 3 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor ser du grafen til en funksjon f gitt ved

$$f(x) = \log_a(x)$$

Bestem a .

Husk å argumentere for at svaret ditt er riktig.



Oppgave 4 (6 poeng)

Trollmat AS selger pakker med knekkebrød. I én av 1000 pakker som selges, ligger det et gavekort. En kunde som finner et gavekort, vinner en reise. Hver reise har en verdi på 5000 kroner. Knekkebrødene selges for 40 kroner per pakke, og de koster 10 kroner per pakke å produsere.

Hassan kjøper én pakke knekkebrød hver dag.

- a) Hvor mange dager tar det før sannsynligheten for at Hassan har vunnet minst én reise, er 20 %? Husk å begrunne valget av sannsynlighetsmodell.

Trollmat AS lanserer en ny knekkebrødpakke som de kaller «Gullknekk». I én av 100 pakker med Gullknekk ligger det et gavekort. Det koster 10 kroner å produsere en pakke Gullknekk.

- b) Hvilken pris må Trollmat AS ta betalt per pakke Gullknekk for å ha samme overskudd per pakke som for de vanlige knekkebrødene?

Hassan endrer vanene sine og kjøper vanlige knekkebrødpakker på hverdager og en pakke Gullknekk hver lørdag og søndag.

- c) Bruk simulering til å bestemme sannsynligheten for at Hassan vinner minst én reise i løpet av 52 uker med de nye kjøpsvanene sine.

Oppgave 5 (4 poeng)

Stephanie leier ut parkeringsplasser. Hun leier ut plasser for 1000 kroner per plass per måned. Med denne prisen er samtlige plasser utleid. Dersom hun øker prisen, vil antallet utleide plasser minke med én for hver gang prisen øker med 50 kroner. Hvis hun øker prisen til 1500 kroner per plass, vil hun ha samme inntekt som nå.

- a) Vis at Stephanie har 30 parkeringsplasser.
- b) Hva er den største mulige månedlige inntekten som Stephanie kan få?

Oppgave 6 (6 poeng)

Bedriften Skipsmotor AS ønsker å optimalisere produksjonen av båtmotorer i Norge. Inntektene og kostnadene ved produksjon og salg av x båtmotorer per år er gitt ved

$$I(x) = 250x - 0,5x^2$$

$$K(x) = 70x + 600$$

$I(x)$ og $K(x)$ er gitt i 1000 kroner.

- a) Bestem $I'(15)$. Gi en praktisk tolkning av svaret.
- b) Hvor mange båtmotorer må Skipsmotor AS selge for at overskuddet skal bli størst mulig? Hvor stort er dette overskuddet?

Skipsmotor AS frykter at høy produksjon vil føre til dårligere kvalitet. De antar at de 50 første motorene produseres uten feil, og at 10 % av motorene etter dette ikke kan selges.

- c) Bestem det største overskuddet Skipsmotor AS kan få dersom denne antakelsen er riktig.

Oppgave 7 (2 poeng)

En test for covid-19 har disse egenskapene:

- Dersom en person er smittet, så er det 99 % sikkert at testen vil vise dette.
- Dersom en person ikke er smittet, så er det 98 % sikkert at testen vil vise dette.

Anta at 99 % av befolkningen ikke er smittet.

En tilfeldig valgt person tar en test, og testen viser at personen er smittet.

Bestem sannsynligheten for at personen faktisk har covid-19.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!