

Del 1

Oppgave 1

a) Gitt polynomfunksjonen $f(x) = 2x^3 - x^2$.

1) Regn ut $f(1)$ og $f'(1)$.

2) Bruk 1) til å beskrive hvordan grafen til f ser ut i et lite område rundt punktet som har førstekoordinat $x = 1$.

b) Skriv så enkelt som mulig:

1) $(a-b)^2 + (a+b)(a-b)$

2) $\frac{a^2 \cdot (a \cdot b^2)^2}{(a^2)^3 \cdot b^3}$

3) $\lg(a^2 \cdot b) + \lg\left(\frac{1}{a \cdot b}\right)$

c) Løs likningene:

1) $3 \cdot 10^{3x} = 3000$

2) $2 \lg x - \lg\left(\frac{1}{x}\right) = 6$

d) Løs ulikheten

$$-3(x+1)(x-2) > 0$$

Oppgave 2

Den deriverte til en funksjon f er gitt ved $f'(x) = x^2 - 2x$.

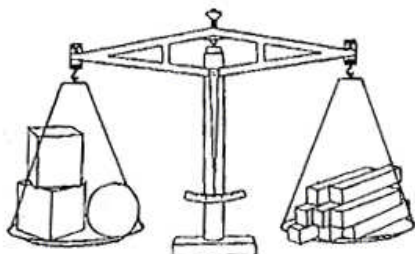
a) Skriv av og fyll ut tabellen nedenfor.

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$					

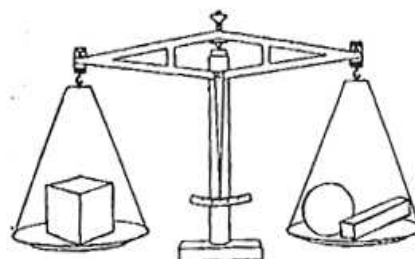
b) Tegn grafen til f' og bruk grafen til f' til å bestemme hvor grafen til f vokser, og hvor den avtar.

Oppgave 3

Per og Kari leker med terninger, kuler og stavformete klosser. To ganger klarer de å balansere en skålvækt. Den første gangen ligger det to terninger og én kule i den ene skåla og åtte staver i den andre. Den andre gangen ligger det én terning i den ene skåla og én kule og én stav i den andre. Se figurene under.



Figur 1



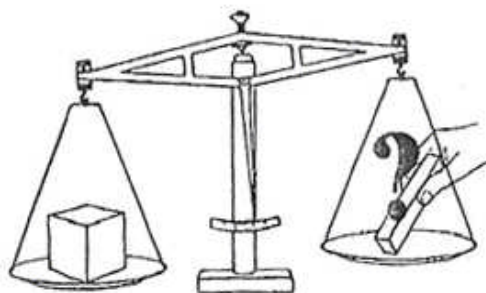
Figur 2

La x være vekten til én terning, la y være vekten til én kule, og la z være vekten til én stav.

a) Skriv opp en likning som passer til figur 1, og en likning som passer til figur 2.

Den tredje gangen legger de én terning i den ene skåla og bare staver i den andre skåla. Se figur 3.

b) Hvor mange staver må de nå legge i skåla for å balansere vekten?



Figur 3

Del 2

Oppgave 4

En bedrift har utviklet en medisin til behandling av en sykdom. Bedriften anslår at 80% av pasientene som bruker medisinen, blir friske. Vi bruker dette anslaget i utregningene nedenfor.

20 tilfeldig utvalgte pasienter får medisinen.

- Skriv opp en formel for sannsynligheten for at akkurat x av de 20 pasientene blir friske.
- Finn sannsynligheten for at akkurat 15 av pasientene blir friske.
- Finn sannsynligheten for at minst 15 av pasientene blir friske.
- Bestem x slik at sannsynligheten for at minst x pasienter blir friske, er større enn 0,9.

Oppgave 5

Kostnaden K og inntekten I ved produksjon og salg av x enheter av en vare er gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 200x$$

$$I(x) = -0,3x^2 + 400x$$

Vi antar at produksjonen er mindre enn 500 enheter. Både kostnaden og inntekten oppgis i kroner.

- Finn kostnaden og inntekten når bedriften produserer og selger 300 enheter. Hvor stort blir overskuddet?
- Bestem et uttrykk for overskuddsfunksjonen P . Løs likningen $P(x) = 0$.
- Bruk derivasjon til å finne den produksjonen som gir størst overskudd. Hvor stort er det største overskuddet?

Oppgave 6

Nedenfor følger et sett med ulikheter:

$$x > 0$$

$$y > \frac{2}{x} + 2$$

$$2y - 16 < -4x$$

- a) Lag et koordinatsystem og skraver/fargelegg det området som er avgrenset av ulikhetene.

Vi studerer følgende situasjon:

Et laboratorium skal analysere vannprøver. Det har kapasitet til å utføre inntil 570 slike analyser. En uerfaren assistent og en erfaren tekniker deler på arbeidet. Assistenten analyserer 4 prøver per time, og teknikeren analyserer 6 prøver per time. Det kan brukes inntil 120 timer på analysene. Teknikeren kan ikke bruke mer enn 70 timer på analysen av disse vannprøvene.

- b) Bestem et sett med ulikheter som beskriver betingelsene i teksten over.
- c) Lag et koordinatsystem og skraver/fargelegg det området som er avgrenset av ulikhetene i b).

Assistenten lønnes med 100 kroner per time, og teknikeren lønnes med 175 kroner per time. De får i oppdrag å analysere 570 vannprøver. Ellers gjelder de samme betingelsene som i spørsmål b).

- d) Hvor mange timer må assistenten arbeide, og hvor mange timer må teknikeren arbeide for at de to til sammen skal tjene mest mulig?

Oppgave 7

*Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved vurderingen.*

*(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)*

Alternativ I

Ved en kjemisk reaksjon i en sur løsning endrer konsentrasjonen av et stoff seg med tida. Konsentrasjonen, målt i millimol per liter, etter t sekunder er gitt ved

$$f(t) = 3,00 - 3,00 \cdot 10^{-0,0007 t}$$

- Tegn grafen til f når $t \leq 3600$.
- Bestem ved regning hvor lang tid det tar før konsentrasjonen er 2 millimol per liter.
- Bestem ved regning den gjennomsnittlige veksthastigheten de 10 første minuttene.
- Finn en tilnærmet verdi for den momentane veksthastigheten når $t = 600$.
- Vi lar den sure løsningen stå i mange timer. Bruk modellen til å avgjøre hvilken konsentrasjon vi da kan vente oss.

Alternativ II

I deler av denne oppgaven er det en fordel å bruke digitalt verktøy.

Prisindeks er et mål for pris. Tabellen viser hvordan prisindeksen for leiligheter i Stavanger varierte i perioden fra 1. kvartal 2008 til 2. kvartal 2009. Ett år deles inn i fire kvartaler som hvert er på tre måneder.

Tidspunkt	1. kvartal 2008	2. kvartal 2008	3. kvartal 2008	4. kvartal 2008	1. kvartal 2009	2. kvartal 2009
x	0	1	2	3	4	5
Prisindeks	100	99,2	96,5	89,7	93,3	97,9

Vi lar x være antall kvartaler etter 1. kvartal i 2008.

- Bruk digitalt verktøy og finn en 4. gradsfunksjon f som passer best mulig med dataene i tabellen.
 - Tegn grafen til f i et koordinatsystem sammen med punktene som er gitt i tabellen. Bruk x -verdier fra 0 til 8 og y -verdier fra 80 til 120. Hvordan synes du funksjonen passer?
 - Bruk derivasjon til å bestemme når prisen på leiligheter vil nå sitt høyeste nivå, ut fra funksjonen i a). Hvilken prisindeks gir funksjonen da?
- d)
- Vis at det også finnes en 3. gradsfunksjon g som gir en god tilnærming til dataene i tabellen over.
 - Hvilke tall gir de to funksjonene f og g for prisindeksen på leiligheter i 2. kvartal 2010?