DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Vi har funksjonen $f(x) = 2x^3 - 5x + 2$

1) Deriver funksjonen.

2) Bestem $f'(1)$. Hva forteller svaret deg om grafen til f?

b) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{3}{2x+4} - \frac{2-x}{3x+6}$$

c) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2^{-1} \cdot a \cdot b^{-1}}{4^{-1} \cdot a^{-2} \cdot b^{2}}$$

d) Skriv så enkelt som mulig

$$\lg\left(a^2 \cdot b\right) + \lg\left(a \cdot b^2\right) + \lg\left(\frac{a}{b^3}\right)$$

e) En familie på to voksne og to barn betalte til sammen 220 kroner for å komme inn på et arrangement. En annen voksen og tre barn betalte til sammen 190 kroner.

Hva kostet én barnebillett, og hva kostet én voksenbillett?

f) Vi har gitt funksjonene $f(x) = x^2 - x - 2$ og $g(x) = x + 1$

Regn ut koordinatene til skjæringspunktene mellom grafen til f og grafen til g.

g) Vi har gitt sammenhengen

$$a + ab + b^2 = 1$$

Finn a uttrykt ved b. Skriv svaret så enkelt som mulig.

h) Løs ulikheten

$$-2x^2 - 4x + 6 \geq 0$$

i) Tegn grafen til funksjonen

$$f(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{når} \quad x \geq 0$$

Oppgave 2 (6 poeng)

a) Regn ut binomialkoeffisienten $\binom{8}{3}$

En gruppe på 8 elever består av like mange gutter som jenter.
Vi trekker tilfeldig ut 3 elever.

b) Hva er sannsynligheten for å trekke ut 2 gutter og 1 jente?

c) Hva er sannsynligheten for å trekke ut minst 1 jente?

Hypergeometrisk sannsynlighetsfordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D. $n - m$ elementer i $\overline{D}$.
r elementer trekkes tilfeldig.
X er antall elementer som trekkes fra D.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 3 (5 poeng)

Langs en del av kysten regner man med at 30 % av all ørret er smittet av en bestemt sykdom. Vi fanger 5 tilfeldige ørreter.

a) Hva må vi anta for å kunne bruke binomiske sannsynligheter i denne situasjonen?

b) Finn sannsynligheten for at

1) alle 5 er smittet

2) akkurat 3 er smittet

3) høyst 3 er smittet

4) minst 1 er smittet

Oppgave 4 (6 poeng)

Et beløp ble satt inn på en bankkonto. Kapitalen K på kontoen t år etter at beløpet ble satt inn, er

$$K(t) = 30\,000 \cdot 1{,}035^t$$

a)

1) Hvor stort beløp ble satt inn?

2) Hvor mye sto det på kontoen etter 8 år?

b) Hvor lang tid tok det før beløpet på kontoen hadde økt til 40 000 kroner?

c) Finn den gjennomsnittlige vekstfarten de 15 første årene.

Oppgave 5 (10 poeng)

En bedrift produserer og selger x enheter av en vare per uke. De ukentlige produksjons-kostnadene K er

$$K(x) = 0{,}2x^2 + 20x + 20\,000 \quad , \quad x \in \langle 0,\ 1000 \rangle$$

Salgsprisen P på varen er

$$P(x) = 300 - 0{,}1\,x$$

Både $K(x)$ og $P(x)$ er gitt i kroner.

a) Finn et uttrykk $I(x)$ for bedriftens inntekt I per uke.

b) Tegn grafen til kostnadsfunksjonen K og grafen til inntektsfunksjonen I i det samme koordinatsystemet.

c) For hvilke verdier av x går bedriften med overskudd?

d)

1) Vis at uttrykket for overskuddsfunksjonen O kan skrives

$$O(x) = -0{,}3x^2 + 280x - 20\,000$$

2) Undersøk hva x må være for at overskuddet skal bli størst mulig.

3) Hva er prisen for varen når overskuddet er størst? Hvor stort er overskuddet da?

Oppgave 6 (7 poeng)

I denne oppgaven skal du bruke lineær optimering.

En leketøysfabrikk lager to populære leker, en dukke og en lekebil.

Fabrikken har tre avdelinger, én for produksjon, én for maling og én for montering av lekene.

Nedenfor ser du en oversikt over nødvendig tidsbruk per leke og antall arbeidstimer som kan brukes i hver av de tre avdelingene.

Avdeling	Antall arbeidstimer per dukke	Antall arbeidstimer per lekebil	Antall tilgjengelige arbeidstimer i alt
Produksjon	0,5	0,25	700
Maling	1	0,25	1 100
Montering	0,2	0,5	1 200

Hver dukke kan selges for 900 kroner, mens hver lekebil kan selges for 300 kroner.
Vi forutsetter at alt som produseres, blir solgt.

a) Hvor mange av hver leke vil du anbefale fabrikken å lage når de ønsker at den totale inntekten skal bli så høy som mulig?

(Denne oppgaven teller som tre delspørsmål.)

b) Hva er den største inntekten fabrikken kan oppnå?

Oppgave 7 (8 poeng)

Tre bakere skal bake brød.

La x være antall kilogram hvetemel som skal brukes.

a) Baker nr. 1 tar halvparten av hvetemelet, pluss et halvt kilogram.

Forklar at baker nr. 1 tar $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$ kg hvetemel, og at det er igjen $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)$ kg hvetemel.

b) Baker nr. 2 tar halvparten av det hvetemelet som er igjen, pluss et halvt kilogram.

Forklar at baker nr. 2 tar $\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)$ kg hvetemel, og at det er igjen $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)$ kg hvetemel.

c) Baker nr. 3 tar halvparten av det hvetemelet som er igjen, pluss et halvt kilogram.

Forklar at baker nr. 3 tar $\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right)$ kg hvetemel.

Etter at de tre bakerne har tatt hvetemelet sitt, er det 1 kg hvetemel igjen.

d) Forklar at $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right) = x-1$

Bestem x.