DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Løs likningene

a) $2\lg x + 3 = 5$

b) $2x^2 + 2x = 12$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løs likningssystemet ved regning

$$\begin{bmatrix} y = 6 - x^2 \\ y + 4 = -3x \end{bmatrix}$$

Oppgave 3 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{2^{-3} \cdot a^0 \cdot (a \cdot b)^2}{2^{-4} \cdot a^{-1} \cdot b^2}$

b) $\lg(a \cdot b)^2 - \lg\left(\dfrac{a^3}{b^2}\right) + \lg\left(a \cdot b^2\right)$

Oppgave 4 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$$

a) Lag en skisse av grafen til f.

b) Bestem gjennomsnittlig veksthastighet for funksjonen fra $x = 4$ til $x = 7$.

Oppgave 5 (8 poeng)

a) Skriv opp de ni første radene av Pascals talltrekant.

b) Bruk Pascals talltrekant til å bestemme binomialkoeffisientene $\binom{2}{0}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{5}{2}$ og $\binom{8}{3}$

I oppgavene nedenfor kan du få bruk for denne formelen:

Hypergeometrisk fordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D. $n-m$ elementer i $\overline{D}$. r elementer trekkes tilfeldig. X er antall elementer som trekkes fra D.

Fra en gruppe med 3 gutter og 5 jenter skal det velges en komité på 3 elever ved loddtrekning.

c) Bestem sannsynligheten for at det blir 1 gutt og 2 jenter i komiteen.

Fra en gruppe med 8 elever skal det velges en komité. Du får vite at komiteen kan settes sammen på 28 ulike måter.

d) Hvor mange elever kan det være i komiteen?

Oppgave 6 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + x^2 - 12x + 1$$

a) Bestem $f'(x)$

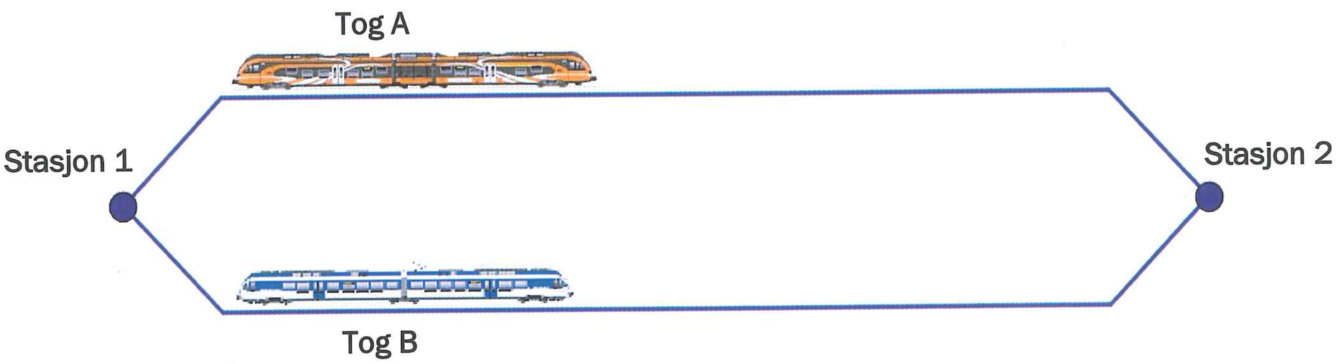
b) Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$. Bruk denne til å avgjøre hvor grafen til f stiger, og hvor den synker.

Oppgave 7 (2 poeng)

Tog A og tog B starter samtidig fra stasjon 1. De kjører på hvert sitt spor til stasjon 2. Kjørelengden er 120 km for begge togene.

Gjennomsnittsfarten til tog A er v km/h, og dette toget bruker t timer på strekningen mellom stasjonene.

Gjennomsnittsfarten til tog B er 20 km/h større enn til tog A, og tog B bruker én time kortere tid enn tog A.



Forklar at vi kan sette opp likningssystemet

$$\begin{bmatrix} v \cdot t = 120 \\ (v+20)\cdot(t-1) = 120 \end{bmatrix}$$

Bestem gjennomsnittsfarten til hvert av togene.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

En epledyrker har funnet ut at 80 % av eplene han plukker, har god nok kvalitet til at de kan selges til vanlig forbruk. Resten går til produksjon av eplesaft, syltetøy og lignende.

a) En dag plukker han 70 epler. Bestem sannsynligheten for at akkurat 60 av disse kan selges til vanlig forbruk.

b) Bestem sannsynligheten for at minst 60 av disse eplene kan selges til vanlig forbruk.

Epledyrkeren selger epler fra en kasse som inneholder 80 epler av sort A og 100 epler av sort B. Eplene er lagt tilfeldig ned i kassen.

c) En kunde kjøper 20 epler. Bestem sannsynligheten for at kunden får akkurat 10 av hver sort når eplene trekkes ut tilfeldig.

Oppgave 2 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom høyden over havet målt i kilometer og lufttrykket målt i hektopascal (hPa), under visse betingelser.

Høyde x (km over havet)	0	1,10	2,10	4,20	6,00
Lufttrykk $p(x)$ (hPa)	1013	900	800	600	500

a) Bruk eksponentiell regresjon til å bestemme en modell $p(x)$ som viser lufttrykket som funksjon av høyden x over havet.

b) Titicacasjøen ligger 3,8 km over havet på grensen mellom Peru og Bolivia.
Bruk modellen $p(x)$ og bestem lufttrykket i denne høyden.

c) Bestem ved regning hvor høyt vi er over havet når vi måler lufttrykket til 700 hPa.

Oppgave 3 (10 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 4x^2$$

a) Tegn grafen til f når $x \in \langle -2{,}5\ ,\ 2{,}5 \rangle$

b) Bestem ved regning grafens skjæringspunkter med koordinataksene.

c) Bruk $f'(x)$ til å avgjøre hvor grafen til f stiger, og hvor den synker.
Bestem koordinatene til topp- og bunnpunkter på grafen til f.

En annen funksjon g er gitt ved

$$g(x) = ax^2 \text{, der } a \text{ er en konstant.}$$

Grafen til g skal gå gjennom de to bunnpunktene på grafen til f.

d) Bestem a.

e) Tegn grafen til g i samme koordinatsystem som grafen til f.

Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift produserer to typer laksefôr, Godlaks og Gladlaks.
Begge fôrtypene inneholder stoffene A og B.

- For å lage 1 tonn av fôret Godlaks blandes 300 kg av stoffet A og 700 kg av stoffet B.
- For å lage 1 tonn av fôret Gladlaks blandes 600 kg av stoffet A og 400 kg av stoffet B.
- Bedriften kan hver uke få kjøpt inntil 20 tonn av stoffet A og inntil 18 tonn av stoffet B.
- Den maksimale produksjonsmengden er inntil 35 tonn laksefôr per uke.

Bedriften produserer x tonn av fôret Godlaks og y tonn av fôret Gladlaks hver uke.

a) Forklar at x og y må oppfylle ulikhetene

$$\begin{aligned}
&x \geq 0\,,\ \ y \geq 0 \\
&0{,}3x + 0{,}6y \leq 20 \\
&0{,}7x + 0{,}4y \leq 18 \\
&x + y \leq 35
\end{aligned}$$

Marker det området som x og y må tilhøre i et koordinatsystem.

Bedriften selger hele produksjonen. Salgsprisen for fôret Godlaks er 5 000 kroner per tonn, mens fôret Gladlaks selges for 8 500 kroner per tonn.

b) Hvor mye må bedriften produsere av hver fôrtype for at salgsinntekten per uke skal bli størst mulig? Bestem denne salgsinntekten.

Oppgave 5 (9 poeng)

En bedrift har funnet ut at de samlede kostnadene f ved å produsere x enheter av en vare er gitt ved

$$f(x) = 55 + 0{,}01\,x^2$$

a) De samlede kostnadene må ikke overstige 200. Hvor mange enheter kan bedriften da høyst produsere?

b) Hele produksjonen blir solgt. Salgsinntekten g er gitt ved

$$g(x) = 1{,}6\,x$$

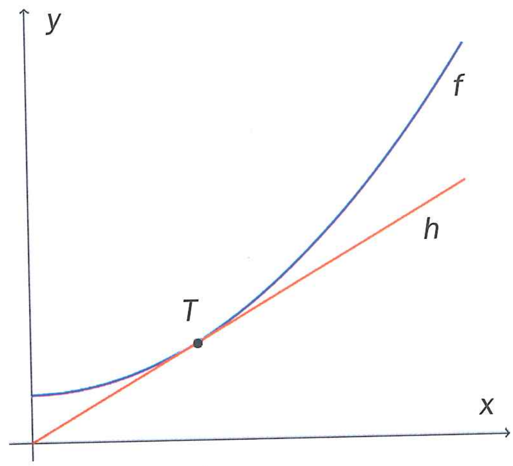
Hvilke produksjonsmengder gir overskudd for bedriften? Hvilken produksjonsmengde gir størst overskudd? Hvor stort er dette overskuddet?

Hvis prisen per enhet er p, kan salgsinntekten skrives som

$$h(x) = p \cdot x$$

Bedriften vil undersøke hvor lavt prisen kan settes dersom det skal være mulig å oppnå balanse mellom kostnader og inntekter.

c) Forklar at vi kan bestemme denne minsteprisen når grafen til h tangerer grafen til f. Se figuren.



Det kan vises at den minste prisen som vil gi balanse, er $p \approx 1{,}48$.

d) Forklar at prisen er minst når $p = f'(a)$, der a er førstekoordinaten til tangeringspunktet T på figuren. Bruk dette til å bestemme hvor mange enheter det produseres og selges når prisen er minst.

e) Likningen $f(x) = h(x)$ kan omformes til $0{,}01x^2 - px + 55 = 0$.
Bestem en verdi for p som gjør at denne likningen har bare én løsning. Forklar hvorfor denne verdien er den minste prisen som vil gi balanse.