Utdanningsdirektoratet

Eksempeloppgave 2014

REA3026 Matematikk S1
Eksempel på eksamen våren 2015 etter ny ordning

Ny eksamensordning

Del 1:
3 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:
2 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Graftegner
- CAS

Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Del 1 skal føres på papir. Du kan ikke bruke datamaskin. Bruk blå eller svart penn når du skriver for hånd. Del 2 kan føres på papir. Dersom du velger å skrive besvarelsen av Del 2 for hånd, skal utskrifter fra CAS og graftegner følge med, merkes som vedlegg og refereres til i besvarelsen. Du kan også velge å bruke datamaskin på hele Del 2, samle alle løsninger i ett dokument og levere som utskrift. For skoler som ønsker det, kan Del 2 gjennomføres som IKT-basert eksamen. Alle løsninger skal da samles i én fil og leveres digitalt.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Minnepinner, www.nexlan.no (24.02.2012) • Alle figurer, Utdanningsdirektoratet

DEL 1: 3 timer, 36 poeng

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål
og vinkelmåler er tillatt

Oppgave 1 (2 poeng)

a) Bestem $f'(x)$ når $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$

b) Bestem $g'(2)$ når $g(x) = 3x^3 - 3$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{2^{-1} \cdot a \cdot b^{-1}}{4^{-1} \cdot a^{-2} \cdot b^2}$

b) $\lg(a^2 \cdot b) + \lg(a \cdot b^2) + \lg\left(\dfrac{a}{b^3}\right)$

c) $\dfrac{3a^2 - 75}{6a + 30}$

Oppgave 3 (2 poeng)

Bruk konjugatsetningen (3. kvadratsetning) til å regne ut

a) $\dfrac{61^2 - 39^2}{51^2 - 49^2}$

b) $1997 \cdot 2003 - 1993 \cdot 2007$

Oppgave 4 (2 poeng)

Funksjonene $f(x) = x^2 - x - 2$ og $g(x) = x + 1$ er gitt.

Bestem koordinatene til skjæringspunktene mellom grafen til f og grafen til g.

Oppgave 5 (4 poeng)

Løs likningene

a) $3x^2 = 18 - 3x$

b) $3 \cdot 2^x = 24$

c) $3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 = 3^x$

Oppgave 6 (3 poeng)

a) Bestem en formel for x uttrykt ved a, y og b når $y = a \cdot b^x$.

b) Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y = x^2 - 3x - 2 \\ y + 2 = 2x \end{bmatrix}$$

Oppgave 7 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem $f'(x)$.

b) Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$ og bruk denne til å finne topp- og bunnpunktet på grafen til f. Lag en skisse av grafen til f.

Oppgave 8 (2 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen til den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x + 2$.

Oppgave 9 (2 poeng)

Nedenfor er det gitt tre påstander.

1) $x^2+5x+6=0 \Rightarrow x=-2$

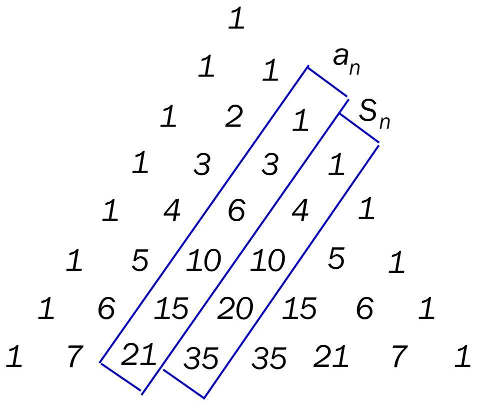
2) $x^2+5x+6=0 \Leftarrow x=-2$

3) $x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow x=-2$

Avgjør hvilken av disse påstandene som er riktig. Begrunn svaret ditt.

Oppgave 10 (4 poeng)

På figuren er det tegnet et utsnitt av Pascals trekant. Vi har markert trekanttallene a_n og delsummene S_n av disse.



a) Skriv av og fyll ut tabellen.

n	a_n	a_n	S_n	S_n
1	1	$\binom{2}{2}$	1	$\binom{3}{3}$
2	3	$\binom{3}{2}$	4	
3	6		10	$\binom{5}{3}$
4	10		20	
5	15		35	

b) Se på mønsteret i tabellen, og foreslå hvordan vi kan skrive a_n og S_n som binomialkoeffisienter.

Oppgave 11 (3 poeng)

To ulike typer minnepinner har forskjellig lagringskapasitet. Én minnepinne av type 1 og tre av type 2 har en lagringskapasitet på til sammen 100 Gb (gigabyte). To minnepinner av type 1 og fire av type 2 har en lagringskapasitet på til sammen 144 Gb.

Totalt: 100 Gb

Totalt: 144 Gb

Bestem lagringskapasiteten til type 1 og lagringskapasiteten til type 2.

Oppgave 12 (2 poeng)

En funksjon f er gitt ved:

$$f(x) = \frac{2x-4}{x-1} \quad , \quad D_f = \langle -3, 5 \rangle \setminus \{1\}$$

Tegn grafen til f.

Oppgave 13 (3 poeng)

Vi har gitt ulikhetene

$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$x + 2y \leq 6$$
$$2x + y \leq 6$$

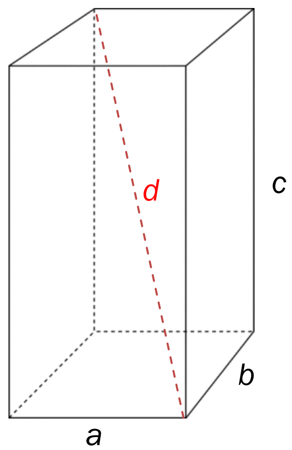
Tegn ulikhetene inn i et koordinatsystem. Skraver det området i koordinatsystemet som tilfredsstiller *alle* ulikhetene.

DEL 2: 2 timer, 24 poeng

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett
og andre verktøy som tillater kommunikasjon

Oppgave 1 (4 poeng)

Et rett prisme har sidene *a*, *b* og *c*. Volumet er 200, diagonalen d (inne i prismet) er $\sqrt{141}$ og overflaten er 220. Se skissen nedenfor.



a) Vis at vi kan stille opp følgende likningssystem utfra opplysningene om prismet.

$$\begin{bmatrix} abc = 200 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 141 \\ ab + bc + ac = 110 \end{bmatrix}$$

b) Bruk CAS til å bestemme lengden av sidene a, b og c.

Oppgave 2 (5 poeng)

Et bakeri lager og selger et populært brød. Tabellen under viser sammenhengen mellom antall bakte brød x og kostnadene $K(x)$.

x	50	100	150	200	250
$K(x)$	190	280	489	878	1323

a) Bruk graftegner til å vise at

$$K(x) = 0{,}025x^2 - 1{,}9x + 218$$

er en god modell for kostnadsfunksjonen.

b) Utsalgsprisen per brød settes til 14 kroner. Vis at bakeriet vil få et overskudd på

$$O(x) = -0{,}025x^2 + 15{,}9x - 218$$

ved produksjon og salg av x brød.

c) Bruk graftegner til å bestemme antallet brød som gir størst overskudd. Hvor stort blir dette overskuddet?

Oppgave 3 (4 poeng)

Abelkonkurransen er en matematikkonkurranse i skolen. Den består av 20 spørsmål der hvert spørsmål har 5 svaralternativer. Vi vil i dette tilfellet trekke ut våre 20 svar helt tilfeldig uten å løse oppgavene.

a) Begrunn hvorfor vi kan se på denne trekningen som et binomisk forsøk.

b) Bestem sannsynligheten for å få akkurat 5 rette svar.

c) Bestem sannsynligheten for å få minst 5 rette hvis vi trekker ut svarene tilfeldig.

Oppgave 4 (5 poeng)

En forhandler selger pukk og veigrus til de lokale entreprenørene.

- Han kan importere maks 900 t veigrus og 1000 t pukk.
- Han kan bare importere til sammen $1000\,\text{m}^3$ pukk og veigrus.
- $1\,\text{m}^3$ veigrus veier 1,60 t, og $1\,\text{m}^3$ pukk veier 1,36 t.

La x være antall tonn veigrus som blir importert, og y antall tonn pukk.

a) Forklar at opplysningene ovenfor gir oss følgende ulikheter:

$$0 \leq x \leq 900$$
$$0 \leq y \leq 1000$$
$$1{,}36x + 1{,}60y \leq 2176$$

Forhandleren selger veigrus til 74 kroner per tonn. Inntektene ved salg av x tonn veigrus og y tonn pukk er gitt ved

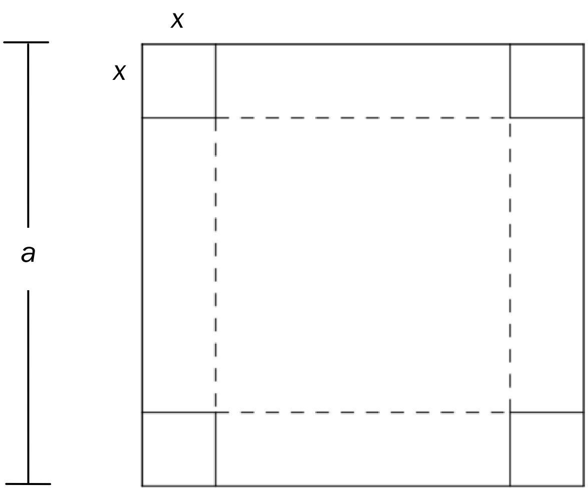
$$F(x, y) = 74x + 106y$$

b) Hva er utsalgsprisen for pukk?

c) Hvor mange tonn veigrus og pukk bør forhandleren kjøpe for å få størst inntekter?

Oppgave 5 (4 poeng)

En bedrift lager esker av papp som er formet som et kvadrat med side $a > 0$. Et kvadrat med side x klippes av i hvert hjørne.



a) Vis at volumet av esken kan skrives som

$$V(x) = (a - 2x)^2 \cdot x$$

b) Bestem x uttrykt ved a slik at volumet av esken blir størst mulig. Bestem det største volumet.

Oppgave 6 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 - bx - 2$$

Grafen til f har et toppunkt i $(2, f(2))$ og en tangent med stigningstall lik 2 i punktet $(1, f(1))$.

Bestem de eksakte verdiene for tallene a og b.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet