Utdanningsdirektoratet

Eksamen

20.05.2019

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 3 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Vedlegg:	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du — viser rekneferdigheiter og matematisk forståing — gjennomfører logiske resonnement — ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar — kan bruke formålstenlege hjelpemiddel — forklarer framgangsmåtar og grunngir svar — skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar — vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv.: — Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Løys likningane

a) $3^{x-5} = 81$

b) $x^2 - 7x + 10 = 0$

c) $\lg(x+3) - \lg x = 1$

Oppgåve 2 (6 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

a) $\dfrac{16^2 \cdot 27^3}{72^2 \cdot 12}$

b) $\dfrac{x-2}{x-1} - \dfrac{x}{x+1} - \dfrac{2x}{x^2-1}$

c) $\lg\left(\dfrac{2}{x^2}\right) + \lg(2x^2) + \lg x - \lg(4x)$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{aligned} x^2 + 2y &= 13x \\ 3x - y &= -5 \end{aligned}$$

Oppgåve 4 (3 poeng)

Pål og vennene hans pleier kvar fredag å kjøpe brus og pølser i kiosken på hjørnet. Ein fredag kjøpte dei til saman 6 flasker brus og 4 pølser. Det kosta 170 kroner. Neste fredag kjøpte dei 5 flasker brus og 10 pølser. Det kosta 275 kroner.

a) Set opp eit likningssystem som passar med situasjonen ovanfor.

b) Bestem prisen for éin brus og prisen for éi pølse.

Oppgåve 5 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 3x$$

a) Bestem $f'(1)$. Kva fortel dette talet deg?

b) Grunngi at grafen til f berre har tangentar med positivt stigingstal.

Funksjonen f har momentan vekstfart lik 15 for to x-verdiar.

c) Bestem desse x-verdiane.

Oppgåve 6 (4 poeng)

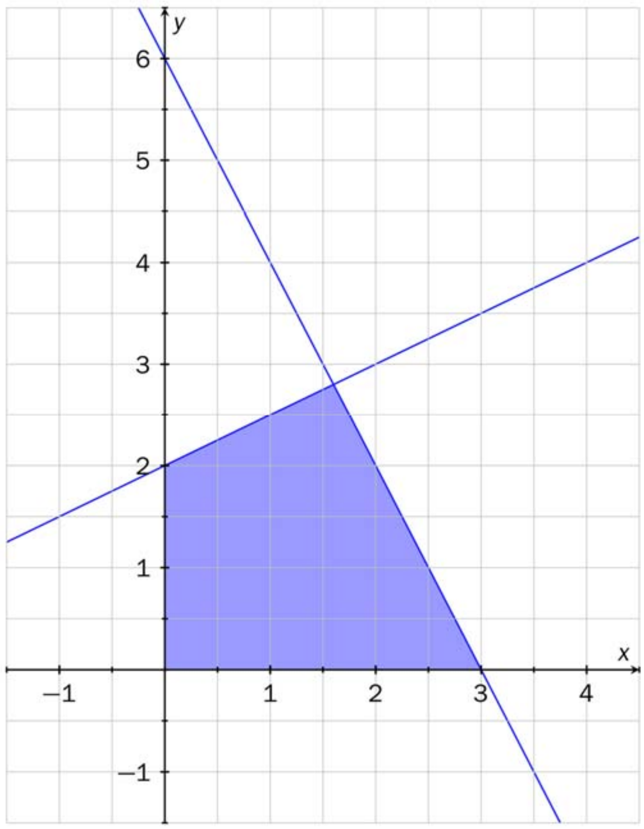
I TV-programmet «Mesternes mester» er det ti deltakarar. Det er fem kvinner og fem menn. Deltakarane konkurrerer mot kvarandre og blir slått ut éin etter éin. Til slutt er det tre deltakarar igjen. Desse tre er i finalen.

a) Kor mange ulike grupper på tre deltakarar kan komme til finalen?

b) Kor mange av gruppene du fann i oppgåve a), inneheld fleire kvinner enn menn?

Oppgåve 7 (6 poeng)

Figuren nedanfor viser eit blått område som er avgrensa av lineære ulikskapar.



a) Bestem ulikskapane som avgrensar området.

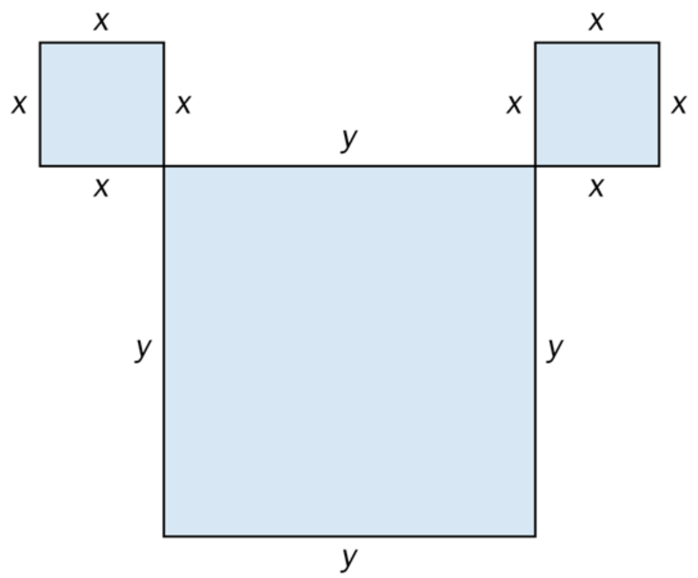
b) Bestem den største verdien størrelsen $3x + y$ kan ha når $(x,\ y)$ ligg i det blå området.

Ein størrelse $y - ax$ skal ha størst verdi i punktet $(0, 2)$ når $(x,\ y)$ ligg i det blå området.

c) Bestem den minste verdien talet a kan ha da.

Oppgåve 8 (4 poeng)

Figuren nedanfor er sett saman av tre kvadrat. To av kvadrata er like store. Omkretsen av heile figuren er 12.



a) Vis at det samla arealet A av figuren er gitt ved

$$A(x) = 6x^2 - 12x + 9$$

b) Bestem x og y slik at det samla arealet av figuren blir minst mogleg.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (8 poeng)

På grunn av streik har bakarmeister Snipp avgrensa tilgang på råvarer. Ein dag har han til rådvelde

- 50 kg mjøl
- 7 kg sukker
- 8,5 kg smør

Han lagar kaker av type A og B. Tabellen nedanfor viser ingrediensane i éi kake for kvar av dei to kaketypane.

Kaketype	Mjøl	Sukker	Smør
A	300 g	100 g	125 g
B	500 g	50 g	50 g

La x vere talet på kaker han baker av type A, og y talet på kaker han baker av type B, denne dagen.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikskapane

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 3x+5y &\leq 500 \\ 2x+y &\leq 140 \\ 5x+2y &\leq 340 \end{aligned}$$

b) Skraver i eit koordinatsystem området som er avgrensa av ulikskapane.

Bakarmeister Snipp har ei forteneste på 160 kroner per kake for kaker av type A og 120 kroner per kake for kaker av type B.

c) Kor mange kaker av kvar type må han bake for at fortenesta skal bli størst mogleg? Kva blir fortenesta da?

Ein dag er ein av omnane han bruker til å steike kaker av type B i, i ustand. Det gjer at han kan lage maks 70 kaker av type B denne dagen.

d) Kor mange kaker av kvar type må han bake denne dagen for at fortenesta skal bli størst mogleg?

Oppgåve 2 (8 poeng)

Ei bedrift produserer luer. Bedrifta har kartlagt den årlege etterspørselen i ein by med 20 000 innbyggjarar, det vil seie kor mange luer dei kan få selt per år i denne byen. Etterspørselen er avhengig av prisen. Tabellen nedanfor viser resultatet av kartlegginga.

Pris per lue (x kroner)	100	150	200	250	300
Årleg etterspørsel (Q einingar)	850	660	490	370	280

a) Bruk regresjon til å bestemme den funksjonen av typen $Q(x) = a \cdot b^x$ som passar best med tala i tabellen.

I resten av oppgåva går vi ut frå at E gitt ved

$$E(x) = 1500 \cdot 0{,}995^x$$

er ein god modell for den årlege etterspørselen når prisen x er mellom 50 og 500 kroner.

b) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til E for $50 \leq x \leq 500$.

c) Kva må prisen per lue vere dersom bedrifta skal kunne rekne med å selje meir enn 1000 luer per år i denne byen?

Bedrifta har eit ønske om å selje luer for til saman 100 000 kroner i løpet av eitt år.

d) Kva pris bør dei da setje for ei lue?

Oppgåve 3 (8 poeng)

På ein arbeidsplass er det tolv kvinner og åtte menn. Kvar månad arrangerer dei eit lotteri. Det går føre seg på den måten at alle legg éin lapp med namnet sitt på i ei eske. Dei trekkjer så ut tre tilfeldige lappar frå eska. Lappane blir ikkje lagde tilbake mellom kvar gong dei trekkjer. Dei tre som blir trekte ut, vinn ein kinobillett kvar.

a) Vis at sannsynet er $p \approx 0,2947$ for at nøyaktig to av dei tre vinnarane er menn.

I løpet av eit år blir det arrangert tolv slike lotteri.

b) Bestem sannsynet for at nøyaktig to av vinnarane er menn i seks av dei tolv lotteria.

c) Bestem sannsynet for at fleirtalet av vinnarane er kvinner i minst halvparten av lotteria.

d) Bestem sannsynet for at dei tre vinnarane har same kjønn i minst eitt av dei tolv lotteria.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 3 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Vedlegg:	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du — viser regneferdigheter og matematisk forståelse — gjennomfører logiske resonnementer — ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner — kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler — forklarer framgangsmåter og begrunner svar — skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger — vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv.: — Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Løs likningene

a) $3^{x-5} = 81$

b) $x^2 - 7x + 10 = 0$

c) $\lg(x+3) - \lg x = 1$

Oppgave 2 (6 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{16^2 \cdot 27^3}{72^2 \cdot 12}$

b) $\dfrac{x-2}{x-1} - \dfrac{x}{x+1} - \dfrac{2x}{x^2-1}$

c) $\lg\left(\dfrac{2}{x^2}\right) + \lg(2x^2) + \lg x - \lg(4x)$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{aligned} x^2 + 2y &= 13x \\ 3x - y &= -5 \end{aligned}$$

Oppgave 4 (3 poeng)

Pål og vennene hans pleier hver fredag å kjøpe brus og pølser i kiosken på hjørnet. En fredag kjøpte de til sammen 6 flasker brus og 4 pølser. Det kostet 170 kroner. Neste fredag kjøpte de 5 flasker brus og 10 pølser. Det kostet 275 kroner.

a) Sett opp et likningssystem som passer med situasjonen ovenfor.

b) Bestem prisen for én brus og prisen for én pølse.

Oppgave 5 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 3x$$

a) Bestem $f'(1)$. Hva forteller dette tallet deg?

b) Begrunn at grafen til f kun har tangenter med positivt stigningstall.

Funksjonen f har momentan vekstfart lik 15 for to x-verdier.

c) Bestem disse x-verdiene.

Oppgave 6 (4 poeng)

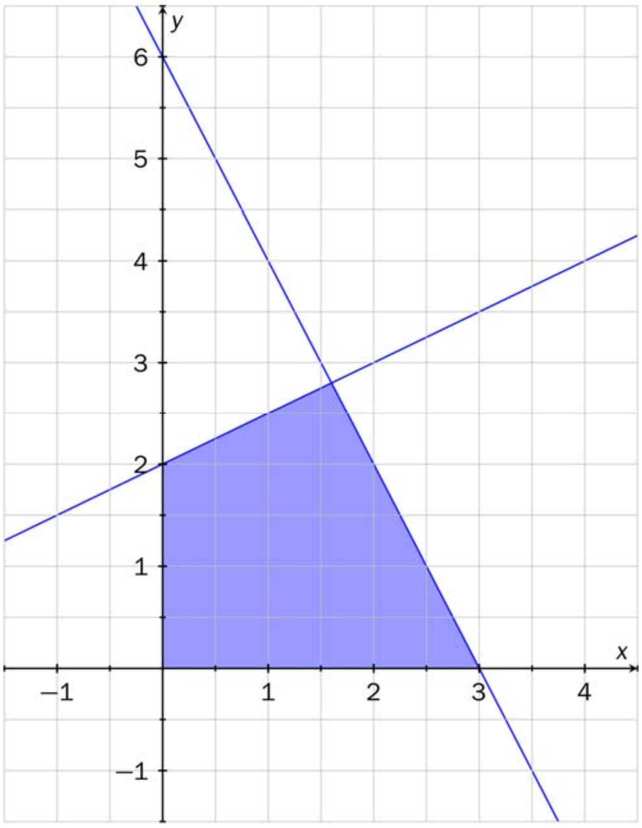
I TV-programmet «Mesternes mester» er det ti deltakere. Det er fem kvinner og fem menn. Deltakerne konkurrerer mot hverandre og blir slått ut én etter én. Til slutt er det tre deltakere igjen. Disse tre er i finalen.

a) Hvor mange ulike grupper på tre deltakere kan komme til finalen?

b) Hvor mange av gruppene du fant i oppgave a), inneholder flere kvinner enn menn?

Oppgave 7 (6 poeng)

Figuren nedenfor viser et blått område som er avgrenset av lineære ulikheter.



a) Bestem ulikhetene som avgrenser området.

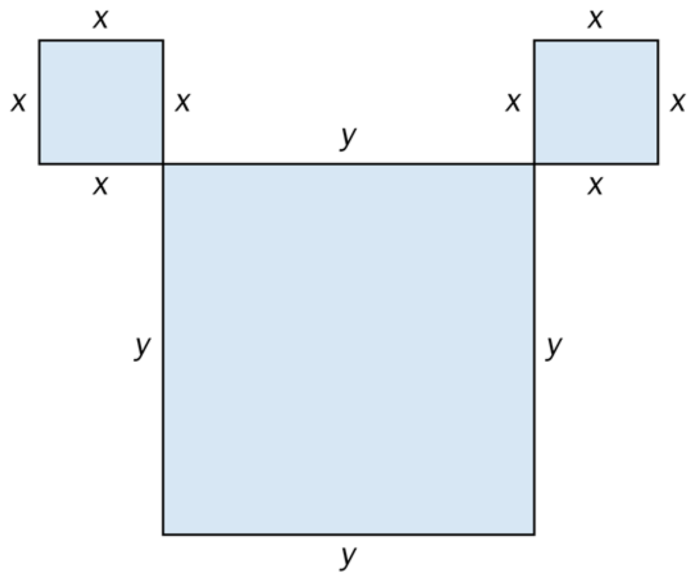
b) Bestem den største verdien størrelsen $3x + y$ kan ha når (x, y) ligger i det blå området.

En størrelse $y - ax$ skal ha størst verdi i punktet $(0, 2)$ når (x, y) ligger i det blå området.

c) Bestem den minste verdien tallet a kan ha da.

Oppgave 8 (4 poeng)

Figuren nedenfor et satt sammen av tre kvadrater. To av kvadratene er like store.
Omkretsen av hele figuren er 12.



a) Vis at det samlede arealet A av figuren er gitt ved

$$A(x) = 6x^2 - 12x + 9$$

b) Bestem x og y slik at det samlede arealet av figuren blir minst mulig.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (8 poeng)

På grunn av streik har bakermester Snipp begrenset tilgang på råvarer. En dag har han til rådighet

- 50 kg mel
- 7 kg sukker
- 8,5 kg smør

Han lager kaker av type A og B. Tabellen nedenfor viser ingrediensene i én kake for hver av de to kaketypene.

Kaketype	Mel	Sukker	Smør
A	300 g	100 g	125 g
B	500 g	50 g	50 g

La x være antall kaker han baker av type A, og y antall kaker han baker av type B, denne dagen.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikhetene

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 3x+5y &\leq 500 \\ 2x+y &\leq 140 \\ 5x+2y &\leq 340 \end{aligned}$$

b) Skraver i et koordinatsystem området som er avgrenset av ulikhetene.

Bakermester Snipp har en fortjeneste på 160 kroner per kake for kaker av type A og 120 kroner per kake for kaker av type B.

c) Hvor mange kaker av hver type må han bake for at fortjenesten skal bli størst mulig? Hva blir fortjenesten da?

En dag er en av ovnene han bruker til å steke kaker av type B i, i ustand. Dette gjør at han høyst kan lage 70 kaker av type B denne dagen.

d) Hvor mange kaker av hver type må han bake denne dagen for at fortjenesten skal bli størst mulig?

Oppgave 2 (8 poeng)

En bedrift produserer luer. Bedriften har kartlagt den årlige etterspørselen i en by med 20 000 innbyggere, det vil si hvor mange luer de kan få solgt per år i denne byen. Etterspørselen avhenger av prisen. Tabellen nedenfor viser resultatet av kartleggingen.

Pris per lue (x kroner)	100	150	200	250	300
Årlig etterspørsel (Q enheter)	850	660	490	370	280

a) Bruk regresjon til å bestemme den funksjonen av typen $Q(x) = a \cdot b^x$ som passer best med tallene i tabellen.

I resten av oppgaven går vi ut fra at E gitt ved

$$E(x) = 1500 \cdot 0{,}995^x$$

er en god modell for den årlige etterspørselen når prisen x er mellom 50 og 500 kroner.

b) Bruk graftegner til å tegne grafen til E for $50 \leq x \leq 500$.

c) Hva må prisen per lue være dersom bedriften skal kunne regne med å selge mer enn 1000 luer per år i denne byen?

Bedriften har et ønske om å selge luer for til sammen 100 000 kroner i løpet av ett år.

d) Hvilken pris bør de da sette for en lue?

Oppgave 3 (8 poeng)

På en arbeidsplass er det tolv kvinner og åtte menn. Hver måned arrangerer de et lotteri. Det foregår på den måten at alle legger én lapp med navnet sitt på i en eske. De trekker så ut tre tilfeldige lapper fra esken. Lappene legges ikke tilbake mellom hver gang de trekker. De tre som blir trukket ut, vinner en kinobillett hver.

a) Vis at sannsynligheten er $p \approx 0,2947$ for at nøyaktig to av de tre vinnerne er menn.

I løpet av et år arrangerer de tolv slike lotterier.

b) Bestem sannsynligheten for at nøyaktig to av vinnerne er menn i seks av de tolv lotteriene.

c) Bestem sannsynligheten for at flertallet av vinnerne er kvinner i minst halvparten av lotteriene.

d) Bestem sannsynligheten for at de tre vinnerne har samme kjønn i minst ett av de tolv lotteriene.

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet