Utdanningsdirektoratet

Eksamen

19.05.2020

REA3026 Matematikk S1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1: Skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Alle hjelpemiddel er tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre på er ikkje tillate.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	Kjelder for bilete, teikningar osv.: — https://www.abcnyheter.no/motor/bil/2019/01/14/195491699/antallet-elbiler-i-norge-har-eksplodert (lest: 14.11.19) — grafar og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgåve 1 (4 poeng)

Løys likningane

a) $x^2 = 2x + 8$

b) $\lg(3x + 4) = 1$

Oppgåve 2 (4 poeng)

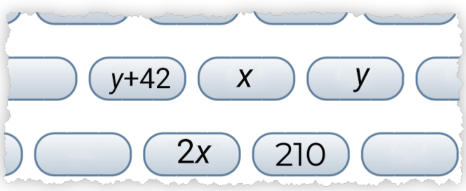
Skriv uttrykka så enkelt som mogleg

a) $\dfrac{18b^4 \cdot (ab^{-1})^3}{(3ab^2)^3}$

b) $\lg(2a) + \lg(5a) - \lg a - \lg\left(\dfrac{a}{10^3}\right)$

Oppgåve 3 (3 poeng)

Figuren under viser eit utsnitt av Pascals taltrekant.



Bruk opplysningane i figuren til å setje opp eit likningssystem. Bestem x og y ved å løyse likningssystemet.

Oppgåve 4 (5 poeng)

Per har alle skolebøkene sine liggjande heime. Han har éi bok i kvart av dei 8 faga han tar. Kvar dag har Per undervisning i 3 fag. Han må derfor leggje 3 bøker i sekken før han går til skolen.

a) Kor mange moglege kombinasjonar av bøker kan han leggje i sekken?

Ein dag er Per skikkeleg trøytt. Han hugsar ikkje kva fag han skal ha den dagen. Han tar derfor med seg 4 av bøkene utan å sjå kva bøker det er.

b) Kva er sannsynet for at han har med seg riktig bok til alle faga den dagen?

c) Kva er sannsynet for at han har med seg riktig bok til minst 2 av faga den dagen?

Oppgåve 5 (6 poeng)

Ei bedrift produserer og sel ei vare. Kostnaden K i kroner ved å produsere og selje x einingar per dag er gitt ved

$$K(x) = 0{,}4x^2 + 400x + 30\,000, \qquad x \in \langle 0\,, 400]$$

Inntekta I i kroner ved sal av x einingar per dag er gitt ved

$$I(x) = -0{,}6x^2 + 800x\,, \qquad x \in \langle 0\,, 400]$$

a) Bestem $K'(200)$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

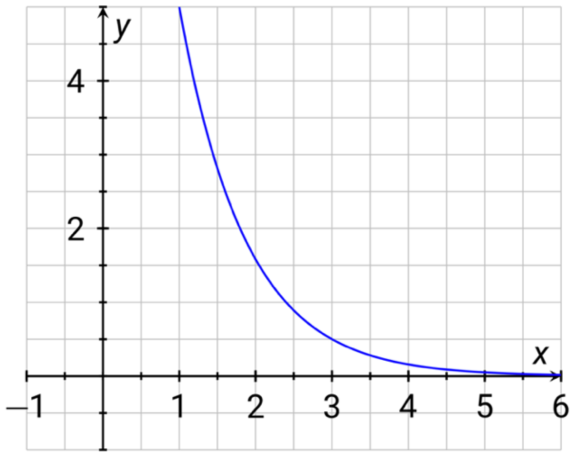
Overskotet O i kroner er gitt ved

$$O(x) = I(x) - K(x)$$

b) Kor mange einingar må bedrifta produsere og selje per dag for å få størst overskot? Kor stort blir dette overskotet?

c) Kor mange einingar må bedrifta produsere og selje per dag for at overskotet skal bli positivt?

Oppgåve 6 (5 poeng)



Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = 0{,}5 \cdot 10^{1{,}5 - 0{,}5x}$$

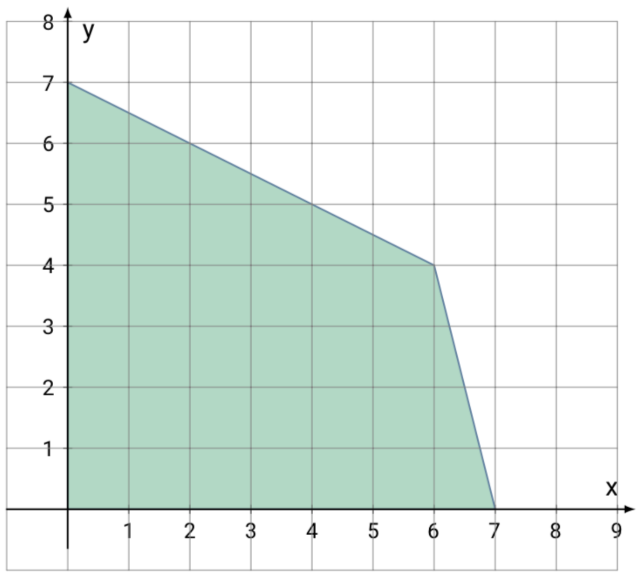
På figuren til høgre ser du grafen til g.

a) Løys likninga $g(x) = 0{,}5$ grafisk. Hugs å forklare framgangsmåten.

b) Løys likninga $g(x) = 5$ ved rekning.

c) Bruk grafen til å bestemme ein tilnærma verdi for $g'(2)$. Hugs å forklare framgangsmåten.

Oppgåve 7 (6 poeng)



Figuren til høgre viser eit fargelagt område.

a) Bestem ulikskapane som avgrensar det fargelagde området.

La $S = x + 5y$.

b) Bestem den største verdien storleiken S kan ha dersom (x, y) skal liggje i det fargelagde området.

La $T = x + a \cdot y$, der a er eit tal. Storleiken T skal ha størst verdi i punktet $(6, 4)$ når (x, y) ligg i det fargelagde området.

c) Kva for intervall må a liggje i dersom dette skal gjelde?

Oppgåve 8 (3 poeng)

Om grafen til ein andregradsfunksjon f får du vite at den har eit toppunkt i $(2, 3)$, og at han skjer y-aksen i -5.

Bestem funksjonsuttrykket til f.

Del 2

Oppgåve 1 (7 poeng)

Tabellen nedanfor viser forventa levealder for kvinner i Noreg fødde i nokre utvalde år.

Fødselsår	1988	1998	2008	2018
Forventa levealder (år)	79,57	81,28	82,95	84,49

a) Bruk regresjon til å bestemme ein eksponentiell modell g for forventa levealder for kvinner i Noreg fødde x år etter 1988.

Ein modell f for forventa levealder for menn i Noreg fødde x år etter 1988 er gitt ved

$$f(x) = 73{,}028 \cdot 1{,}003^x$$

b) Teikn grafen til f i eit koordinatsystem.

c) I kva år vil menn med ein forventa levealder på 85 år bli fødde, ifølgje modellen f ?

Japanske menn har den høgaste levealderen i verda. For japanske menn fødde i 2015 er forventa levealder 84 år. I ein eksponentiell modell er det forventa at levealderen til japanske menn fødde i 2095 blir 89 år.

d) I kva år vil japanske menn med ein forventa levealder på 100 år bli fødde, ifølgje denne eksponentielle modellen?

Oppgåve 2 (8 poeng)

Ei bedrift produserer to typar flatskjermar, type A og type B. I produksjonen er det tre avdelingar som utfører arbeid med flatskjermane. Tabellen nedanfor viser kor mange timar kvar avdeling bruker på kvar skjerm, og kor mange timar dei har tilgjengeleg ein gitt månad.

	Avdeling 1	**Avdeling 2**	**Avdeling 3**
Timar per flatskjerm av type A	6	2	4
Timar per flatskjerm av type B	10	6	4
Timar tilgjengeleg	7800	4200	4400

La x vere talet på flatskjermar som blir produserte av type A, og y talet på flatskjermar som blir produserte av type B.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikskapane

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 3x+5y &\leq 3900 \\ x+3y &\leq 2100 \\ x+y &\leq 1100 \end{aligned}$$

Dei fem ulikskapane definerer eit område i eit koordinatsystem.

b) Skraver dette området.

Fortenesta til bedrifta er 7000 kroner per flatskjerm av type A og 10 000 kroner per flatskjerm av type B.

c) Kor mange flatskjermar av kvar type må bedrifta produsere denne månaden for at fortenesta skal bli størst mogleg? Kva blir fortenesta i dette tilfellet?

Éi av dei tre avdelingane har ledig kapasitet når fortenesta er størst mogleg.

d) Kva for avdeling er det? Kor stor ledig kapasitet har denne avdelinga?

Oppgåve 3 (6 poeng)

Maria frå Bergen i Hordaland las teksten nedanfor på nettsida abcnyheter.no.

> På fylkesnivå er det Hordaland som leder an med en elbilandel på 12,5 prosent av personbilparken. Oslo følger hakk i hæl med 12,1 prosent og Akershus på tredjeplass med 11,5 prosent elbilandel.

Ein dag bestemmer ho seg for å føre statistikk over dei 100 første bilane som køyrer forbi Danmarks plass i Bergen.

a) Kva for antakingar må vi gjere for å kunne sjå på dette som eit binomisk forsøk?

b) Bestem sannsynet for at minst 15 av bilane er elbilar.

Ein annan dag vil ho igjen føre statistikk over bilar som køyrer forbi Danmarks plass.

c) Kor mange bilar må ho minst føre statistikk over for at sannsynet skal vere større enn 90 % for at minst 20 av bilane er elbilar?

Oppgåve 4 (3 poeng)

To av landa i Europa med minst areal er Andorra og Liechtenstein. Desse to landa har eit samla areal på $628\ \text{km}^2$. Eit anna land er 60 % mindre enn Andorra og 17 % større enn Liechtenstein.

Kor stort er arealet til Andorra?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: Skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Alle hjelpemidler er tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Kilder for bilder, tegninger osv.: — https://www.abcnyheter.no/motor/bil/2019/01/14/195491699/antallet-elbiler-i-norge-har-eksplodert (lest: 14.11.19) — grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 = 2x + 8$

b) $\lg(3x + 4) = 1$

Oppgave 2 (4 poeng)

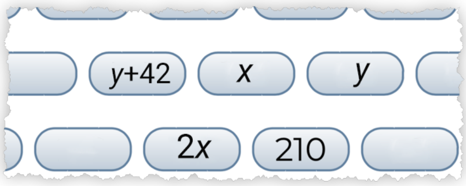
Skriv uttrykkene så enkelt som mulig

a) $\dfrac{18b^4 \cdot (ab^{-1})^3}{(3ab^2)^3}$

b) $\lg(2a) + \lg(5a) - \lg a - \lg\left(\dfrac{a}{10^3}\right)$

Oppgave 3 (3 poeng)

Figuren nedenfor viser et utsnitt av Pascals talltrekant.



Bruk opplysningene i figuren til å sette opp et likningssystem. Bestem x og y ved å løse likningssystemet.

Oppgave 4 (5 poeng)

Per har alle skolebøkene sine liggende hjemme. Han har én bok i hvert av de 8 fagene han tar. Hver dag har Per undervisning i 3 fag. Han må derfor legge 3 bøker i sekken før han går til skolen.

a) Hvor mange mulige kombinasjoner av bøker kan han legge i sekken?

En dag er Per skikkelig trøtt. Han husker ikke hvilke fag han skal ha den dagen. Han tar derfor med seg 4 av bøkene uten å se hvilke det er.

b) Hva er sannsynligheten for at han har med seg riktig bok til alle fagene den dagen?

c) Hva er sannsynligheten for at han har med seg riktig bok til minst 2 av fagene den dagen?

Oppgave 5 (6 poeng)

En bedrift produserer og selger en vare. Kostnaden K i kroner ved å produsere og selge x enheter per dag er gitt ved

$$K(x) = 0{,}4x^2 + 400x + 30\,000, \qquad x \in \langle 0\,, 400]$$

Inntekten I i kroner ved salg av x enheter per dag er gitt ved

$$I(x) = -0{,}6x^2 + 800x\,, \qquad x \in \langle 0\,, 400]$$

a) Bestem $K'(200)$. Gi en praktisk tolkning av svaret.

Overskuddet O i kroner er gitt ved

$$O(x) = I(x) - K(x)$$

b) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge per dag for å få størst overskudd? Hvor stort blir dette overskuddet?

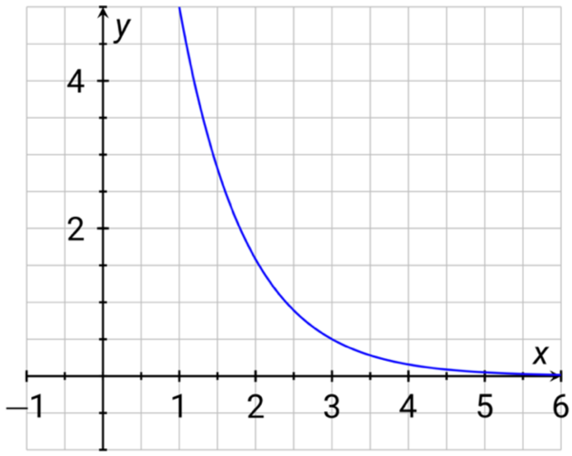
c) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge per dag for at overskuddet skal bli positivt?

Oppgave 6 (5 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x)=0{,}5\cdot 10^{1{,}5-0{,}5x}$$

På figuren til høyre ser du grafen til g.



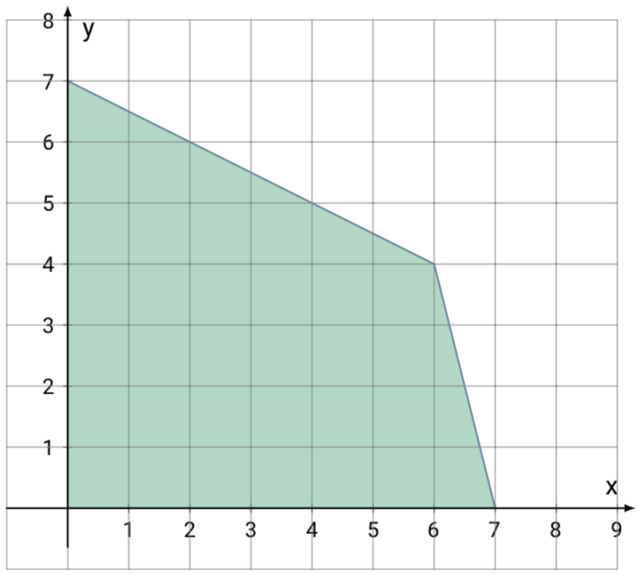
a) Løs likningen $g(x)=0{,}5$ grafisk. Husk å forklare framgangsmåten.

b) Løs likningen $g(x)=5$ ved regning.

c) Bruk grafen til å bestemme en tilnærmet verdi for $g'(2)$. Husk å forklare framgangsmåten.

Oppgave 7 (6 poeng)

Figuren til høyre viser et fargelagt område.



a) Bestem ulikhetene som avgrenser det fargelagte området.

La $S=x+5y$.

b) Bestem den største verdien størrelsen S kan ha dersom (x,y) skal ligge i det fargelagte området.

La $T=x+a\cdot y$, der a er et tall. Størrelsen T skal ha størst verdi i punktet $(6,4)$ når (x,y) ligger i det fargelagte området.

c) Hvilket intervall må a ligge i dersom dette skal gjelde?

Oppgave 8 (3 poeng)

Om grafen til en andregradsfunksjon f får du vite at den har et toppunkt i $(2,3)$, og at den skjærer y-aksen i -5.

Bestem funksjonsuttrykket til f.

Del 2

Oppgave 1 (7 poeng)

Tabellen nedenfor viser forventet levealder for kvinner i Norge født i noen utvalgte år.

Fødselsår	1988	1998	2008	2018
Forventet levealder (år)	79,57	81,28	82,95	84,49

a) Bruk regresjon til å bestemme en eksponentiell modell g for forventet levealder for kvinner i Norge født x år etter 1988.

En modell f for forventet levealder for menn i Norge født x år etter 1988 er gitt ved

$$f(x) = 73{,}028 \cdot 1{,}003^x$$

b) Tegn grafen til f i et koordinatsystem.

c) I hvilket år vil menn med en forventet levealder på 85 år bli født, ifølge modellen f ?

Japanske menn har den høyeste levealderen i verden. For japanske menn født i 2015 er forventet levealder 84 år. I en eksponentiell modell forventes det at levealderen til japanske menn født i 2095 blir 89 år.

d) I hvilket år vil japanske menn med en forventet levealder på 100 år bli født, ifølge denne eksponentielle modellen?

Oppgave 2 (8 poeng)

En bedrift produserer to typer flatskjermer, type A og type B. I produksjonen er det tre avdelinger som utfører arbeid med flatskjermene. Tabellen nedenfor viser hvor mange timer hver avdeling bruker på hver skjerm, og hvor mange timer de har tilgjengelig en gitt måned.

	Avdeling 1	**Avdeling 2**	**Avdeling 3**
Timer per flatskjerm av type A	6	2	4
Timer per flatskjerm av type B	10	6	4
Timer tilgjengelig	7800	4200	4400

La x være antall flatskjermer som produseres av type A, og y antall flatskjermer som produseres av type B.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikhetene

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 3x+5y &\leq 3900 \\ x+3y &\leq 2100 \\ x+y &\leq 1100 \end{aligned}$$

De fem ulikhetene definerer et område i et koordinatsystem.

b) Skraver dette området.

Bedriftens fortjeneste er 7000 kroner per flatskjerm av type A og 10 000 kroner per flatskjerm av type B.

c) Hvor mange flatskjermer av hver type må bedriften produsere denne måneden for at fortjenesten skal bli størst mulig? Hva blir fortjenesten i dette tilfellet?

Én av de tre avdelingene har ledig kapasitet når fortjenesten er størst mulig.

d) Hvilken avdeling er det? Hvor stor ledig kapasitet har denne avdelingen?

Oppgave 3 (6 poeng)

Maria fra Bergen i Hordaland leste teksten nedenfor på nettsiden abcnyheter.no.

> På fylkesnivå er det Hordaland som leder an med en elbilandel på 12,5 prosent av personbilparken. Oslo følger hakk i hæl med 12,1 prosent og Akershus på tredjeplass med 11,5 prosent elbilandel.

En dag bestemmer hun seg for å føre statistikk over de 100 første bilene som kjører forbi Danmarks plass i Bergen.

a) Hvilke antakelser må vi gjøre for å kunne se på dette som et binomisk forsøk?

b) Bestem sannsynligheten for at minst 15 av bilene er elbiler.

En annen dag vil hun igjen føre statistikk over biler som kjører forbi Danmarks plass.

c) Hva er det minste antallet biler hun må føre statistikk over for at sannsynligheten skal være større enn 90 % for at minst 20 av bilene er elbiler?

Oppgave 4 (3 poeng)

To av landene i Europa med minst areal er Andorra og Liechtenstein. Disse to landene har et samlet areal på $628\ \text{km}^2$. Et annet land er 60 % mindre enn Andorra og 17 % større enn Liechtenstein.

Hvor stort er arealet til Andorra?

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X=k)=\frac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side

Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!