

Eksamen

19.05.2021

REA3026 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1: Skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar (På del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timar er alle hjelpemiddel tillatne, bortsett frå opent Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemiddel under eksamen, har du ikkje lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måtar å utveksle informasjon med andre på er ikkje tillatne.
Informasjon om oppgåva	Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Kjelder	Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderinga	Sjå eksamensrettleiinga med kjenneteikn på måloppnåing til sentralt gitt skriftleg eksamen. Eksamensrettleiinga finn du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (5 poeng)

Løys likningane

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) $x(x-3)(x+2) = 0$

c) $\lg(3-x) = 2$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv uttrykka så enkelt som mogleg

a)
$$\frac{(2a)^2 \cdot (ab^3)^{-1}}{4ab^2 \cdot (a^0b^{-1})^5}$$

b)
$$\lg(16a) - \lg\left(\frac{a}{2}\right) + \lg\left(\frac{a}{32}\right)$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Lisa skal på teater med dottera si. Ho veit at ein kollega betalte 860 kroner for billetter til 2 vaksne og 3 barn. Ein annan kollega betalte 940 kroner for billetter til 3 vaksne og 2 barn.

Bruk opplysningane til å bestemme kor mykje Lisa til saman må betale for billetter til éin vaksen og eitt barn.

Oppgave 4 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$4x + 2y = 4$$

$$x^2 - y = -2$$

Oppgave 5 (8 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^4 - 2x^2$$

- Bestem nullpunkta til g .
- Bestem den momentane vekstfarten til g når $x = -2$.
- Bestem eventuelle toppunkt og botnpunkt på grafen til g .
- Lag ei skisse av grafen til g .

Oppgave 6 (2 poeng)

I ei eske ligg det 32 batteri. Av desse er 8 defekte. Maria skal plukke ut 5 tilfeldige batteri frå eska. Ho vil rekne ut sannsynet for at nøyaktig 2 av desse batteria er defekte.

Kva for eit av alternativa nedanfor gir riktig svar? Grunngi svaret ditt.

$$1) \quad p = \frac{\binom{24}{3} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{32}{5}}$$

$$2) \quad p = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{8}{32}\right)^2 \cdot \left(\frac{24}{32}\right)^3$$

Oppgave 7 (4 poeng)

Mathilde skal prøve lykken i eit lotteri. Det er 10 lodd igjen, og 2 av lodda gir gevinst.

- Bestem sannsynet for at ho ikkje vinn dersom ho tek 2 lodd.
- Bestem sannsynet for at ho vinn minst éin av gevinstane dersom ho tek 4 lodd.



Oppgave 8 (6 poeng)

Eit område T er avgrensa av rette linjer. Koordinata til hjørna i området er $(3, 6)$, $(2, 1)$ og $(4, 3)$.

- Teikn inn punkta i eit koordinatsystem og bestem dei tre ulikskapane som avgrensar området T .
- Kva er den største verdien storleiken $S = -2x + 3y$ kan ha om (x, y) skal liggje i området T ?

Storleiken D er gitt ved $D = -a \cdot x + 3y$, der a er eit reelt tal.

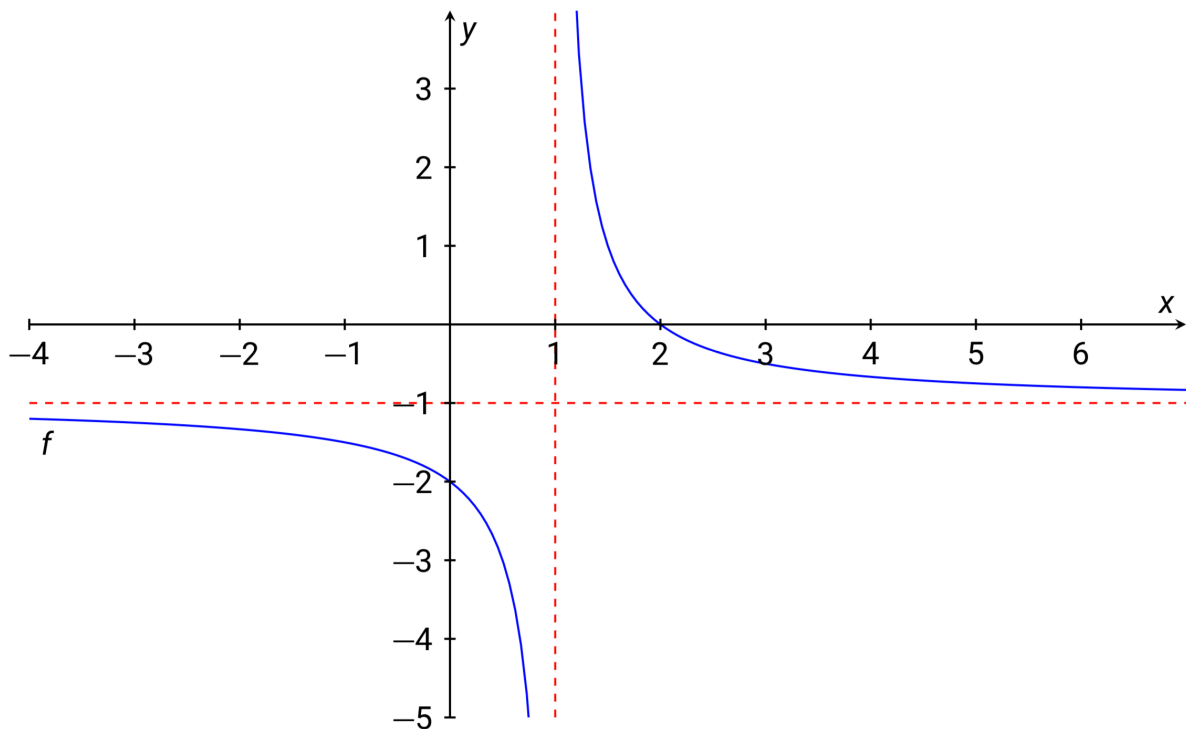
- For kva verdier av a har D sin minste verdi i punktet $(2, 1)$, når (x, y) skal vere i området T ?

Oppgave 9 (3 poeng)

Figuren nedanfor viser grafen til ein funksjon f . Grafen har asymptotane $x = 1$ og $y = -1$.

Funksjonsuttrykket til f kan skrivast på forma $f(x) = \frac{x+a}{bx+c}$.

Løys likninga $f(x) = 2$ ved rekning.



Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

I tillegg til statsministeren er det 19 ministrar i regjeringa. Av desse 20 er 12 medlemmer i Høgre, 4 er medlemmer i Venstre, og 4 er medlemmer i Kristeleg Folkeparti.

Ved eit arrangement er det bestemt at 6 av ministrane skal vere til stades. Desse blir tilfeldig trekte blant de 20 ministrane.

- Kva er sannsynet for at alle dei 6 som blir trekte ut, er frå Høgre?
- Bestem sannsynet for at statsministeren er blant dei som blir trekte ut.
- Bestem sannsynet for at 2 frå Høgre, 2 frå Venstre og 2 frå Kristeleg Folkeparti blir trekte ut.

Oppgave 2 (8 poeng)

I starten av 1993 kjøpte Frode ei leilegheit for 300 000 kroner. I starten av 2018 selde han leilegheita for 2 250 000 kroner.

- Kva har den gjennomsnittlege prosentvise årlege veksten vore for verdien av leilegheita i desse 25 åra?

Vi lar $f(x)$ vere verdien av leilegheita x år etter at Frode kjøpte ho.

- Bestem eit uttrykk for $f(x)$.
- Løys likninga

$$f'(x) = \frac{f(25) - f(0)}{25}$$

Gi ei tolking av svaret.

Mariam kjøpte leilegheita av Frode i 2018. Ho planlegg å selje ho ein gong i framtida. Ho har som mål å selje leilegheita for 3 000 000 kroner.

- Kva år kan ho forvente å få dette beløpet for leilegheita si, dersom ho går ut frå ein årleg prosentvis vekst på 7,0 prosent?

Oppgave 3 (7 poeng)

Supersko A/S produserer to skotyper: Steinbukken og Elgen. Begge skotyper må gjennom tre avdelingar: tilskjering, samansetjing og ferdiggjering. Nedanfor ser du ei oversikt over tidsbruken til dei forskjellige avdelingane for kvar av skotyperne.

	Tilskjering	Samansetjing	Ferdiggjering
Tidsbruk per eining Steinbukkk	0,50 timar	0,40 timar	0,25 timar
Tidsbruk per eining Elgen	0,35 timar	0,50 timar	0,10 timar
Kapasitet per veke	2700 timar	2800 timar	1200 timar

La x vere talet på selde sko av typen Steinbukken og y vere talet på selde sko av typen Elgen.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikskapane

$$\begin{aligned}x &\geq 0 \\y &\geq 0 \\x + 0,7y &\leq 5400 \\0,8x + y &\leq 5600 \\x + 0,4y &\leq 4800\end{aligned}$$

Supersko A/S får selt alt bedrifta produserer av begge skomodellane. Fortenesta er 350 kroner per par for Steinbukken og 300 kroner per par for Elgen.

b) Kor mange par sko av kvar type må bedrifta produsere kvar veke for at fortенesta skal bli størst mogleg?

Bedrifta bestemmer seg for å auke kapasiteten i tilskjeringsavdelinga med 100 timar og samtidig redusere kapasiteten i samansetjingsavdelinga med 100 timar.

c) Vurder om dette er ei lønnsam beslutning.

Oppgave 4 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 + bx + 1$$

Du får vite at $f'(1) = 3$ og at f har eit ekstremalpunkt i $x = 2$.

Bestem koordinata til eventuelle toppunkt og botnpunkt på grafen til f .

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler	Del 1: Skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler. (På del 1 er det ikke tillatt å bruke datamaskin.) Del 2: Etter tre timer er alle hjelpemidler tillatt, bortsett fra åpent Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Når du bruker nettbaserte hjelpemidler under eksamen, har du ikke lov til å kommunisere med andre. Samskriving, chat og andre måter å utveksle informasjon med andre på er ikke tillatt.
Informasjon om oppgaven	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres.
Kilder	Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet
Informasjon om vurderingen	Se eksamensveiledningen med kjennetegn på måloppnåelse til sentralt gitt skriftlig eksamen. Eksamensveiledningen finner du på Utdanningsdirektoratets nettsider.
Vedlegg	Vedlegg 1: Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Del 1

Oppgave 1 (5 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) $x(x-3)(x+2) = 0$

c) $\lg(3-x) = 2$

Oppgave 2 (4 poeng)

Skriv uttrykkene så enkelt som mulig

a)
$$\frac{(2a)^2 \cdot (ab^3)^{-1}}{4ab^2 \cdot (a^0b^{-1})^5}$$

b)
$$\lg(16a) - \lg\left(\frac{a}{2}\right) + \lg\left(\frac{a}{32}\right)$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Lisa skal på teater med datteren sin. Hun vet at en kollega betalte 860 kroner for billetter til 2 voksne og 3 barn. En annen kollega betalte 940 kroner for billetter til 3 voksne og 2 barn.

Bruk opplysningene til å bestemme hvor mye Lisa til sammen må betale for billetter til én voksen og ett barn.

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$4x + 2y = 4$$

$$x^2 - y = -2$$

Oppgave 5 (8 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^4 - 2x^2$$

- Bestem nullpunktene til g .
- Bestem den momentane vekstfarten til g når $x = -2$.
- Bestem eventuelle toppunkt og bunnpunkt på grafen til g .
- Lag en skisse av grafen til g .

Oppgave 6 (2 poeng)

I en eske ligger det 32 batterier. Av disse er 8 defekte. Maria skal plukke ut 5 tilfeldige batterier fra esken. Hun vil regne ut sannsynligheten for at nøyaktig 2 av disse batteriene er defekte.

Hvilket av alternativene nedenfor gir riktig svar? Begrunn svaret ditt.

$$1) \quad p = \frac{\binom{24}{3} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{32}{5}}$$

$$2) \quad p = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{8}{32}\right)^2 \cdot \left(\frac{24}{32}\right)^3$$

Oppgave 7 (4 poeng)

Mathilde skal prøve lykken i et lotteri. Det er 10 lodd igjen, og 2 av loddene gir gevinst.

- Bestem sannsynligheten for at hun ikke vinner dersom hun tar 2 lodd.
- Bestem sannsynligheten for at hun vinner minst én av gevinstene dersom hun tar 4 lodd.



Oppgave 8 (6 poeng)

Et område T er avgrenset av rette linjer. Koordinatene til hjørnene i området er $(3, 6)$, $(2, 1)$ og $(4, 3)$.

- Tegn inn punktene i et koordinatsystem og bestem de tre ulikhetene som avgrenser området T .
- Hva er den største verdien størrelsen $S = -2x + 3y$ kan ha om (x, y) skal ligge i området T ?

Størrelsen D er gitt ved $D = -a \cdot x + 3y$, der a er et reelt tall.

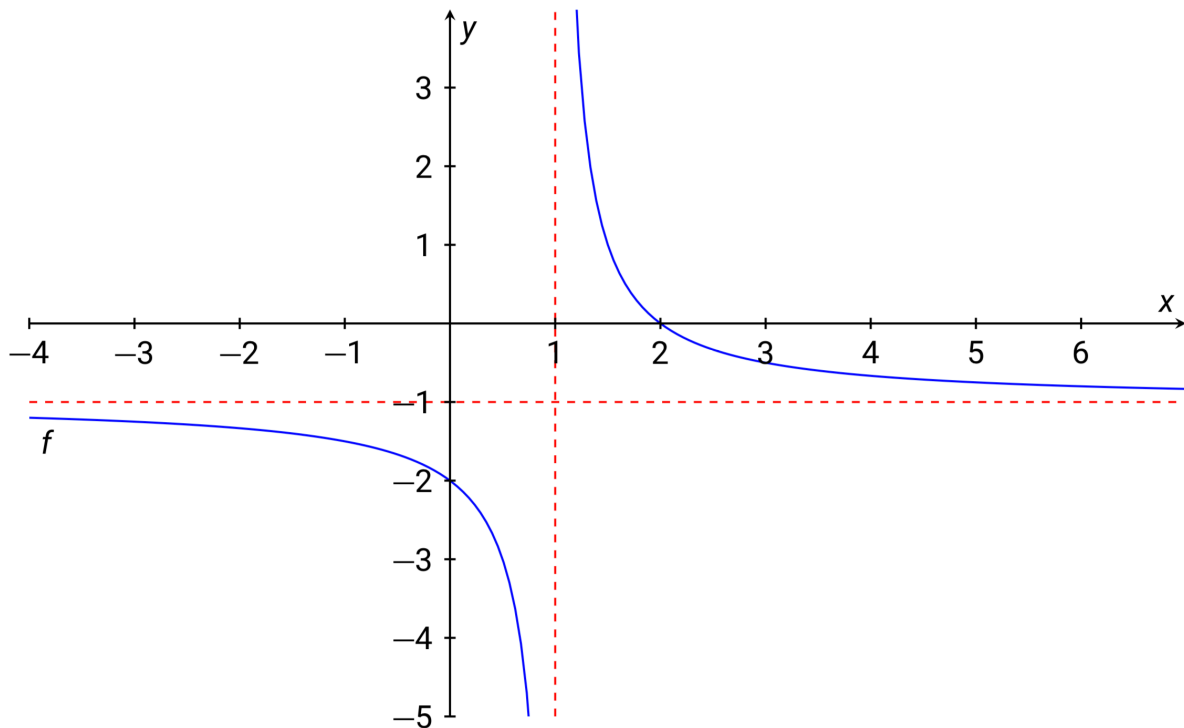
- For hvilke verdier av a har D sin minste verdi i punktet $(2, 1)$, når (x, y) skal være i området T ?

Oppgave 9 (3 poeng)

Figuren nedenfor viser grafen til en funksjon f . Grafen har asymptotene $x = 1$ og $y = -1$.

Funksjonsuttrykket til f kan skrives på formen $f(x) = \frac{x+a}{bx+c}$.

Løs likningen $f(x) = 2$ ved regning.



Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

I tillegg til statsministeren er det 19 ministre i regjeringen. Av disse 20 er 12 medlemmer i Høyre, 4 er medlemmer i Venstre, og 4 er medlemmer i Kristelig Folkeparti.

Ved et arrangement er det bestemt at 6 av ministrene skal være til stede. Disse blir tilfeldig trukket blant de 20 ministrene.

- Hva er sannsynligheten for at alle de 6 som blir trukket ut, er fra Høyre?
- Bestem sannsynligheten for at statsministeren er blant dem som blir trukket ut.
- Bestem sannsynligheten for at 2 fra Høyre, 2 fra Venstre og 2 fra Kristelig Folkeparti blir trukket ut.

Oppgave 2 (8 poeng)

I starten av 1993 kjøpte Frode en leilighet for 300 000 kroner. I starten av 2018 solgte han leiligheten for 2 250 000 kroner.

- Hva har den gjennomsnittlige prosentvise årlige veksten vært for leilighetens verdi i disse 25 årene?

Vi lar $f(x)$ være leilighetens verdi x år etter at Frode kjøpte den.

- Bestem et uttrykk for $f(x)$.
- Løs likningen

$$f'(x) = \frac{f(25) - f(0)}{25}$$

Gi en tolkning av svaret.

Mariam kjøpte leiligheten av Frode i 2018. Hun planlegger å selge den en gang i framtiden. Hun har som mål å selge leiligheten for 3 000 000 kroner.

- Hvilket år kan hun forvente å få dette beløpet for leiligheten sin, dersom hun antar en årlig prosentvis vekst på 7,0 prosent?

Oppgave 3 (7 poeng)

Supersko A/S produserer to skotyper: Steinbukken og Elgen. Begge skotypene må gjennom tre avdelinger, tilskjæring, sammensetting og ferdiggjøring. Nedenfor ser du en oversikt over tidsbruken til de forskjellige avdelingene for hver av skotypene.

	Tilskjæring	Sammensetting	Ferdiggjøring
Tidsbruk per enhet Steinbukk	0,50 timer	0,40 timer	0,25 timer
Tidsbruk per enhet Elgen	0,35 timer	0,50 timer	0,10 timer
Kapasitet per uke	2700 timer	2800 timer	1200 timer

La x være antall solgte sko av typen Steinbukken og y være antall solgte sko av typen Elgen.

a) Forklar at x og y må tilfredsstille ulikhetene

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + 0,7y \leq 5400$$

$$0,8x + y \leq 5600$$

$$x + 0,4y \leq 4800$$

Supersko A/S får solgt alt bedriften produserer av begge skomodellene. Fortjenesten er 350 kroner per par for Steinbukken og 300 kroner per par for Elgen.

b) Hvor mange par sko av hver type må bedriften produsere hver uke for at fortjenesten skal bli størst mulig?

Bedriften bestemmer seg for å øke kapasiteten i tilskjæringsavdelingen med 100 timer og samtidig redusere kapasiteten i sammensettingsavdelingen med 100 timer.

c) Vurder om dette er en lønnsom beslutning.

Oppgave 4 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 + bx + 1$$

Du får vite at $f'(1) = 3$ og at f har et ekstremalpunkt i $x = 2$.

Bestem koordinatene til eventuelle toppunkt og bunnpunkt på grafen til f .

Vedlegg 1

Binomisk fordeling:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Hypergeometrisk fordeling:

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!