

# Eksamen

24.05.2022

REA3060 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

# Nynorsk

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
<b>Del utan hjelpemiddel</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
<b>Del med hjelpemiddel</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
<b>Rettleiing om vurderinga</b>	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li></ul>
<b>Andre opplysningar</b>	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

# Del 1

## Utan hjelpemiddel

### Oppgave 1

Skriv uttrykket så enkelt som mogleg.

$$(2a)^{-1} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^{-3} \cdot (a \cdot b)^3$$

### Oppgave 2

Ein fabrikk produserer strikkeluer. Dersom fabrikkjen produserer  $x$  luer ein dag, vil produksjonskostnaden  $E$  per lue vere gitt ved

$$E(x) = 0,2x + 40 + \frac{20\,000}{x}$$

Bestem  $E'(100)$ .

Kva fortel dette talet deg i denne situasjonen?

### Oppgave 3

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+x-12}$$

### Oppgave 4

Løys likninga

$$e^{2x} - e^x = 2$$

## Oppgave 5

Vi har gitt likninga

$$\lg(x+3) + \lg x = \lg a$$

Bestem  $a$  slik at  $x = 7$  er ei løysing av likninga.

## Oppgave 6

Ein elev har skrive programkoden nedanfor.

```
1 from random import randint # Importerer funksjonen randint(a, b). Denne gir
2                               # eit tilfeldig heiltal frå og med a til og med b.
3
4 N = 1000000
5 gunstige = 0
6
7 for i in range(N):           # Gjentar N gonger
8     a = randint(1, 6)
9     b = randint(1, 6)
10    if a + b == 9:
11        gunstige = gunstige + 1
12
13 print(gunstige/N)
```

- Forklar kva som skjer når programmet blir køyrd. Kva ønskjer eleven å finne ut?
- Bruk sannsynsrekning til å bestemme svaret som eleven ønskjer å finne.

## Del 2 Med hjelpemiddel

### Oppgåve 1

Tabellen nedanfor viser talet på gardsbruk i Noreg for nokre gitte årstal.

År	1969	1989	1999	2009	2020
Tal på gardsbruk	154 977	99 382	68 539	47 688	38 633

- Bruk opplysningane i tabellen, og bestem ein modell som du meiner eignar seg til å seie noko om talet på gardsbruk i Noreg i åra framover. Grunngi valet ditt av modell.
- Kor mange gardsbruk vil det vere i Noreg i 2060 ifølgje modellen din? Vurder svaret.
- I kva for eit år vil talet på gardsbruk i Noreg avta med ca. 1000 ifølgje modellen din?

### Oppgåve 2

Statistikk viser at 74 prosent av alle oppkøyringar til førarkort klasse B blir bestått.

17. juni 2022 skal 7 gutar og 5 jenter frå ein vidaregåande skule ha oppkøyring til førarkort klasse B.

- Kva må vi gå ut frå i denne situasjonen for å kunne sjå på dette som eit binomisk forsøk?
- Kva er sannsynet for at minst 8 av dei 12 elevane består oppkøyringa?
- Kva er sannsynet for at akkurat 5 av gutane og akkurat 4 av jentene består oppkøyringa?

### Oppgave 3

Knut har sett inn 70 000 kroner på ein konto med ein fast månedleg rentesats. Beløpet  $B$  som Knut har på kontoen  $x$  månader etter han sette inn pengane, er gitt ved

$$B(x) = 70\,000 \cdot 1,003^x$$

- a) Bestem den årlege rentesatsen på denne kontoen.
- b) Kor lang tid går det før han har 80 000 kroner på denne kontoen?

Nøyaktig 24 månader etter at Knut sette inn pengane på kontoen, set han inn 2000 kroner i eit aksjefond. Han fortset å setje inn 2000 kroner kvar måned framover. Han reknar med at aksjefondet vil gi ei månedleg avkastning på 0,7 prosent.

La  $T(x)$  vere den totale verdien av beløpet på kontoen og verdien i aksjefondet  $x$  månader etter at han begynte å spare i aksjefondet.

- c) Er funksjonen  $T$  kontinuerleg? Grunngi svaret.
- d) Kor lang tid vil det gå før  $T(x)$  blir større enn 200 000 kroner?

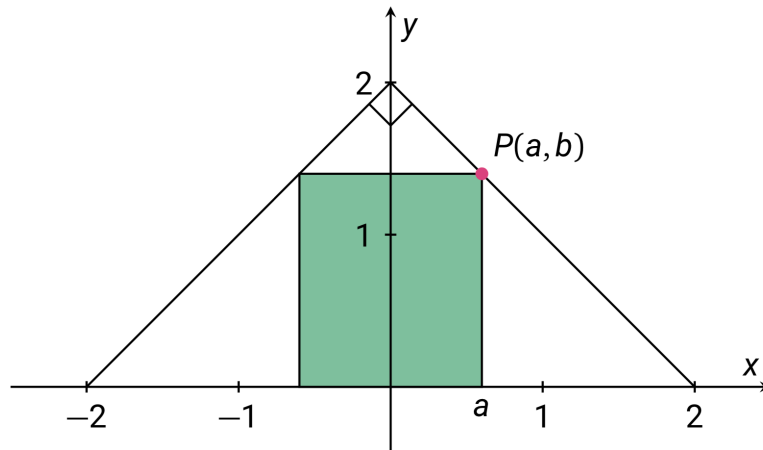
### Oppgave 4

I eit spel kastar du tre terningar. Du multipliserer saman augetalet på terningane. Dersom dette produktet er større enn 100, vinn du.

Bestem sannsynet for å vinne ved å køyre simuleringar. Hugs å vise korleis du kjem fram til svaret.

## Oppgave 5

Figuren nedanfor viser eit rektangel som er innskrevet i ein likebeint, rettvinkla trekant. Trekanten har hjørne i  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$  og  $(0, 2)$ . Arealet  $T$  av rektangelet er avhengig av kvar på kateten punktet  $P(a, b)$  blir plassert.



Bestem den største verdien  $T$  kan ha.

## Oppgave 6

Ifølgje avkjølingslova til Newton vil temperaturen  $T$  til eit objekt etter  $t$  minutt vere gitt ved

$$\ln(T - T_0) = -k \cdot t + r$$

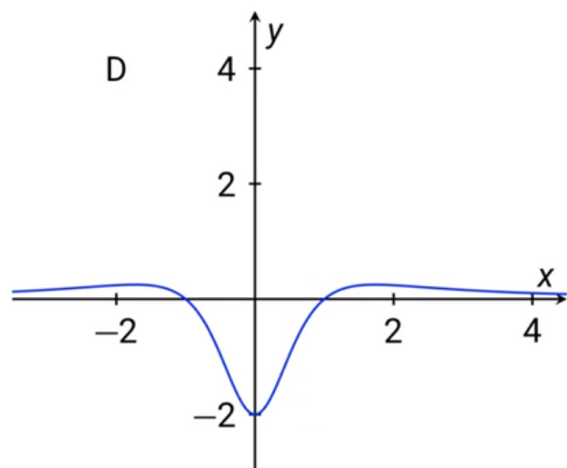
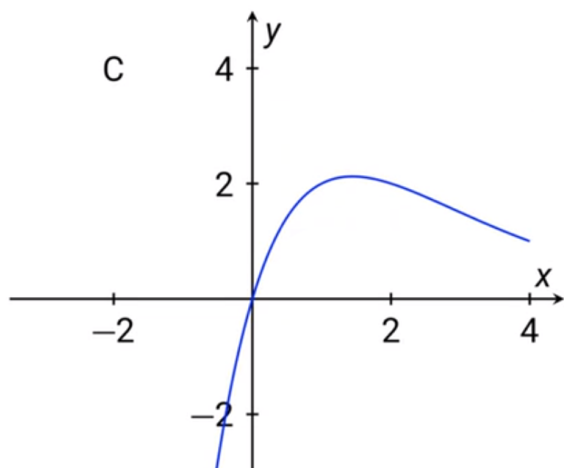
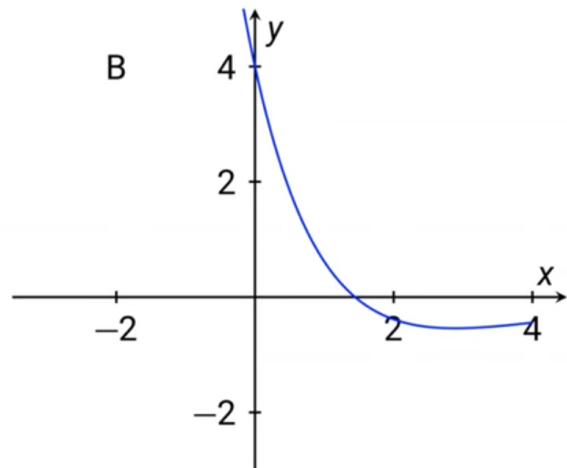
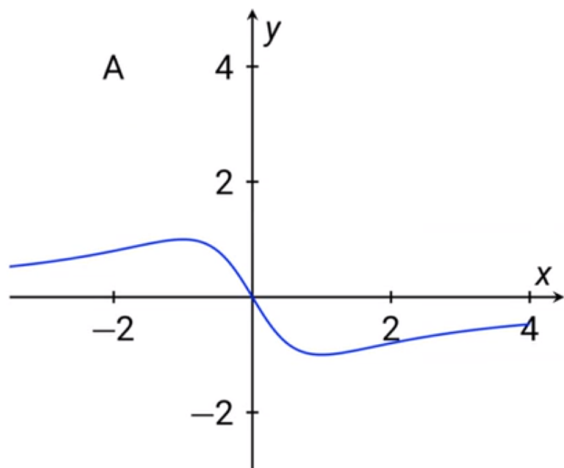
der  $T_0$  er romtemperaturen, og der  $k$  og  $r$  er konstantar.

I eit rom med temperatur  $22^\circ\text{C}$  set vi ein kopp med kaffi. Ved tidspunktet  $t = 0$  er temperaturen i kaffien  $82^\circ\text{C}$ . Etter 2 minutt er temperaturen  $66^\circ\text{C}$ .

Kor lang tid tek det før temperaturen i kaffien er mindre enn  $40^\circ\text{C}$ ?

## Oppgave 7

Vi har gitt to funksjonar  $f$  og  $g$ . Nedanfor ser du grafane til funksjonane  $f$ ,  $f'$ ,  $g$  og  $g'$ . Du får vite at graf A enten er grafen til  $f$  eller grafen til  $f'$ . Argumenter for kva for ein graf som høyrer til kva for ein funksjon.





## Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid</b>	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
<b>Del uten hjelpemidler</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
<b>Del med hjelpemidler</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte</b>	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
<b>Veiledning om vurderingen</b>	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li></ul>
<b>Andre opplysninger</b>	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

# Del 1

## Uten hjelpemidler

### Oppgave 1

Skriv uttrykket så enkelt som mulig.

$$(2a)^{-1} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^{-3} \cdot (a \cdot b)^3$$

### Oppgave 2

En fabrikk produserer strikkeluer. Dersom fabrikkens produserer  $x$  luer en dag, vil produksjonskostnaden  $E$  per lue være gitt ved

$$E(x) = 0,2x + 40 + \frac{20\,000}{x}$$

Bestem  $E'(100)$ .

Hva forteller dette tallet deg i denne situasjonen?

### Oppgave 3

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+x-12}$$

### Oppgave 4

Løs likningen

$$e^{2x} - e^x = 2$$

## Oppgave 5

Vi har gitt likningen

$$\lg(x+3) + \lg x = \lg a$$

Bestem  $a$  slik at  $x=7$  er en løsning av likningen.

## Oppgave 6

En elev har skrevet programkoden nedenfor.

```
1 from random import randint # Importerer funksjonen randint(a, b). Denne gir
2                               # et tilfeldig heltall fra og med a til og med b.
3
4 N = 1000000
5 gunstige = 0
6
7 for i in range(N):           # Gjentar N ganger
8     a = randint(1, 6)
9     b = randint(1, 6)
10    if a + b == 9:
11        gunstige = gunstige + 1
12
13 print(gunstige/N)
```

- Forklar hva som skjer når programmet kjøres. Hva ønsker eleven å finne ut?
- Bruk sannsynlighetsregning til å bestemme svaret som eleven ønsker å finne.

## Del 2 Med hjelpemidler

### Oppgave 1

Tabellen nedenfor viser antall gårdsbruk i Norge for noen gitte årstall.

År	1969	1989	1999	2009	2020
Antall gårdsbruk	154 977	99 382	68 539	47 688	38 633

- a) Bruk opplysningene i tabellen, og bestem en modell som du mener egner seg til å si noe om antall gårdsbruk i Norge i årene framover. Begrunn ditt valg av modell.
- b) Hvor mange gårdsbruk vil det være i Norge i 2060 ifølge modellen din? Vurder svaret.
- c) I hvilket år vil antall gårdsbruk i Norge avta med ca. 1000 ifølge modellen din?

### Oppgave 2

Statistikk viser at 74 prosent av alle oppkjøringer til førerkort klasse B blir bestått.

17. juni 2022 skal 7 gutter og 5 jenter fra en videregående skole ha oppkjøring til førerkort klasse B.

- a) Hva må vi gå ut fra i denne situasjonen for å kunne se på dette som et binomisk forsøk?
- b) Hva er sannsynligheten for at minst 8 av de 12 elevene består oppkjøringen?
- c) Hva er sannsynligheten for at akkurat 5 av guttene og akkurat 4 av jentene består oppkjøringen?

### Oppgave 3

Knut har satt inn 70 000 kroner på en konto med en fast månedlig rentesats. Beløpet  $B$  som Knut har på kontoen  $x$  måneder etter han satte inn pengene, er gitt ved

$$B(x) = 70\,000 \cdot 1,003^x$$

- a) Bestem den årlige rentesatsen på denne kontoen.
- b) Hvor lang tid går det før han har 80 000 kroner på denne kontoen?

Nøyaktig 24 måneder etter at Knut satte inn pengene på kontoen, setter han inn 2000 kroner i et aksjefond. Han fortsetter å sette inn 2000 kroner hver måned framover. Han regner med at aksjefondet vil gi en månedlig avkastning på 0,7 prosent.

La  $T(x)$  være den totale verdien av beløpet på kontoen og verdien i aksjefondet  $x$  måneder etter at han begynte å spare i aksjefondet.

- c) Er funksjonen  $T$  kontinuerlig? Begrunn svaret.
- d) Hvor lang tid vil det gå før  $T(x)$  blir større enn 200 000 kroner?

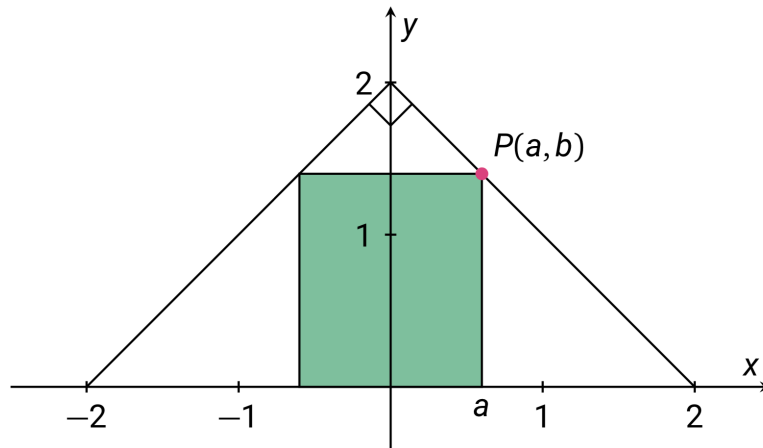
### Oppgave 4

I et spill kaster du tre terninger. Du multipliserer sammen antall øyne på terningene. Dersom dette produktet er større enn 100, vinner du.

Bestem sannsynligheten for å vinne ved å kjøre simuleringer. Husk å vise hvordan du kommer fram til svaret.

## Oppgave 5

Figuren nedenfor viser et rektangel som er innskrevet i en likebeint, rettvinklet trekant. Trekanten har hjørner i  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$  og  $(0, 2)$ . Arealet  $T$  av rektangelet er avhengig av hvor på kateten punktet  $P(a, b)$  blir plassert.



Bestem den største verdien  $T$  kan ha.

## Oppgave 6

Ifølge Newtons avkjølingslov vil temperaturen  $T$  til et objekt etter  $t$  minutter være gitt ved

$$\ln(T - T_0) = -k \cdot t + r$$

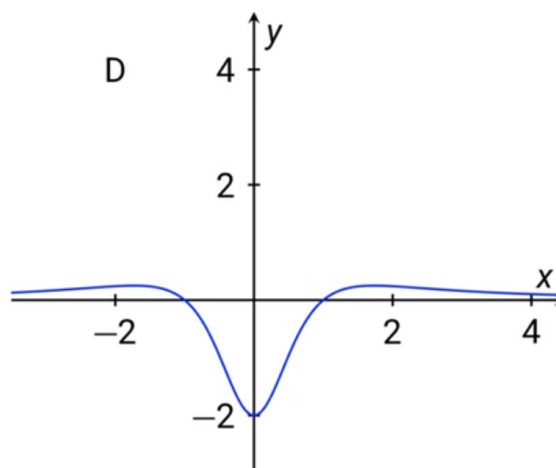
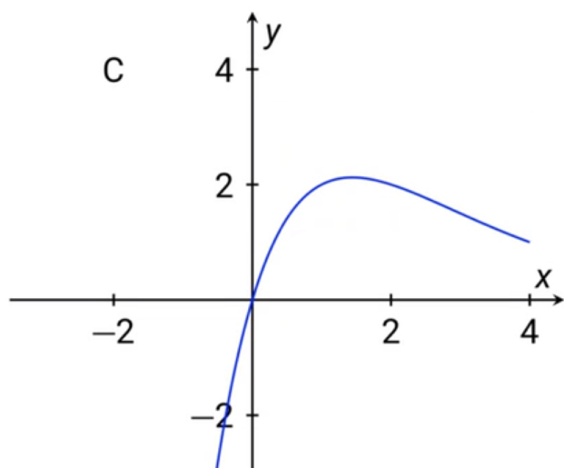
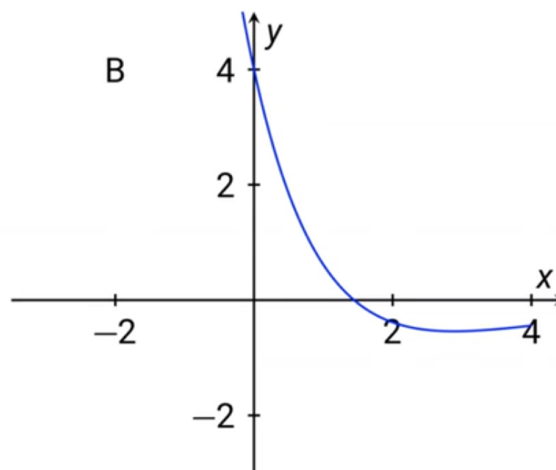
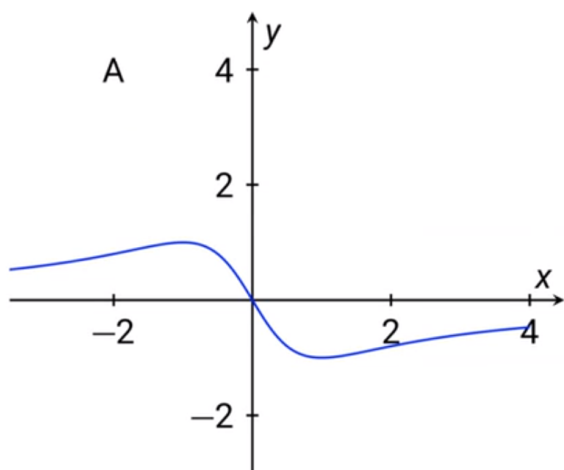
hvor  $T_0$  er romtemperaturen, og der  $k$  og  $r$  er konstanter.

I et rom med temperatur  $22^\circ\text{C}$  setter vi en kopp med kaffe. Ved tidspunktet  $t = 0$  er temperaturen i kaffen  $82^\circ\text{C}$ . Etter 2 minutter er temperaturen  $66^\circ\text{C}$ .

Hvor lang tid tar det før temperaturen i kaffen er mindre enn  $40^\circ\text{C}$ ?

## Oppgave 7

Vi har gitt to funksjoner  $f$  og  $g$ . Nedenfor ser du grafene til funksjonene  $f$ ,  $f'$ ,  $g$  og  $g'$ . Du får vite at graf A enten er grafen til  $f$  eller grafen til  $f'$ . Argumenter for hvilken graf som hører til hvilken funksjon.



## **Tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgåva:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

## **Tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgaven:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**