

Eksamen

23.05.2023 | REA3060 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Om vekting av oppgåvene	Alle deloppgåvene vert vekta likt.
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{(2ab^{-1})^3 \cdot (a^2b^{-2})^{-1}}{4a^2b^{-3}}$$

Oppgave 2

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = x \cdot \ln x$$

Oppgave 3

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Oppgave 4

I ei krukke ligg det fire kvite og tre svarte kuler. Du trekkjer tilfeldig tre kuler utan tilbakelegging.

- Kva er sannsynet for at to av dei tre kulene er svarte?
- Kva er sannsynet for at du trekkjer minst to kvite kuler?

Oppgave 5

For ei bedrift er kostnaden K (i kroner) ved produksjon av x einingar per veke av ein varetype gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 140x + 7000$$

Bedrifta har laga følgjande program:

```
1 def K(x):
2     return 0.2*x**2 + 140*x + 7000
3
4 v = 260
5 h = 0.0001
6 x = 0
7
8 while (K(x + h) - K(x))/h < v:
9     x = x + 1
10
11 print(x)
```

Kva blir resultatet når ein køyrer programmet? Kva fortel dette svaret bedrifta?

Del 2

Oppgave 1

Tabellen nedanfor viser timelønna til ei yrkesgruppe for nokre år i perioden 2008–2022.

Årstal	2008	2010	2013	2015	2019	2022
Timelønn	272,55	285,50	307,30	314,00	327,60	340,10

- a) Kva har den gjennomsnittlege årlege prosentvise veksten i lønn vore i åra 2008–2022?
- b) Bruk tala i tabellen til å lage ein eksponentialfunksjon g som er ein modell for timelønna til denne yrkesgruppa x år etter 2008.

Per og Amalie hadde begge ei timelønn på 272,55 kroner i 2008. Per har hatt ei lønnsutvikling tilsvarande tabellen i starten av oppgåva, medan Amalie si lønn har stige med 2,3 prosent per år. Dei har begge jobba 1700 timar per år.

- c) Bestem den samla lønna til Amalie i åra 2008 til 2022.
Bestem også den samla lønna til Per i desse åra.

Fagforeininga til Per krev at han i 2025 skal ha same timelønn som Amalie. Vi går ut frå at Amalie framleis vil ha ein lønnsvekst på 2,3 prosent per år.

- d) Kor mange prosent må lønna til Per gå opp kvart år dersom dette kravet skal bli innfridd?

Oppgave 2

Nedanfor ser du tre påstandar. Avgjer i kvart tilfelle om påstanden er sann eller usann. Hugs å vise tydeleg korleis du argumenterer og resonnerer.

- a) Viss $x > 0$, så er $(\ln x)^4 = 4 \ln x$.
- b) Alle fjerdegradsfunksjonar må ha minst eitt ekstremalpunkt.

I spelet Lotto blir det trekt sju tilfeldige naturlege tal mindre eller lik 34 utan tilbakelegging.

- c) Sannsynet for at alle dei sju tala er mindre enn 18, er like stort som sannsynet for at ingen av dei sju tala er mindre enn 18.

Oppgave 3

I eit spel blir det kasta to terningar. For å rekne ut eit bestemt sannsyn knytt til dette spelet har Mona laga følgjande program:

```
1 g = 0
2 for i in range(1, 7):
3     for j in range(1, 7):
4         if i+j >= 8:
5             g = g + 1
6
7 print(g/36)
```

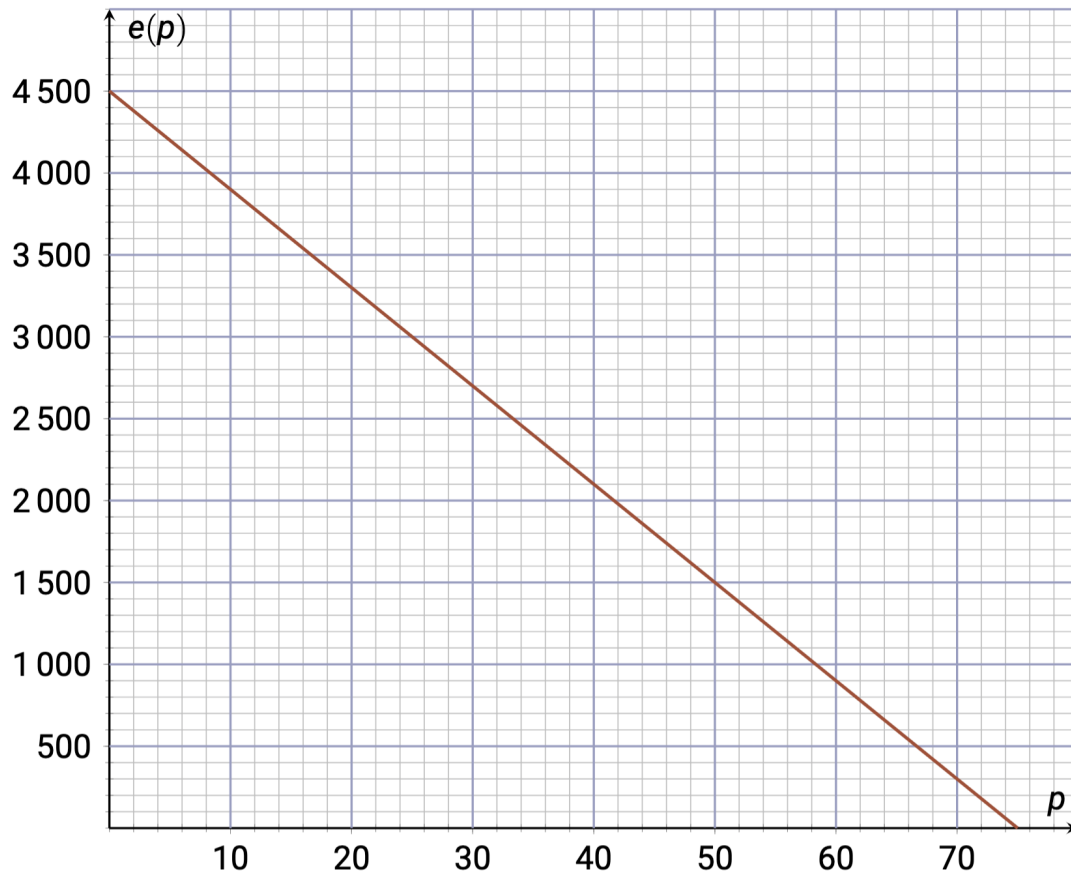
- a) Kva for eit sannsyn reknar Mona ut? Hugs å grunngi svaret.

I eit anna spel blir det kasta tre terningar. Du vinn spelet dersom summen av auge på dei tre terningane er 7 eller 11.

- b) Lag eit program som kan brukast for å bestemme sannsynet for at du vinn dette spelet. Kva er denne sannsynet?

Oppgave 4

Grafen nedanfor viser kor mange einingar e av ei vare som blir selde kvar dag dersom prisen for vara er p kroner.



- Kva blir dei daglege inntektene dersom prisen blir sett til 40 kroner?
- Kva må prisen vere dersom dei daglege inntektene skal bli 75 000 kroner?
- Kva pris gir størst daglege inntekter?

Oppgave 5

I ein kampanje blir det delt ut gratisbilletter til ein fotballkamp. Av erfaring veit arrangøren at cirka 45 prosent av dei som får gratisbilletter, kjem på kampen.

- Det blir delt ut 1300 gratisbilletter. Bestem sannsynet for at minst 600 av desse billettane blir brukte.
- Kor mange gratisbilletter må dei minst dela ut dersom sannsynet for at minst 600 av dei blir brukt skal være over 95 prosent?

Oppgave 6

Samanhengen mellom lydstyrken L (målt i dB) og lydintensiteten I (målt i W/m^2) er gitt ved

$$L = 120 + 10 \cdot \lg I$$

Øyrene til menneske har ei smertegrense for lydstyrke som ligg omkring 130 dB.

- Bestem lydintensiteten når lydstyrken er 130 dB.
- Kor mange prosent aukar lydintensiteten dersom lydstyrken aukar med 2 dB?

Dersom effekten til lyden som blir sendt ut frå ei lydkjelde, er E , vil lydintensiteten I på ein avstand r (målt i m) frå denne lydkjelda vere

$$I = \frac{E}{4\pi \cdot r^2}$$

Lydstyrken frå eit fly er 140 dB dersom du er 50 m frå flyet.

- Bestem den minste avstanden til dette flyet der lydstyrken er lågare enn 130 dB.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Om vekting av oppgavene	Alle deloppgavene vektes likt.
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{(2ab^{-1})^3 \cdot (a^2b^{-2})^{-1}}{4a^2b^{-3}}$$

Oppgave 2

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = x \cdot \ln x$$

Oppgave 3

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Oppgave 4

I en krukke ligger det fire hvite og tre svarte kuler. Du trekker tilfeldig tre kuler uten tilbakelegging.

- Hva er sannsynligheten for at to av de tre kulene er svarte?
- Hva er sannsynligheten for at du trekker minst to hvite kuler?

Oppgave 5

For en bedrift er kostnaden K (i kroner) ved produksjon av x enheter per uke av en varetype gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 140x + 7000$$

Bedriften har laget følgende program:

```
1 def K(x):
2     return 0.2*x**2 + 140*x + 7000
3
4 v = 260
5 h = 0.0001
6 x = 0
7
8 while (K(x + h) - K(x))/h < v:
9     x = x + 1
10
11 print(x)
```

Hva blir resultatet når programmet kjøres? Hva forteller dette svaret bedriften?

Del 2

Oppgave 1

Tabellen nedenfor viser timelønnen til en yrkesgruppe for noen år i perioden 2008–2022.

Årstall	2008	2010	2013	2015	2019	2022
Timelønn	272,55	285,50	307,30	314,00	327,60	340,10

- Hva har den gjennomsnittlige årlige prosentvise veksten i lønn vært i årene 2008–2022?
- Bruk tallene i tabellen til å lage en eksponentiell funksjon g som er en modell for timelønnen til denne yrkesgruppen x år etter 2008.

Per og Amalie hadde begge en timelønn på 272,55 kroner i 2008. Per har hatt en lønnsutvikling tilsvarende tabellen i starten av oppgaven, mens Amalies lønn har steget med 2,3 prosent per år. De har begge jobbet 1700 timer per år.

- Bestem den samlede lønnen til Amalie i årene 2008 til 2022. Bestem også den samlede lønnen til Per i disse årene.

Fagforeningen til Per krever at han i 2025 skal ha samme timelønn som Amalie. Vi går ut fra at Amalie fortsatt vil ha en lønnsvekst på 2,3 prosent per år.

- Hvor mange prosent må lønnen til Per gå opp hvert år dersom dette kravet skal innfris?

Oppgave 2

Nedenfor ser du tre påstander. Avgjør i hvert tilfelle om påstanden er sann eller usann. Husk å vise tydelig hvordan du argumenterer og resonnerer.

- a) Hvis $x > 0$, så er $(\ln x)^4 = 4 \ln x$.
- b) Alle fjerdegradsfunksjoner må ha minst ett ekstremalpunkt.

I spillet Lotto trekkes det sju tilfeldige naturlige tall mindre eller lik 34 uten tilbakelegging.

- c) Sannsynligheten for at alle de sju tallene er mindre enn 18, er like stor som sannsynligheten for at ingen av de sju tallene er mindre enn 18.

Oppgave 3

I et spill kastes to terninger. For å regne ut en bestemt sannsynlighet knyttet til dette spillet har Mona laget følgende program:

```
1 g = 0
2 for i in range(1, 7):
3     for j in range(1, 7):
4         if i+j >= 8:
5             g = g + 1
6
7 print(g/36)
```

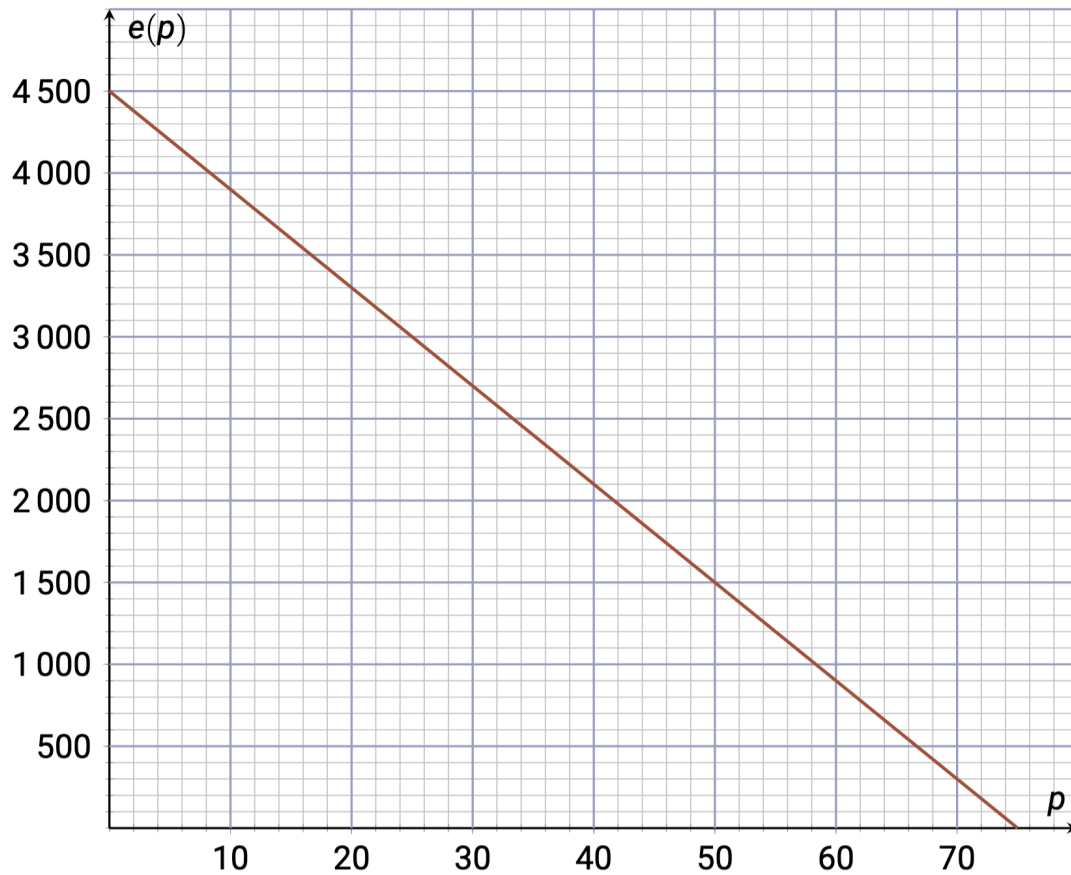
- a) Hvilken sannsynlighet regner Mona ut? Husk å begrunne svaret.

I et annet spill kastes tre terninger. Du vinner spillet dersom summen av øyne på de tre terningene er 7 eller 11.

- b) Lag et program som kan brukes for å bestemme sannsynligheten for at du vinner dette spillet. Hva er denne sannsynligheten?

Oppgave 4

Grafen nedenfor viser hvor mange enheter e av en vare som blir solgt hver dag dersom prisen for varen er p kroner.



- Hva blir de daglige inntektene dersom prisen settes til 40 kroner?
- Hva må prisen være dersom de daglige inntektene skal bli 75 000 kroner?
- Hvilken pris gir størst daglige inntekter?

Oppgave 5

I en kampanje deles det ut gratisbilletter til en fotballkamp. Av erfaring vet arrangøren at cirka 45 prosent av dem som får gratisbilletter, kommer på kampen.

- Det deles ut 1300 gratisbilletter. Bestem sannsynligheten for at minst 600 av disse billettene blir benyttet.
- Hvor mange gratisbilletter må de minst dele ut dersom sannsynligheten for at minst 600 av dem blir brukt skal være over 95 prosent?

Oppgave 6

Sammenhengen mellom lydstyrken L (målt i dB) og lydintensiteten I (målt i W/m^2) er gitt ved

$$L = 120 + 10 \cdot \lg I$$

Menneskets øre har en smertegrense for lydstyrke som ligger omkring 130 dB.

- Bestem lydintensiteten når lydstyrken er 130 dB.
- Hvor mange prosent øker lydintensiteten dersom lydstyrken øker med 2 dB?

Dersom effekten til lyden som sendes ut fra en lydkilde er E , vil lydintensiteten I på en avstand r (målt i m) fra denne lydkilden være

$$I = \frac{E}{4\pi \cdot r^2}$$

Lydstyrken fra et fly er 140 dB dersom du er 50 m fra flyet.

- Bestem den minste avstanden til dette flyet der lydstyrken er lavere enn 130 dB.

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgåva:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgaven:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!