

Eksamen

24.05.2024 | REA3060 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende er ikkje tillate.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 8 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Vekting av oppgåvene	Alle deloppgåvene blir vekta likt.
Andre opplysningar	Tegningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet Oppgåve 6, del 2: Datasett frå ssb.no/statbank/table/07849/

Del 1

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen.

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln(3x)$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løys likninga.

$$(\ln x)^2 - \ln x = 6$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = e^{-x+1}, \quad D_f = \mathbb{R}.$$

Bestem grenseverdiane $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ og $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ dersom dei eksisterer.

Oppgave 4 (4 poeng)

I ei skuffe ligg det 6 gule, 5 svarte og 4 kvite sokkar.

- a) Tenk deg at du tek 2 sokkar tilfeldig frå skuffa. Bestem sannsynet for at begge sokkane er gule.
- b) Tenk deg at du tek 3 sokkar tilfeldig frå skuffa. Bestem sannsynet for at minst 2 av sokkane har same farge.

Oppgave 5 (2 poeng)

Ein funksjon f er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - x, & 2 < x \leq 5 \end{cases}.$$

Gi funksjonen f ei ny definisjonsmengd slik at følgjande er oppfylt samtidig:

- f skal vere kontinuerleg.
- Den nye definisjonsmengda skal vere så stor som mogleg.
- Verdimengda til f skal vere uendra.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Bedrifta Edison produserer bilar. Kostnaden (oppgitt i 1000 kroner) ved å produsere x bilar per måned er gitt ved

$$K(x) = 200x \cdot 1,015^x + 200.$$

Edison sel alle bilane dei produserer. Kvar bil blir seld for 600 000 kroner.

- Kva produksjonsmengd gir størst mogleg overskot?
- Kva produksjonsmengd gir lågast mogleg einingskostnad?

Ein måned treng eit firma 70 bilar. Dei er villige til å betale meir enn 600 000 kroner per bil. Firmaet inngår ein kontrakt om at Edison skal lage 70 bilar denne månaden og selje alle til dei. Kontrakten gir Edison eit overskot på 15 millionar kroner.

- Kva pris blei avtalt per bil i denne kontrakten?

Oppgave 2 (4 poeng)

Avgjer om kvar av påstandane nedanfor er sann eller usann. Forklar tydeleg korleis du har resonnert.

- Påstand:** Når $x > 0$, er $e^{k \cdot \ln(x)} = x^k$.
- Påstand:** Når $1 < a < \frac{b}{2}$, er $\binom{b}{a+1} > \binom{b}{a}$.

Oppgave 3 (4 poeng)

Ein skule har reglar for å lage passord.

Regelsett 1

- Passordet må ha nøyaktig 6 teikn.
- Det er berre lov å bruke store og små bokstavar.
- Det må vere minst éin stor bokstav i passordet.
- Det må vere minst éin liten bokstav i passordet.

a) Kor mange ulike passord er det mogleg å lage ved å følgje regelsett 1?

Skulen vil auke tryggleiken og legg til fleire krav for å lage passord. Dei lagar eit nytt sett med reglar.

Regelsett 2

- Passordet må ha nøyaktig 6 teikn.
- Det må vere nøyaktig to store bokstavar i passordet.
- Det må vere nøyaktig to små bokstavar i passordet.
- Det må vere nøyaktig to siffer i passordet.

b) Gjer nødvendige berekningar for å vurdere effekten på tryggleiken av regelsett 2.

Oppgave 4 (2 poeng)

I ein boks ligg det eit ukjent tal raude og kvite kuler. Du trekkjer tre kuler utan tilbakelegging.

Kva er det minste talet på raude kuler og kvite kuler det kan vere i boksen for at sannsynet skal vere mellom 17 % og 18 % for at alle kulene du trekkjer, er kvite?

Oppgave 5 (4 poeng)

Du kastar fem terningar.

- Bestem sannsynet for at alle terningane viser ulike tal på auge.
- Bruk simulering til å bestemme sannsynet for at du får nøyaktig tre seksarar.

Oppgave 6 (4 poeng)

Det har vore ei stor endring i kva type drivstoff bilane i Noreg bruker. Statistisk sentralbyrå samlar inn data om dette, og tabellen viser ei oversikt over typen drivstoff til registrerte personbilar i Moss i perioden 2010–2022.

- Bruk opplysningane i tabellen til å lage modellar du meiner beskriv utviklinga i drivstofftypane bensin og elektrisk («El.») t år etter 2010. Argumenter for val av modellar.
- Ut frå modellane du har laga, korleis vil du vurdere veksten i drivstofftypane bensin og elektrisk i åra framover, etter 2022? Kommenter gyldigheita til modellane dine.

	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Personbiler													
K-3103 Moss													
Bensin	14 185	13 592	13 246	12 944	12 578	12 367	11 472	11 079	10 516	10 323	9 706	9 210	8 705
Diesel	5 756	6 791	7 590	8 308	8 973	9 609	9 913	10 055	9 967	9 908	9 406	8 931	8 533
Parafin	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gass	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	3	2
El.	2	14	35	111	307	557	754	1 071	1 467	2 057	2 810	4 031	5 363
Annet drivstoff	1	1	1	16	8	9	803	1 209	1 613	2 006	2 491	3 060	3 414

^ Fotnoter

Annet drivstoff inneholder hovedsakelig hybrid.

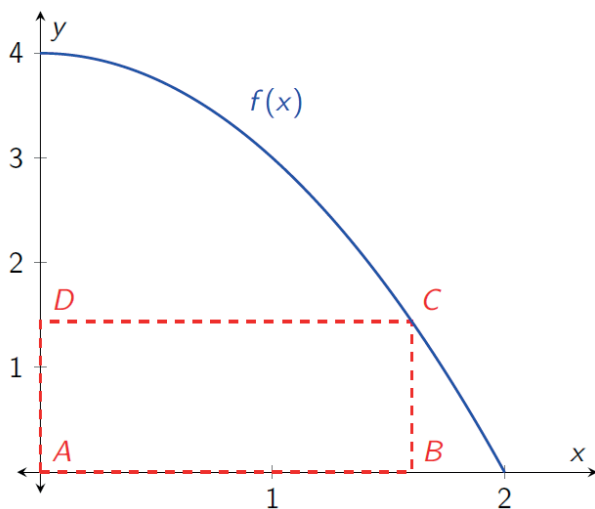
Kjelde: Skjermdump av ssb.no, utdrag frå tabell 07849

Oppgave 7 (4 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 4, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

Lars har teikna grafen til f med eit innskripe rektangel $ABCD$. Lars har også skrive eit program.



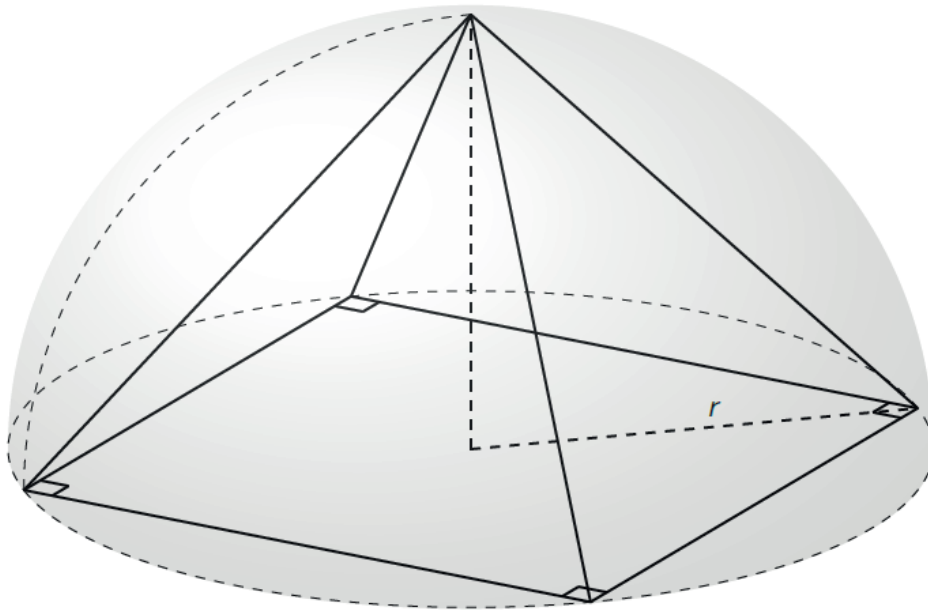
```
1  def f(x):
2      return -x**2 + 4
3
4  def areal(x):
5      return x*f(x)
6
7      h = 0.0001
8  def der_areal(x):
9      return (areal(x + h) - areal(x))/h
10
11     x = 0
12     dx = 0.01
13     while der_areal(x + dx) > 0:
14         x = x + dx
15
16     print(areal(x))
```

- Forklar kva Lars prøver å finne ut med programmet. Kva blir svaret viss ein køyrer programmet?
- Kva strategi bruker Lars i programmet sitt? Vil strategien fungere uavhengig av kva for ein funksjon f er?

Oppgave 8 (2 poeng)

Ei kule med radius r blir delt i to like delar. Vi skal skjere ut ein pyramide med rektangulær grunnflate av den eine halvkula. Grunnflata skal liggje i snittflata til halvkula.

Bestem eit uttrykk for det største volumet ein slik pyramide kan ha.



Volumet av ein pyramide er gitt ved

$$V = \frac{h \cdot G}{3},$$

der G er grunnflata og h er høgda til pyramiden.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende teknologi er ikke tillatt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 8 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Vekting av oppgavene	Alle deloppgavene blir vektet likt.
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet Oppgave 6, del 2: Datasett fra ssb.no/statbank/table/07849/

Del 1

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen.

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln(3x)$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løs likningen.

$$(\ln x)^2 - \ln x = 6$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = e^{-x+1}, \quad D_f = \mathbb{R}.$$

Bestem grenseverdiene $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ og $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ dersom de eksisterer.

Oppgave 4 (4 poeng)

I en skuff ligger det 6 gule, 5 svarte og 4 hvite sokker.

- a) Tenk deg at du tar 2 sokker tilfeldig fra skuffen. Bestem sannsynligheten for at begge sokkene er gule.
- b) Tenk deg at du tar 3 sokker tilfeldig fra skuffen. Bestem sannsynligheten for at minst 2 av sokkene har samme farge.

Oppgave 5 (2 poeng)

En funksjon f er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - x, & 2 < x \leq 5 \end{cases}.$$

Gi funksjonen f en ny definisjonsmengde slik at følgende er oppfylt samtidig:

- f skal være kontinuerlig.
- Den nye definisjonsmengden skal være så stor som mulig.
- Verdimengden til f skal være uendret.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Bedriften Edison produserer biler. Kostnaden (oppgitt i 1000 kroner) ved å produsere x biler per måned er gitt ved

$$K(x) = 200x \cdot 1,015^x + 200 .$$

Edison selger alle bilene de produserer. Hver bil selges for 600 000 kroner.

- Hvilken produksjonsmengde gir størst mulig overskudd?
- Hvilken produksjonsmengde gir lavest mulig enhetskostnad?

En måned trenger et firma 70 biler. De er villige til å betale mer enn 600 000 kroner per bil. Firmaet inngår en kontrakt om at Edison skal lage 70 biler denne måneden og selge alle til dem. Kontrakten gir Edison et overskudd på 15 millioner kroner.

- Hvilken pris ble avtalt per bil i denne kontrakten?

Oppgave 2 (4 poeng)

Avgjør om hver av påstandene nedenfor er sann eller usann. Forklar tydelig hvordan du har resonnert.

- Påstand:** Når $x > 0$, er $e^{k \cdot \ln(x)} = x^k$.
- Påstand:** Når $1 < a < \frac{b}{2}$, er $\binom{b}{a+1} > \binom{b}{a}$.

Oppgave 3 (4 poeng)

En skole har regler for å lage passord.

Regelsett 1

- Passordet må ha nøyaktig 6 tegn.
- Det er bare lov å bruke store og små bokstaver.
- Det må være minst én stor bokstav i passordet.
- Det må være minst én liten bokstav i passordet.

a) Hvor mange forskjellige passord er det mulig å lage ved å følge regelsett 1?

Skolen vil øke sikkerheten og legger til flere krav for å lage passord. De lager et nytt sett med regler.

Regelsett 2

- Passordet må ha nøyaktig 6 tegn.
- Det må være nøyaktig to store bokstaver i passordet.
- Det må være nøyaktig to små bokstaver i passordet.
- Det må være nøyaktig to sifre i passordet.

b) Gjør nødvendige beregninger for å vurdere effekten på sikkerheten av regelsett 2.

Oppgave 4 (2 poeng)

I en boks ligger det et ukjent antall røde og hvite kuler. Du trekker tre kuler uten tilbakelegging.

Hva er det minste antallet røde kuler og hvite kuler det kan være i boksen for at sannsynligheten skal være mellom 17 % og 18 % for at alle kulene du trekker, er hvite?

Oppgave 5 (4 poeng)

Du kaster fem terninger.

- Bestem sannsynligheten for at alle terningene viser forskjellige antall øyne.
- Bruk simulering til å bestemme sannsynligheten for at du får nøyaktig tre seksere.

Oppgave 6 (4 poeng)

Det har vært en stor endring i hvilken type drivstoff bilene i Norge bruker. Statistisk sentralbyrå samler inn data om dette, og tabellen viser en oversikt over typen drivstoff til registrerte personbiler i Moss i perioden 2010–2022.

- Bruk opplysningene i tabellen til å lage modeller du mener beskriver utviklingen i drivstofftypene bensin og elektrisk («El.») t år etter 2010. Argumenter for valg av modeller.
- Ut fra modellene du har laget, hvordan vil du vurdere veksten i drivstofftypene bensin og elektrisk i årene framover, etter 2022? Kommenter gyldigheten til modellene dine.

	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Personbiler													
K-3103 Moss													
Bensin	14 185	13 592	13 246	12 944	12 578	12 367	11 472	11 079	10 516	10 323	9 706	9 210	8 705
Diesel	5 756	6 791	7 590	8 308	8 973	9 609	9 913	10 055	9 967	9 908	9 406	8 931	8 533
Parafin	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gass	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	3	2
El.	2	14	35	111	307	557	754	1 071	1 467	2 057	2 810	4 031	5 363
Annet drivstoff	1	1	1	16	8	9	803	1 209	1 613	2 006	2 491	3 060	3 414

^ Fotnoter

Annet drivstoff inneholder hovedsakelig hybrid.

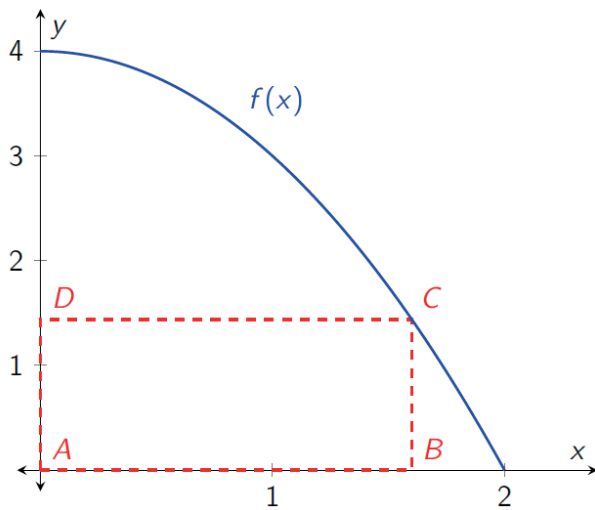
Kilde: Skjermdump av ssb.no, utdrag fra tabell 07849

Oppgave 7 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 4, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

Lars har tegnet grafen til f med et innskrevet rektangel $ABCD$. Lars har også skrevet et program.



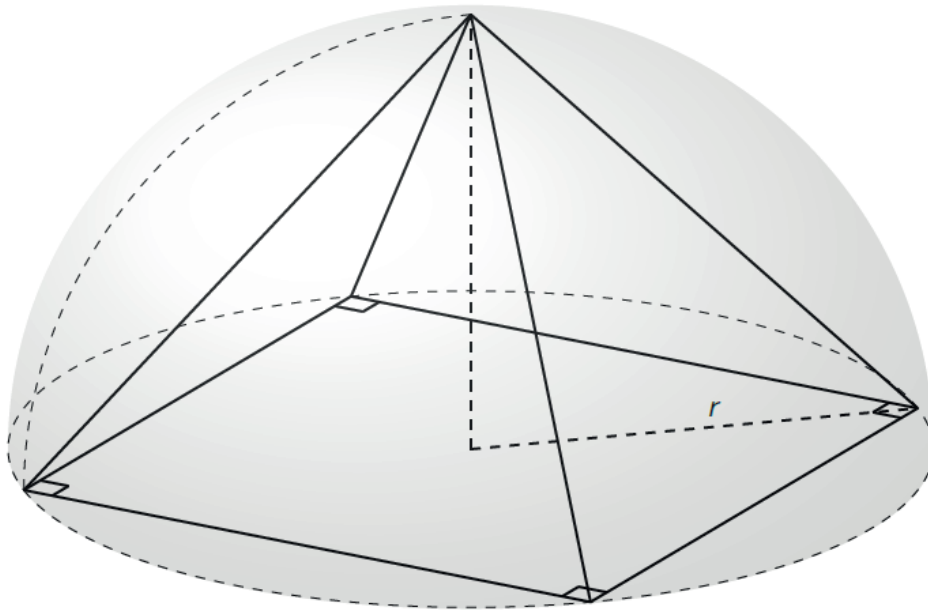
```
1  def f(x):
2      return -x**2 + 4
3
4  def areal(x):
5      return x*f(x)
6
7  h = 0.0001
8  def der_areal(x):
9      return (areal(x + h) - areal(x))/h
10
11 x = 0
12 dx = 0.01
13 while der_areal(x + dx) > 0:
14     x = x + dx
15
16 print(areal(x))
```

- Forklar hva Lars prøver å finne ut med programmet. Hva blir svaret hvis man kjører programmet?
- Hvilken strategi bruker Lars i programmet sitt? Vil strategien fungere uavhengig av hvilken funksjon f er?

Oppgave 8 (2 poeng)

En kule med radius r deles i to like deler. Vi skal skjære ut en pyramide med rektangulær grunnflate av den ene halvkulen. Grunnflaten skal ligge i snittflaten til halvkulen.

Bestem et uttrykk for det største volumet en slik pyramide kan ha.



Volumet av en pyramide er gitt ved

$$V = \frac{h \cdot G}{3},$$

der G er grunnflaten og h er høyden til pyramiden.

(Blank side)

(Blank side)

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!