Del 1

Oppgave 1

a) Deriver funksjonene:

1) $f(x) = x^3 \cdot \ln x$

2) $g(x) = 3e^{2x} + e^{x^2}$

b) Vi har en aritmetisk rekke der $a_3 = 8$ og $a_8 = 23$. Bestem a_1 , d og S_{50}.

c) Løs likningen $\dfrac{6}{x^2 - 3x} + \dfrac{x-2}{x} = \dfrac{2}{x-3}$

d) 1) Vis at $x = -1$ er et nullpunkt til funksjonen $f(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x + 18$
Bruk polynomdivisjon til å faktorisere $f(x)$.

2) Løs ulikheten $f(x) \geq 0$

e) Løs likningssettet

$$\begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ 2x + y - z &= 2 \\ 4x + y - 2z &= 1 \end{aligned}$$

f) Vi har funksjonen $f(x) = x^3 - 3x + 6$

1) Finn $f'(x)$. Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

2) Bestem koordinatene til eventuelle vendepunkter på grafen til f.

Oppgave 2

På en spesiell terning er det én sekser, to treere og tre toere.

Du kaster terningen én gang. La X være antall øyne som terningen viser.

a) Gi sannsynlighetsfordelingen til X ved å skrive av og fylle ut tabellen nedenfor.

x	2	3	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$		

b) Regn ut E(X) og Var(X).

Du kaster terningen to ganger. La Y være summen av antall øyne som terningen viser.

c) Bestem sannsynlighetsfordelingen til Y.

Del 2

Oppgave 3

Det *n*-te leddet i en rekke er gitt ved

$$a_n = \frac{2^{n-1}}{3^n}$$

a) Skriv de fire første leddene i rekken. Vis at rekken er geometrisk, og finn kvotienten k.

b) Bestem ved regning hvor mange ledd du minst må ta med i rekken for at $S_n > 0{,}999$.

c) Avgjør om rekken konvergerer. Finn eventuelt summen.

En pasient som er kronisk syk, tar hver dag en tablett som inneholder 0,33 mg av en bestemt medisin. Kroppen bryter ned 33,3 % av denne medisinen på ett døgn. Hvis pasienten har mer enn 1,5 mg av denne medisinen lagret i kroppen, kan det gi alvorlige bivirkninger.

d) Ville du ha anbefalt denne medisinbehandlingen for pasienten? Begrunn svaret ditt.

Oppgave 4

Du skal svare på <u>enten</u> alternativ I <u>eller</u> alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.

(Dersom besvarelsen din inneholder deler av begge oppgavene, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ I

En bedrift produserer x enheter av en vare A. Alle de x enhetene blir solgt. Kostnaden i kroner ved produksjonen er gitt ved funksjonen

$$K_A(x) = 0{,}3x^2 + 20x + 1000 \quad , \quad x \le 150$$

Inntekten i kroner av salget er gitt ved funksjonen

$$I_A(x) = 200x - x^2 \quad , \quad x \le 150$$

a) Tegn grafene til K_A og I_A i samme koordinatsystem. Bruk grafene til å finne hvor mange enheter som må produseres og selges for at overskuddet skal bli størst. Forklar framgangsmåten din.

b) Finn ved regning uttrykkene for grensekostnaden og grenseinntekten. Bestem ved regning den produksjonen som gir størst overskudd.

For en annen vare B varierer etterspørselen bare med prisen p kroner per enhet. Etterspørselen er antall enheter som selges.

Funksjonen

$$e(p) = 1000 - 17p \quad \text{der} \quad p \le 50$$

er en god modell for etterspørselen.

Bedriften innretter produksjonen slik at det produseres like mange enheter som det selges.

c) Finn et uttrykk for inntekten I_B som funksjon av p. Bestem den prisen som gir størst inntekt. Hvor stor er inntekten med denne prisen?

(forts.)

Kostnadene i kroner ved produksjonen er gitt ved

$$K_B(x) = 800 - 10x + 0{,}04x^2$$

der x er antall produserte enheter.

d) Bestem et uttrykk for kostnaden K_B som funksjon av p.

e) Hvilken pris gir størst overskudd? Hvor stort er det maksimale overskuddet?

Alternativ II

I deler av denne oppgaven kan det være en fordel å bruke digitalt verktøy.

Kostnaden i kroner ved å produsere x enheter av en vare per dag er gitt ved funksjonen

$$K(x) = 2000 \cdot e^{\frac{x}{400}} \quad , \quad x \leq 500$$

Enhetskostnaden $E(x)$ er gjennomsnittskostnaden per enhet, det vil si $E(x) = \dfrac{K(x)}{x}$.

a) Tegn grafen til K. Forklar at enhetskostnaden når det produseres 150 enheter, er lik stigningstallet til linjen som går gjennom origo og punktet $\left(150, K(150)\right)$.

b) Tegn en rett linje gjennom origo og et vilkårlig punkt P på grafen til K. Bestem, ved å flytte punktet P langs grafen, den produksjonsmengden som gir lavest enhetskostnad.

c) Finn grensekostnaden. Hva blir grensekostnaden når produksjonen er 300 enheter? Forklar hva dette svaret forteller oss.

d) Finn grafisk når enhetskostnaden er lik grensekostnaden.

Inntekten ved salg av x enheter av varen per dag er gitt ved funksjonen

$$I(x) = 50x - 0{,}05x^2$$

Det selges like mange enheter som det produseres.

e) Bestem overskuddet når enhetskostnaden er lik grensekostnaden. Kommenter svaret ditt.

Oppgave 5

Denne oppgaven teller som tre delspørsmål.

Et meningsmålingsinstitutt gjennomfører en spørreundersøkelse for et bestemt politisk parti. I undersøkelsen blir 1500 tilfeldig valgte personer spurt om de ville ha stemt på partiet dersom det var valg.

I undersøkelsen svarer 321 personer at de ville ha stemt på partiet. Ved forrige valg stemte 19,8 % av velgerne på partiet.

Bruk det du har lært i statistikk, til å vurdere om partiet har hatt framgang siden forrige valg. Begrunn resonnementet ditt med beregninger.