

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (6 poeng)

Deriver funksjonene

a)  $g(x) = \frac{3x-2}{x^3}$

b)  $h(x) = \ln(x^3 - x)$

c)  $k(x) = x^3 e^{-x^2}$

#### Oppgave 2 (3 poeng)

a) Forklar hva vi mener med at en rekke er aritmetisk.

b) I en aritmetisk rekke er  $a_1 = 3$  og  $a_4 = 12$ .

Bestem  $a_n$  og  $s_n$ .

#### Oppgave 3 (3 poeng)

Funksjonen  $P$  er gitt ved

$$P(x) = 2x^3 - 26x + 24$$

a) Forklar hvordan vi kan avgjøre om divisjonen  $P(x) : (x-1)$  vil gå opp, uten å utføre divisjonen.

b) Faktoriser  $P(x)$  i lineære faktorer (førstegradsfaktorer).

#### Oppgave 4 (4 poeng)

Lise investerte 10 000 kroner i et aksjefond. Fondet brukte disse pengene til å kjøpe aksjer i selskapene A, B og C. Etter ett år var utbyttet av aksjene til sammen 900 kroner. Utbyttet fra selskap A, B og C var på henholdsvis 9 %, 1 % og 10 %. Fondet hadde brukt 4000 kroner mer på investeringene i selskap A enn i selskap B.

a) Vis at opplysningene gir følgende likningssystem:

$$\begin{cases} x + y + z = 10000 \\ 9x + y + 10z = 90000 \\ x - y = 4000 \end{cases}$$

Hvilke størrelser står  $x$ ,  $y$  og  $z$  for?

b) Hvor mye av Lises penger investerte fondet i hvert av de tre selskapene?

#### Oppgave 5 (4 poeng)

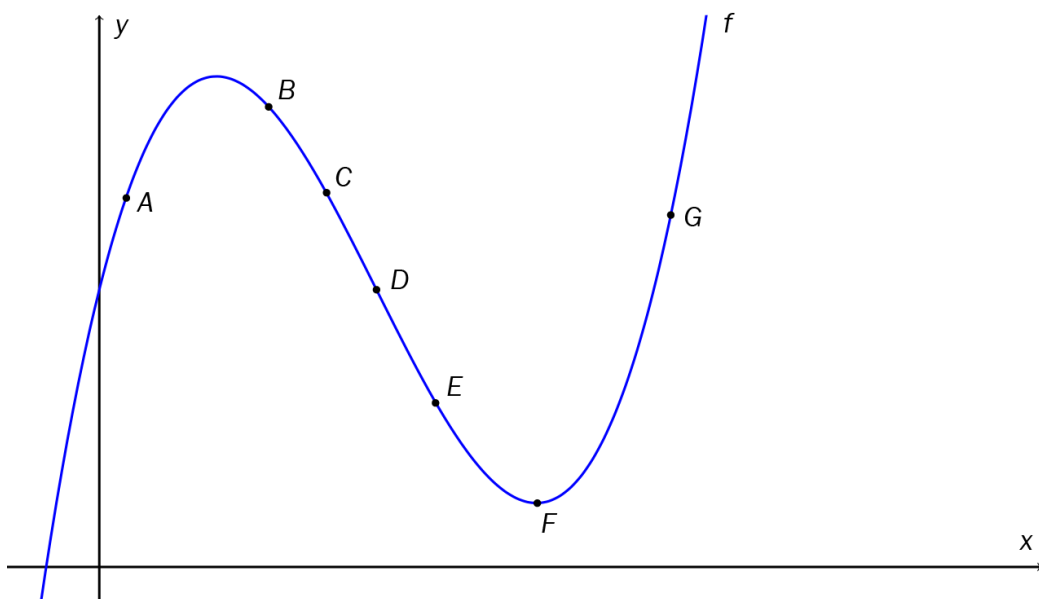
Sannsynlighetsfordelingen for en stokastisk variabel  $X$  er gitt ved følgende tabell:

$t$	-2	-1	0	2	$k$
$P(X = t)$	0,2	0,1	0,4	0,2	$p$

- Forklar hvorfor  $p$  må være lik 0,1.
- Hva må  $k$  være dersom vi vet at  $E(X) = 0,3$ ?
- Vi setter  $k = 1$ . Bestem  $E(X)$  og  $\text{Var}(X)$ .

## Oppgave 6 (4 poeng)

Grafen til en tredjegradsfunksjon  $f$  er tegnet nedenfor.



Bestem i hvilke av punktene  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  og  $G$  **begge** disse betingelsene er oppfylt:

$$f'(x) < 0 \quad \text{og} \quad f''(x) < 0$$

Begrunn svaret ditt.

## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 1 (6 poeng)

En person setter hvert år inn 4000,00 kroner på en konto med fast årlig rente. Etter noen år står det 20983,32 kroner på kontoen like etter en innbetaling. Det følgende året, det vil si umiddelbart etter neste innbetaling, står det 25 486,92 kroner på kontoen.

- a) Vis at den årlige renten er 2,4%.
- b) Regn ut hvor mye som står på kontoen like etter den 12. innbetalingen dersom renten har vært uendret i hele perioden.

Etter den 12. innbetalingen settes det ikke inn mer på kontoen. Renta blir hevet, men er konstant i de neste åtte årene.

- c) Hva må renten være for at det skal stå 72 000 kroner på kontoen åtte år etter siste innbetaling?

#### Oppgave 2 (8 poeng)

Det årlige antall villrein felt under jakt i årene etter 1980 kan beskrives ved funksjonen

$$f(x) = \frac{13132}{1 + 0,20 \cdot e^{0,07x}}$$

Her er  $x$  antall år etter 1980.<sup>2</sup>

- a) Hvor mange dyr ble felt i 2010 ifølge denne modellen?
- b) Bruk  $f'(x)$  til å vise at det stadig felles færre dyr årlig.
- c) Bestem eventuelle vendepunkter på grafen til  $f$ . Hva forteller resultatet oss?
- d) Tegn grafen til  $f$ . Hvor mange villrein ble felt totalt i årene fra og med 1980 til og med 2010 ifølge denne modellen?

---

<sup>2</sup> Modell basert på tall fra <http://www.ssb.no/aarbok/tab/tab-357.html> (02.10.2010)

### Oppgave 3 (8 poeng)

En bedrift produserer og selger en vare. Inntekten (i tusen kroner) ved produksjon og salg av  $x$  enheter er gitt ved funksjonen

$$I(x) = 110x - 2,2x^2, \quad \text{for } x \in [0, 35]$$

- a) Hva er den største inntekten bedriften kan få?  
Hvor mange enheter må bedriften da produsere og selge?

Bedriften må fornye produksjonsutstyret og kan velge mellom to typer utstyr, A og B. Av erfaring vet bedriften at kostnaden (i tusen kroner) ved produksjon av  $x$  enheter med type A er gitt ved

$$K_A(x) = 3,1x^2 - 86x + 1110$$

Tilsvarende er kostnaden ved type B gitt ved

$$K_B(x) = 1,9x^2 - 99x + 1900$$

- b) Bestem grensekostnaden for type A og for type B.
- c) Hvilken av de to utstyrstypene vil kunne gi lavest kostnad?
- d) Hvilken av de to utstyrstypene vil kunne gi det største overskuddet?

## Oppgave 4 (7 poeng)

En fabrikk fyller og pakker poser med kaffe. Fyllemaskinen er innstilt til å fylle posene med 505 g. Anta at vekten av posene er normalfordelt med forventningsverdi lik 505 g og med standardavvik på 5 g.

- Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt pose inneholder mer enn 510 g.
- Hvor mange prosent av posene vil inneholde mellom 495 g og 515 g?

I en kvalitetskontroll blir 10 tilfeldig valgte poser veid. Resultatet vises i tabellen nedenfor.

Pose	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vekt (i gram)	508	503	510	512	519	511	496	503	503	506

Dette ga bedriften mistanke om at maskinen fyller for mye i hver pose.

- Gjennomfør en hypotesetest, og vurder om bedriften har grunn til sin mistanke.

## Oppgave 5 (7 poeng)

Trekantttall nummer  $n$  er gitt ved formelen  $T(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$

- Sett opp en tabell med de 12 første trekantttallene.

Det finnes en sammenheng mellom  $T(m+n)$  og  $T(m)+T(n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{N}$

- Sett  $m=2$  og  $n=8$  og bruk tabellen i oppgave a) til å regne ut

$$T(2+8),$$

$$T(2)+T(8) \text{ og}$$

$$T(2+8) - (T(2)+T(8))$$

Sett inn andre verdier for  $m$  og  $n$  og undersøk hva  $T(m+n) - (T(m)+T(n))$  blir.

Prøv å formulere en generell regel.

- Bruk formelen for  $T(n)$  til å skrive uttrykket

$$T(m+n) - (T(m)+T(n))$$

så enkelt som mulig.