

## DEL 1 Uten hjelpemidler

### Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a)  $f(x) = 2x^2 - 4x^3$

b)  $g(x) = x^2 e^x$

c)  $h(x) = \ln(x^3 + 3x + 1)$

### Oppgave 2 (4 poeng)

a) Utfør divisjonen

$$(x^3 - 5x^2 - 4x + 20) : (x - 5)$$

b) Bestem  $t$  slik at divisjonen nedenfor går opp.

$$(x^3 + t x^2 + 5x - 2t) : (x + 1)$$

### Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{cases} x + y + 2z = -3 \\ x + 3y + z = 2 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

### Oppgave 4 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\ln\left(\frac{e^2}{2}\right) + 2\ln 2 - \ln\left(\frac{2}{e^4}\right)$$

### Oppgave 5 (4 poeng)

En aritmetisk rekke er gitt ved  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 119$

- Bestem en formel for ledd nummer  $n$  i denne rekken.
- Bestem summen av rekken.

### Oppgave 6 (4 poeng)

Totalkostnaden  $K$  i kroner for å produsere en vare er gitt ved

$$K(x) = x^2 + 50x + 6400$$

Her er  $x$  antall produserte enheter per uke.

- Bestem grensekostnaden når det produseres 50 enheter. Hva forteller dette svaret oss?
- Bestem den produksjonsmengden  $x$  som gir lavest kostnad per produserte enhet.

### Oppgave 7 (7 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = (x - 2)e^x$$

- Bestem eventuelle nullpunkter til  $f$ .
- Bestem eventuelle toppunkter og bunnpunkter på grafen til  $f$ .
- Bestem eventuelle vendepunkter på grafen til  $f$ .
- Lag en skisse av grafen til  $f$ .

## Oppgave 8 (8 poeng)

I et lotteri gjelder følgende:

- Hvert lodd koster 10 kroner.
- Halvparten av loddene gir en gevinst på 10 kroner.
- 10 % av loddene gir en gevinst på 50 kroner.
- Resten av loddene gir ingen gevinst.

Den stokastiske variabelen  $X$  er nettogevinsten (gevinst minus loddpris) på et tilfeldig lodd.

a) Vis at  $E(X) = 0$  og  $\text{Var}(X) = 200$ .

La  $S$  være den stokastiske variabelen  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{50}$  som gir nettogevinsten ved kjøp av 50 lodd.

b) Begrunn at  $S$  er tilnærmet normalfordelt.

c) Vis at  $E(S) = 0$  og  $\text{SD}(S) = 100$ .

Anja ønsker å kjøpe seg en jakke til 650 kroner, men har bare 500 kroner. Hun vurderer derfor å kjøpe lodd for alle pengene.

d) Bestem sannsynligheten for at Anja får nok penger til å kjøpe jakken dersom hun satser alle pengene i lotteriet. Du kan få bruk for standard normalfordelingstabellen i vedlegg 1.

## DEL 2 Med hjelpemidler

### Oppgave 1 (10 poeng).

Julie har fått seg ny jobb. Funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(x) = 400\,000 \cdot 1,05^x$$

er en god modell for årslønnen (i kroner) til Julie  $x$  år etter at hun startet i jobben.

- a) Bruk graftegner til å tegne grafen til  $f$  for  $0 \leq x \leq 35$ .
- b) Når vil årslønnen hennes passere 800 000 kroner?
- c) Bruk CAS til å bestemme hvor mange år det går før lønnsøkningen per år passerer 50 000 kroner.

Julie regner med å jobbe i bedriften i 30 år.

- d) Bestem en tilnæringsverdi for hvor mye hun vil tjene i løpet av denne perioden, ved å regne ut et integral.
- e) Bestem hvor mye hun vil tjene i løpet av denne perioden, ved å summere leddene i en rekke.

## Oppgave 2 (8 poeng)

Annette vurderer å ta opp et boliglån på 1 500 000 kroner. Renten er 0,3 % per måned. Lånet skal nedbetales som et annuitetslån med 180 månedlige terminer. Første innbetaling er én måned etter låneopptak.

a) Vis at terminbeløpet Annette må betale, er 10 797 kroner.

Annette regner med å ha litt trang økonomi de nærmeste årene. Banken tilbyr henne derfor en ordning der hun betaler 8000 kroner per måned de første fem årene. Etter dette økes terminbeløpet slik at lånet er helt nedbetalt 15 år etter at hun tok opp lånet.

b) Vis at Annette har 1 270 289 kroner igjen av lånet etter de fem første årene dersom hun velger denne ordningen.

c) Bestem det månedlige terminbeløpet de siste 120 terminene dersom Annette går inn for denne ordningen.

Annette liker ordningen med redusert terminbeløp de første fem årene, men synes det nye terminbeløpet i c) er litt for høyt. Hun ønsker å betale 11 000 kroner i terminbeløp etter de fem første årene.

d) Bruk CAS til å bestemme hvor mye dette vil forlenge tiden det tar å nedbetale lånet.

### Oppgave 3 (6 poeng)

På en frøpose står det at spireevnen er 85 %. Det er 200 frø i hver pose. La  $X$  være antall frø som spirer, i en tilfeldig frøpose. Vi antar at  $X$  er binomisk fordelt.

a) Bestem  $P(X \geq 175)$ .

Nora hadde mistanke om at spireevnen var lavere enn 85 %. Hun ville derfor utføre en hypotesetest. Hun ville teste nullhypotesen

$$H_0: p = 0,85$$

mot den alternative hypotesen

$$H_1: p < 0,85$$

Hun sådde derfor 200 frø. Det viste seg at 160 av frøene spirte.

b) Avgjør om Noras mistanke er berettiget, ved å utføre hypotesetesten. Bruk et signifikansnivå på 5 %.

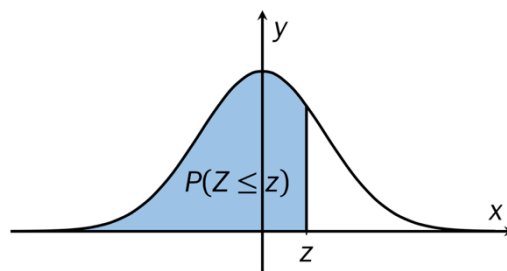
Nora har ikke programvare til å utføre binomiske beregninger. Hun må derfor gjøre en hypotesetest med en normaltilpasning av  $X$ .

c) Gå ut fra at  $X$  er tilnærmet normalfordelt. Bruk dette til å utføre hypotesetesten.

## Vedlegg 1

### Standard normalfordeling

Tabellen viser  $P(Z \leq z)$  for  $-3,09 \leq z \leq 3,09$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990